

# 后峰锯齿脉冲激励下双曲正切包装系统的非线性动力学特性研究

洪翔<sup>1</sup>, 卢立新<sup>1,2</sup>

(1. 江南大学, 无锡 214122; 2. 中国包装总公司 食品包装技术与安全重点实验室, 无锡 214122)

**摘要:** 建立了二自由度的双曲正切包装系统模型, 并应用四阶龙格-库塔法对得到的冲击动力学方程进行数值求解, 研究了其冲击响应特性。采用后峰锯齿脉冲作为激励, 得到了关键部件的三维冲击谱, 进一步讨论了频率比、脉冲激励幅值、包装材料阻尼和脉冲周期对关键部件冲击谱的影响规律。结果表明, 频率比、脉冲激励幅值、包装材料阻尼和脉冲周期均对关键部件冲击响应峰值有显著影响。

**关键词:** 二自由度; 双曲正切包装系统; 后峰锯齿波; 关键部件; 三维冲击谱

**中图分类号:** TB485.1; TB487 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2012)11-0060-03

## Nonlinear Dynamic Characteristics Research of Hyperbolic Tangent Packaging System under the Action of Final Peak Saw Tooth Shock Pulse

HONG Xiang<sup>1</sup>, LU Li-xin<sup>1,2</sup>

(1. Jiangnan University, Wuxi 214122, China; 2. Key Laboratory of Food Packaging Technology and Safety, Wuxi 214122, China)

**Abstract:** Two-degree-of-freedom nonlinear packaging system model was established. The shock dynamic equations were obtained and their numerical solutions were solved by the fourth order Runge-Kutta integration method. The shock response characteristics of hyperbolic tangent packaging system with critical component were investigated. Final peak saw tooth shock pulse was chosen as excitation in the computer simulation and three-dimensional shock spectra of critical components were obtained. The influences of frequency ratio, amplitude of pulse excitation, package material damp, and shock period on shock response of critical components were discussed. The results showed that frequency ratio, amplitude of pulse excitation, package material damp, and shock period all have significant influence on the peak value of shock response of critical components.

**Key words:** double-degree-of-freedom; hyperbolic tangent packaging system; final peak saw tooth shock pulse; critical component; three-dimensional shock spectra

Newton<sup>[1]</sup>首次提出缓冲包装的破损边界理论, 其基础为单自自由度假设。随后, 国内外学者对其进行修正, 发展了诸如疲劳破损边界<sup>[2]</sup>、位移破损边界<sup>[3]</sup>、跌落破损边界<sup>[4]</sup>等一些新的破损评价理论方法, 逐步将产品破损评价理论基础系统化、完整化。然而, 理论的单自自由度假设基础具有局限性, 在诸如机电、电子类产品的破损评价上, 难以反映产品结构系统破损失效实际, 特别是对以关键部件失效为标志的产品破

损评价亟待建立一套新方法。为此, 王军等人<sup>[5-6]</sup>分析了半正弦脉冲对二自由度正切型包装系统的影响, 并提出了三维冲击谱的新概念, 明确了二自由度包装系统各力学参数对其缓冲特性的影响。卢立新<sup>[7]</sup>分析了矩形脉冲对双曲正切型包装系统关键部件冲击响应的影响。矩形波对于包装设计而言, 偏于保守, 因此文中研究后峰锯齿波对双曲正切包装系统关键部件冲击响应的规律。

**收稿日期:** 2012-01-08

**基金项目:** 江苏省普通高校研究生科研创新计划(2011)

**作者简介:** 洪翔(1987—), 男, 山东青岛人, 江南大学硕士生, 主攻运输包装。

**通讯作者:** 卢立新(1966—), 男, 江苏宜兴人, 博士, 江南大学教授、博士生导师, 主要研究方向为包装动力学与包装材料等。

### 1 双曲正切包装系统模型的建立

二自由度双曲正切包装系统动力学模型见图 1。

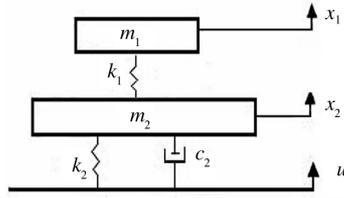


图 1 二自由度产品包装系统动力学模型

Fig. 1 Dynamic model of two-degree-of-freedom packaging system

图 1 中,  $m_1$  表示关键部件的质量,  $k_1$  表示关键部件和主产品之间连接部位的等效弹性系数,  $m_2$  为被包装主产品的质量,  $c_2$  为包装材料缓冲衬垫的阻尼,  $k_2$  为缓冲包装材料的弹性系数。双曲正切型包装材料的力学本构方程为:

$$f(x) = F_0 \operatorname{th} \frac{k_2 x}{F_0} + c_2 \dot{x} \quad (1)$$

研究的激励为后峰锯齿型脉冲激励, 其数学表达式为:

$$\ddot{u} = \ddot{u}_{0m} \frac{t}{t_0} \Delta H(t, t_0) \quad (2)$$

根据已建立的模型, 可推导出(3)式所示的双曲正切包装系统的动力学方程, 并对其无量纲化。

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 = k_1(x_2 - x_1) \\ m_2 \ddot{x}_2 = F_0 \operatorname{tanh} \left[ \frac{k_2}{F_0}(u - x_2) \right] + c_2(\dot{u} - \dot{x}_2) - k_1(x_2 - x_1) \end{cases} \quad (3)$$

其初始条件为:  $x_{1,2}(0) = 0, \dot{x}_{1,2}(0) = 0$ 。无量纲化

所需的各项参数如下:  $\delta_1 = \frac{x_2 - x_1}{L}, \delta_2 = \frac{u - x_2}{L}, \tau =$

$$\frac{t}{T}, T = \sqrt{m_2/k_2}, L = \frac{F_0}{k_2}, \omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}, \omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}, \zeta =$$

$$\frac{c_2}{2\sqrt{m_2 k_2}}, \lambda_1 = \frac{\omega_1}{\omega_2}, \lambda_2 = \frac{m_1}{m_2}。$$

将上述运动方程进行无量纲化, 可得:

$$\begin{cases} \ddot{\delta}_1 = \tanh \delta_2 + 2\zeta \dot{\delta}_2 - (\lambda_2 + 1)\lambda_1^2 \delta_1 \\ \ddot{\delta}_2 = \dot{U} + \lambda_2 \lambda_1^2 \delta_1 - \tanh \delta_2 - 2\zeta \dot{\delta}_2 \end{cases} \quad (4)$$

其中初始边界条件为:  $\delta_{1,2}(0) = 0, \dot{\delta}_{1,2}(0) = 0$ 。

根据(2)式可得无量纲方程:

$$\ddot{U} = \beta u_{0m}'' \frac{\tau}{\tau_0} \Delta H(\tau, \tau_0) \quad (5)$$

同时,  $\beta = \frac{T^2}{L}$  定义为系统本身的特征参数, 并不随外界激励的变化而变化。

### 2 冲击响应特性

用四阶龙格-库塔法对方程组(4)式进行计算机数值求解, 根据求解结果可绘制冲击谱图, 分析关键部件  $m_1$  在后峰锯齿脉冲激励下的冲击响应特性。

图 2 为  $\beta u_{0m}'' = 0.2, \lambda_2 = 0.2, \zeta = 0$  时, 对不同频率

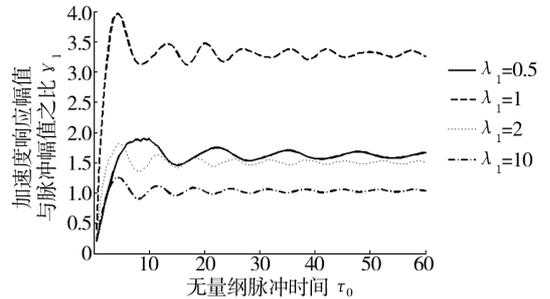


图 2 关键部件的传统冲击谱

Fig. 2 Shock response spectrum of critical components

比  $\lambda_1$  作出的关键部件的传统二维冲击响应谱。对于带有关键部件的包装系统而言, 传统二维冲击谱并不能很好地反映不同频率比之间冲击响应特性的关系。三维冲击谱在传统二维冲击谱思想的基础上, 考虑了频率比  $\lambda_1$  的影响, 能更全面地反映关键部件的冲击响应特点。图 3 给出了当  $\lambda_2 = 0.1, \zeta = 0$  时, 在不同

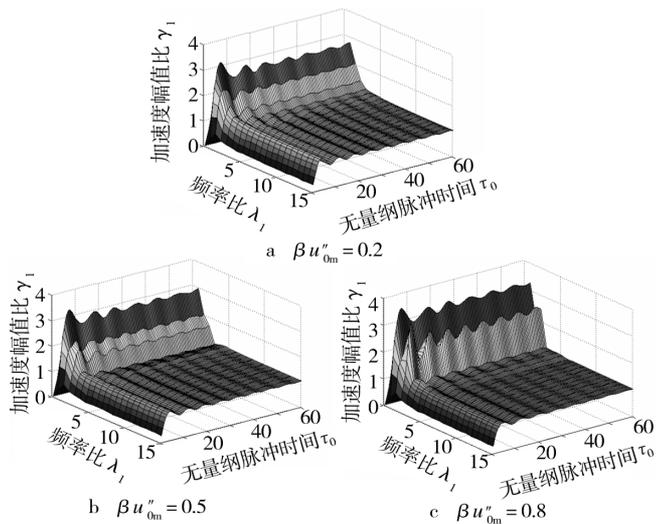


图 3 不同激励幅值下关键部件的三维冲击响应谱

Fig. 3 3-D shock response spectrum of critical components under different pulse amplitude 激励幅值  $\beta u_{0m}''$  的影响下, 关键部件的三维冲击响应

谱。其中： $\gamma_1 = x_{1m}''/u_{0m}''$ ，为关键部件的加速度响应幅值  $x_{1m}''$  与脉冲激励幅值  $u_{0m}''$  之间的比例关系，本身为无量纲量； $\tau_0 = \omega_2 t_0$ ，为无量纲脉冲时间<sup>[7]</sup>。

根据式(3)和(4)可知，除了无量纲脉冲幅值会对关键部件的冲击响应产生影响外，双曲正切型缓冲包装材料的阻尼也必须考虑。

当  $\beta u_{0m}'' = 0.2, \lambda_2 = 0.1$  时，不同缓冲包装材料阻尼  $\zeta$  下的关键部件三维冲击谱见图 4。

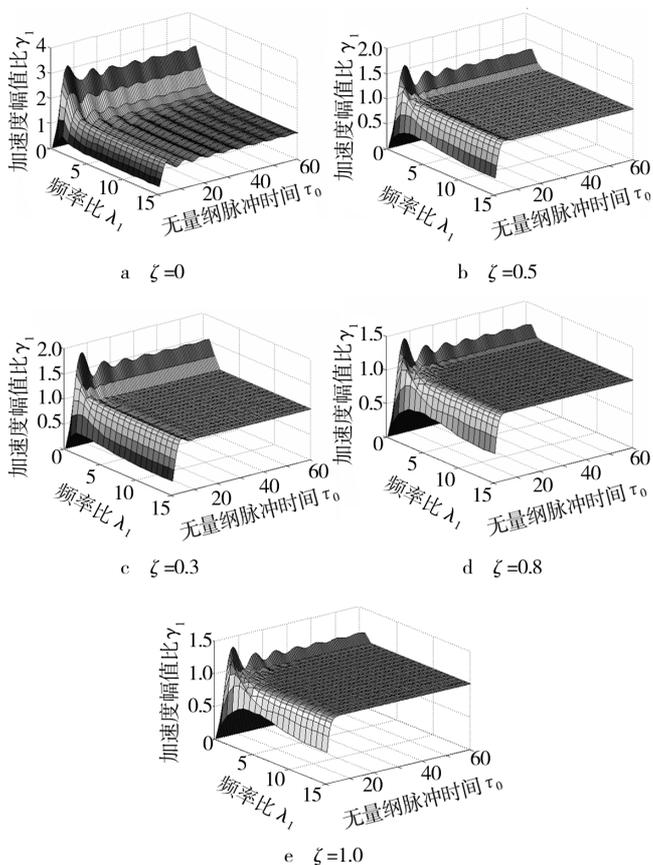


图 4 缓冲材料阻尼对关键部件三维冲击响应谱的影响  
Fig. 4 3-D shock response spectrum of critical components at different damping ratio of cushioning pad

### 3 结论

1) 由图 2 知，不同的频率比  $\lambda_1$  对关键部件的激励幅值产生很大影响， $\lambda_1 = 1$  时的影响最为显著。

2) 由图 3 知，随着无量纲脉冲激励幅值  $\beta u_{0m}''$  的增加，关键部件的冲击响应峰值减小；又因为  $\beta u_{0m}''$  中的系统特征参数  $\beta$  与其成正比，故可通过增大  $\beta$  的方法来显著降低关键部件冲击响应峰值。

3) 由图 4 知，随着材料阻尼的增大，关键部件的

冲击响应在  $\lambda_1$  较低时 ( $\lambda_1 \leq 4$ ) 的峰值降低，而在高频率比附近， $\zeta_1$  的变化对关键部件的冲击谱峰值的影响不明显。

从以上分析可知，当连接部刚度较大时，提高缓冲材料阻尼可以减小关键部件的响应，从而对关键部件起到防护作用。

### 参考文献：

- [1] NEWTON R E. Fragility Assessment Theory and Practice[R]. California: Monterey Research Laboratory, 1968.
- [2] BURGESS G J. Product Fragility and Damage Boundary Theory[J]. Packaging Technology and Science, 1988, 15(10): 5-10.
- [3] 王振林, 吴长富, 奚德昌. 物品包装系统位移损坏边界[J]. 振动工程学报, 1998, 11(4): 434-442.  
WANG Zhen-lin, WU Chang-fu, XI De-chang. The Displacement Damage Boundary of Product Packaging System[J]. Journal of Vibration Engineering, 1988, 11(4): 434-442.
- [4] WANG Zhi-wei, HU Chang-ying. Shock Spectra and Damage Boundary Curves for Nonlinear Package Cushioning System[J]. Packaging Technology and Science, 1999, 12(5): 207-217.
- [5] 王军, 王志伟. 半正弦脉冲激励下考虑易损件的正切型包装系统冲击特性研究[J]. 振动与冲击, 2008, 27(1): 167-168.  
WANG Jun, WANG Zhi-wei. 3-Dimensional Shock Response Spectra Characterizing Shock Response of a Tangent Packaging System with Critical Components[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(1): 167-168.
- [6] 王军, 卢立新, 王志伟. 双曲正切包装系统关键部件三维冲击谱研究[J]. 振动与冲击, 2010, 29(10): 99-101.  
WANG Jun, LU Li-xin, WANG Zhi-wei. Three-dimensional Shock Spectrum of a Hyperbolic Tangent Nonlinear Packaging System with Critical Component[J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(10): 99-101.
- [7] 洪翔, 卢立新, 王军. 矩形脉冲激励下双曲正切包装系统非线性动力学特性研究[J]. 包装工程, 2011, 32(17): 1-3.  
HONG Xiang, LU Li-xin, WANG Jun. Nonlinear Dynamic Characteristics Research of Hyperbolic Tangent Packaging System under the Action of Rectangular Acceleration Pulse [J]. Packaging Engineering, 2011, 32(17): 1-3.