

# 4 层瓦楞纸板复合瓦楞纸弹性模量的计算

任艳玲<sup>1</sup>, 卢立新<sup>1,2</sup>

(1. 江南大学, 无锡 214122; 2. 国家轻工业包装制品质量监督检测中心, 无锡 214122)

**摘要:** 应用复合材料细观力学分析方法, 推导了 4 层瓦楞纸板的复合瓦楞纸的弹性模量。考虑 2 层瓦楞原纸间粘合剂的影响, 分析了复合瓦楞纸纵向弹性模量与粘合剂体积分数及其纵向弹性模量的关系, 并用实验进行了验证。为 4 层瓦楞纸板进一步的相关理论分析奠定基础。

**关键词:** 4 层瓦楞纸板; 复合瓦楞纸; 弹性模量; 粘合剂

中图分类号: TB484.1; TB487 文献标识码: A 文章编号: 1001-3563(2012)05-0066-03

## Calculation of Elastic Modulus of Corrugated Laminated Paper for Four-ply Corrugated Board

REN Yan-ling<sup>1</sup>, LU Li-xin<sup>1,2</sup>

(1. Jiangnan University, Wuxi 214122, China; 2. China National Light Industry Package Quality Supervising and Testing Center, Wuxi 214122, China)

**Abstract:** Elastic modulus of corrugated laminated paper for four-ply corrugated board was deduced based on micromechanics analysis of composite material. Considering the effect of adhesive between two layers of base paper, the relationship between corrugated laminated paper's longitudinal elastic modulus and volume fraction as well as of the adhesive was analyzed. Verification experiments were carried out. The purpose was to provide reference for further theoretical analysis of four-ply corrugated paperboard.

**Key words:** four-ply corrugated board; corrugated laminated paper; elastic modulus; adhesive

4 层复合瓦楞纸板是一种在里纸和面纸之间采用双层瓦楞芯纸(复合瓦楞纸)结构的强化瓦楞纸板, 与 3 层及 5 层瓦楞纸板相比, 优势明显<sup>[1-4]</sup>: 成本较低、强度好、印刷性能良好, 印刷后仍可保持纸板原来的硬度与戳穿能力。目前关于 4 层瓦楞纸板相关性能的研究多在实验或数值模拟方面, 理论研究很少, 对生产及包装材料选择上的指导有限。

4 层瓦楞纸板的芯纸是 2 层瓦楞纸经粘合压制成型的复合瓦楞纸<sup>[5]</sup>, 且芯纸间涂布的粘合剂为特殊粘合剂, 有效提高了 4 层瓦楞纸板的强度, 比同样 3 层瓦楞纸板的强度增大了一倍多<sup>[6]</sup>。笔者从 4 层瓦楞纸板的复合瓦楞纸着手, 将 2 层瓦楞芯纸简化为 1 层瓦楞纸, 计算其等效弹性模量, 为 4 层瓦楞纸板进一步的理论研究奠定基础。

收稿日期: 2011-11-15

作者简介: 任艳玲(1986—), 女, 山东潍坊人, 江南大学硕士生, 主攻产品运输包装。

通讯作者: 卢立新(1966—), 男, 江苏宜兴人, 博士, 江南大学教授、博士生导师, 主要从事包装动力学、食品和农产品包装技术与安全等研究。

## 1 2 层瓦楞原纸间的涂布方式

4 层瓦楞纸板 2 层芯纸间的常见涂布方式有 2 种: 点涂布, 即在线长度上涂胶, 涂胶量较少, 见图 1a;

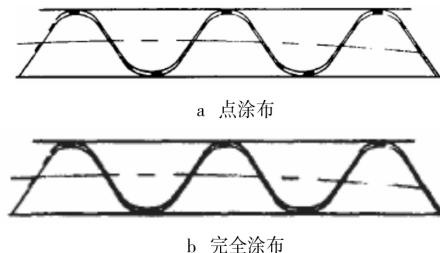


图 1 4 层瓦楞纸板 2 层瓦楞原纸间常见的涂布方式

Fig. 1 Common coating method between the two corrugated cores of four-ply corrugated board

完全涂布,涂胶量较大,见图 1b。

涂胶量较大时,2 层瓦楞原纸粘合紧密,形成一个整体,因此可以先计算出 2 层瓦楞原纸构成的复合瓦楞纸的弹性模量,进而计算出 4 层瓦楞纸板芯层的各个等效弹性模量。

## 2 复合瓦楞纸的等效弹性模量计算

### 2.1 不考虑粘合剂时复合瓦楞纸的等效弹性模量

瓦楞原纸纤维排布的方向为原纸的纵向,与之垂直的方向定义为横向。设 2 层瓦楞原纸的纵向弹性模量分别为  $E_{a1}, E_{b1}$ ,厚度分别为  $t_a, t_b$ 。

2 层瓦楞原纸完全粘合后宏观上是均匀的,只需取一小部分来研究即可,适当简化得其代表性体积单元<sup>[7]</sup>,见图 2。作用于单元体的宏观应力场为  $(\sigma_1, 0, 0)$ ,应变场为  $(\epsilon_1, -v_{21}\epsilon_1, 0)$ ,见图 2a。2 层瓦楞原纸纵向变形协调,细观应力应变场见图 2b。

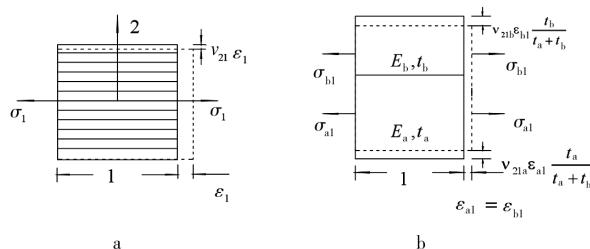


图 2 复合瓦楞纸代表性体积单元

Fig. 2 Representative volume element  
of corrugated laminated paper

从而有几何关系:

$$\epsilon_1 = \epsilon_{a1} = \epsilon_{b1} \quad (1)$$

应力等价关系:

$$\sigma_1 = \sigma_{a1} V_a + \sigma_{b1} V_b \quad (2)$$

式中: $V_i$  为组分  $i$  的体积分数,2 层瓦楞芯纸的长宽对应相等, $V_i$  可表示为:

$$V_a = \frac{t_a}{t_a + t_b}, V_b = \frac{t_b}{t_a + t_b} \quad (3)$$

根据胡克定律有:

$$\sigma_{a1} = E_{a1} \epsilon_{a1}, \sigma_{b1} = E_{b1} \epsilon_{b1}, \sigma_1 = E_1 \epsilon_1 \quad (4)$$

综合式(1)–(4)可得:

$$E_1 = \sum_i E_{il} V_i \quad (5)$$

同样方法可以得出 4 层瓦楞纸板复合瓦楞纸的横向等效弹性模量  $E_2$ :

$$E_2 = \frac{E_{a2} E_{b2} (t_a + t_b)}{E_{a2} t_b + E_{b2} t_a} = \frac{E_{a2} E_{b2}}{E_{a2} V_b + E_{b2} V_a} \quad (6)$$

式中: $E_{a2}, E_{b2}$  分别为 2 层瓦楞原纸的纵向弹性模量; $t_a, t_b$  是 2 层瓦楞原纸的平均厚度; $V_a, V_b$  是其对应的体积分数。

### 2.2 粘合剂对复合瓦楞纸等效弹性模量的影响

4 层瓦楞纸板平压强度的提高,一部分原因就是采取了特殊粘合剂。王冬梅<sup>[8]</sup>关于多层瓦楞纸板的平压平台应力模型表明,多层瓦楞纸板的平台应力  $\sigma_{el}$  可表示为:

$$\sigma_{el} = \frac{\pi E_s \left( \frac{t_c}{l_c} \right)^2}{12 \left( \cos \gamma + \frac{h_c}{l_c} \right)}$$

可以看出,平台应力主要与瓦楞原纸的纵向弹性模量  $E_s$ 、瓦楞胞壁厚跨比  $\frac{t_c}{l_c}$ 、瓦楞结构参数  $\frac{h_c}{l_c}$  及结构夹角  $\gamma$  有关,因此这里主要研究粘合剂对复合瓦楞纸纵向等效弹性模量的影响。

设粘合剂的纵向弹性模量为  $E_{cl}$ ,体积分数为  $V_c$ ,式(5)可表示为:

$$E_1 = E_{a1} V_a + E_{b1} V_b + E_{cl} V_c \quad (7)$$

若 2 层芯纸材料相同,即有  $E_{a1} = E_{b1}, V_a = V_b$ ,式(7)转化为:

$$E_1 = E_{a1} + (E_{cl} - E_{a1}) V_c \quad (8)$$

从式(8)可以看出:当  $E_{cl} > E_{a1}$  时,随着粘合剂体积分数  $V_c$  的增大,复合瓦楞纸的弹性模量也线性增大;当  $E_{cl} < E_{a1}$  时,随着粘合剂体积分数  $V_c$  的增大,复合瓦楞纸的弹性模量线性减小。

## 3 实验

### 3.1 试样制备

取定量为 100 g/m<sup>2</sup> 的瓦楞原纸按完全涂布方式分别均匀涂布不同体积分数的粘合剂,烘干后用边压强度取样仪取 12.7 mm×15 mm 的试样条各 10 个,长边为纵向。

### 3.2 方法

实验前将试样参照 GB/T 4857.2—2005 进行 24 h 以上的温湿度处理,之后参照 JB/T 6544—1993 测定试样的纵向弹性模量,在 LXRplus 电子材料试验机上测其弹性模量,测试速度为(3±5)mm/min。

## 4 结果与讨论

定量为  $100 \text{ g/m}^2$  的瓦楞原纸涂布不同量粘合剂后, 试样的纵向弹性模量及其随粘合剂体积分数的变化情况见表 1 和图 3。

表 1 定量均为  $100 \text{ g/m}^2$  的 2 层瓦楞原纸

不同涂胶量下的纵向弹性模量

Tab. 1  $E_{MD}$  of two  $100 \text{ g/m}^2$  corrugated paper with different glue spread quantities

定量 $/(\text{g} \cdot \text{m}^{-2})$	平均厚度 $/\text{mm}$	粘合剂体积 分数 / %	$E_{MD}/\text{GPa}$
100(瓦楞原纸)	0.171	0	1.870
	0.343	0.291 5	1.922
100+100 (复合瓦楞纸)	0.344	0.581 4	1.929
	0.346	1.156 1	1.935
	0.348	1.436 8	1.941
	0.350	2.285 7	1.951

\* : 设 2 层瓦楞原纸的厚度分别为  $t_a, t_b$ , 粘合剂涂布厚度为

$$t_c, \text{ 则粘合剂体积分数为: } V_c = \frac{t_c}{t_a + t_b + t_c} \times 100\%$$

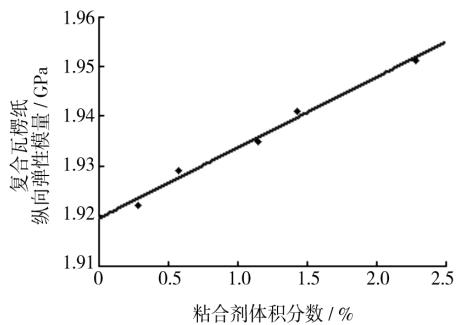


图 3 复合瓦楞纵向弹性模量与芯纸间粘合剂体积分数的关系

Fig. 3 Relationship between and adhesive volume fraction of two kinds of  $100 \text{ g/m}^2$  corrugated paper

拟合得到瓦楞复合纸的纵向弹性模量  $E_1$  与 2 层瓦楞原纸间粘合剂体积分数  $V_c$  之间的函数关系为:

$$E_1 = 0.01417V_c + 1.919 \quad (R^2 = 0.986) \quad (9)$$

粘合剂的弹性模量未知, 但从图中看出其纵向弹性模量应大于  $100 \text{ g/m}^2$  瓦楞原纸的纵向弹性模量, 由拟合曲线得到粘合剂的纵向弹性模量为:

$$E_{cl} = 1.93 \text{ GPa}$$

曲线在纵坐标上的截距即为  $100 \text{ g/m}^2$  定量的瓦楞原纸的纵向弹性模量理论值:

$$E'_{al} = 1.92 \text{ GPa}$$

与实际值( $1.87 \text{ GPa}$ )间的误差为  $2.67\%$ , 理论与实际的吻合度较高。

## 5 结论

推导出了 4 层瓦楞纸板瓦楞芯层弹性模量及包含粘合剂因素的瓦楞芯层的纵向弹性模量。若 2 层瓦楞原纸为同种材料, 粘合剂纵向弹性模量大于瓦楞原纸的纵向弹性模量时, 4 层瓦楞纸板复合瓦楞纸的纵向弹性模量, 随粘合剂体积分数的增大线性增大, 反之线性减小。

实验研究了 2 层瓦楞原纸定量均为  $100 \text{ g/m}^2$ , 完全涂布方式涂布不同体积分数粘合剂时, 复合瓦楞纸的纵向弹性模量, 理论与实验误差在  $5\%$  以内, 理论与实验结果吻合良好, 验证了理论的正确性。

## 参考文献:

- [1] 4 层复合瓦楞纸板及成型机械的应用前景 [EB/OL]. (2005-04-29). <http://news.infocom.cn/html/2005-4-9/91014.htm>. Application Prospects of Four-ply Corrugated Board and Its Molding Machinery [EB/OL]. (2005-04-29) <http://news.infocom.cn/html/2005-4-9/91014.htm>.
- [2] 张志刚. 4 层复合瓦楞纸板及其成型机械的效益空间 [J]. 包装工程, 2004, 25(1):157.
- [3] ZHANG Zhi-gang. Four-ply Corrugated Board and the Benefit Space of Its Molding Machinery [J]. Packaging Engineering, 2004, 25(1):157.
- [4] 郭娟. 新型瓦楞纸板双拱组合结构性能的研究 [J]. 包装工程, 2005, 26(1):52—53.
- [5] GUO Guan. The Study of the Characteristics of the New type Combined (Double Wall) Corrugated Paper [J]. Packaging Engineering, 2005, 26(1):52—53.
- [6] 赵荣丽. 4 层复合瓦楞纸板简述 [J]. 印刷杂志, 2006(4): 69—70.
- [7] ZHAO Rong-li. A Quick Review of Four-ply Corrugated Board [J]. Print China, 2006(4):69—70
- [8] GB/T 16718—1996, 包装材料 重型瓦楞纸板 [S].
- [9] GB/T 16718—1996 Packing Material-Heavy Duty Corrugated Fiberboard [S].
- [10] 4 层瓦楞纸板的特性及生产 [J]. 中国包装工业, 2009(4):66.

(下转第 97 页)

当考虑油墨在不同叠印条件下由于铺展所引起的物理网点扩大时,预测的色度值与实际测量色块的色度值间的平均色差、最大最小色差均比未考虑油墨铺展时预测的色度值和测量值间的色差要小,因此采用EYNSN模型对二阶调频网点构成的半色调图像的色彩进行预测,比YNSN模型要更合理更准确。

表2中不同的n值是把油墨单独印刷和叠印条件下的实际网点面积率根据不同的网点模型代入相应的Yule-Nielsen光谱聂格伯尔模型中得到基色的光谱反射率,并与实测的光谱反射率比较。当预测光谱反射率与实测光谱反射率的方差最小时即可得到n值。

### 3 结论

考虑油墨在不同的承印条件下由油墨铺展而引起的物理网点扩大,建立了在不同叠印条件下的油墨铺展曲线,把理论网点面积率转化为实际有效网点面积率,使用EYNSN模型对二阶调频网点构成的半色调图像的色度值进行预测。实验表明考虑油墨铺展的EYNSN模型的预测色度值要比未考虑油墨铺展的YNSN模型预测的色度值更接近测量的真实色度值,因此考虑油墨在不同叠印条件下由于铺展引起的物理网点扩大对实际二阶调频网点构成的半色调图像的色彩预测更加准确,具有一定的应用价值。

### 参考文献:

- [1] 陈广学.印刷图像网点扩大的检测与校正[C]//2008中国仪器仪表与测控技术进展大会论文集(I),2008,29(4):659—662.  
CHEN Guang-xue. The Testing and Correction of Dot Gain on Halftone Image [C]//Chinese Journal of Scientific Instrument, 2008, 29(4):659—662.
- [2] 周世生,李举,孙帮勇,等.调频加网有效网点面积率计算研究[J].包装工程,2006,27(3):57—58.  
~~~~~  
(上接第68页)
- [3] ZHOU Shi-sheng, LI Ju, SUN Bang-yong, et al. Research of Effective Dot Area Transfer Functions with FM Halftoning [J]. Packaging Engineering, 2006, 27(3):57—58.
- [4] 白春燕.喷墨印刷中的网点面积率预测及网点扩大研究[D].无锡:江南大学,2009.  
BAI Chun-yan. The Dot Coverage Prediction of Inkjet Printing and Dot Gain Study [D]. Wuxi: Jiangnan University, 2009.
- [5] 顾小萍.对喷墨印刷中网点扩大的研究[D].无锡:江南大学,2006.  
GU Xiao-ping. The Research on Dot Gain in Ink-jet Printing [D]. Wuxi: Jiangnan University, 2006.
- [6] HERSCHE R D, EMMEL P, COLLAUD F, et al. Spectral Reflection and Dot Halftone Prints [J]. Journal of Electronic Imaging, 2005, 14(3):1—12.
- [7] HERSCHE R D, CR T F. Improving the Yule-Nielsen Modified Spectral Neugebauer Model by Dot Surface Coverages Depending on the Ink Superposition Conditions [C]//Color Imaging X: Processing, Hardcopy and Applications, SPIE, 2005, 5667:434—445.
- [8] ROSSIER R, HERSCHE R D. Calibrating the Ink Spreading Curves Enhanced Yule-Nielsen Modified Spectral Neugebauer Model with the Two-by-two Dot Centering Printer [C]//IS & T/SPIE Electronic Imaging Symposium, Proc. SPIE Color Imaging XIII: Processing, Hardcopy, and Applications, 2009. (余不详)
- [9] 文卫,金杨.一阶及二阶调频加网频谱特性及频率传递分析[J].影像科学与光化学,2009,27(5):373—378.  
WEN Wei, JIN Yang. Analysis on the Spectral and Frequency-Transform Characteristics of 1st and 2nd Order FM Screening [J]. Imaging Science and Photochemistry, 2009, 27(5):373—378.
- [10] BALASUBRAMANIAN Raja. A Spectral Neugebauer Model for Dot-on-dot Printers [C]//Proc SPIE, 1995, 2413: 356—364.

- Properties and Production of Four-ply Corrugated Board [J]. China Packaging Industry, 2009, 4:66.
- [7] 吕恩琳.复合材料力学[M].重庆:重庆大学出版社,1992.  
LV En-lin. Compound Material Mechanics [M]. Chongqing: Chongqing University Press, 1992.
- [8] WANG D M. Energy Absorption Diagrams of Multi-

- layer Corrugated Boards [J]. Journal of Wuhan University of Technology-Mater Sci Ed, 2010, 25(1):58—61.
- [9] JB/T 6544—1993,塑料拉伸和弯曲弹性模量试验方法[S].  
JB/T 6544—1993, Plastic Tensile and Bending Modulus Test Method [S].