

# 包装动力学响应中避免缓冲材料厚度无极限的方法

郑皓华

(南昌大学, 南昌 330031)

**摘要:** 在求解包装动力学响应时,缓冲材料的本构关系常简化为立方非线性、双曲正切非线性等理想的情况。由于未考虑缓冲材料厚度的有限性,不能保证所得结果可靠性。基于缓冲材料在压缩到极限位置时,缓冲材料应力接近无限大,运用正切函数表达了缓冲材料这一限制性特性。数值计算结果表明,若未考虑限制时,动力学响应会超出缓冲材料的极限位置,甚至超过厚度,且得不到优化的包装结构;考虑限制条件,就不会出现上述错误,避免了缓冲材料厚度无极限。

**关键词:** 包装动力学; 缓冲材料; 厚度无极限; 优化设计

**中图分类号:** TB485.2; TB487 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2013)15-0010-05

## A Method to Avoid the Infinity of Cushion Material during the Process to Solve Dynamic Response of Packaging System

ZHENG Hao-hua

(Nanchang University, Nanchang 330031, China)

**Abstract:** The constitutive relation of cushion material is often simplified to be ideal cubic nonlinear and hyperbolic nonlinear in solving packaging dynamics. Due to the finiteness of cushion material is neglected, the exact response is difficult to obtain. The stress of cushion material can reach infinity when the cushion material being compressed to be extreme position, so it avoid the infiniteness of cushion material by using tangent function to express the special mechanical phenomenon. The numerical examples show the response of packaging system can exceed the extreme position even the thickness of the material if not considering the constrained conditions, and the optimized packaging structure can not be available; the error results are disappeared when tangent function is involved to modify the constitutive relationships.

**Key words:** packaging dynamics; cushion material; infinite thickness; optimized packaging

用缓冲曲线设计缓冲包装结构,具有效率低且不能运用于多自由度包装结构设计中的缺陷。国内外许多学者研究了数值模型及缓冲材料本构模型,用以克服上述缺点。在数值模型方面,主要研究了破损边界规律,将缓冲材料模型处理为特殊的非线性,例如立方非线性和双曲正切非线性等<sup>[1-5]</sup>。这些文献没有考虑到缓冲材料是有限的,换句话说,当缓冲材料达到极限位置时,其应力接近无穷大,因为在模型中没有表达这些特性,所以很难保证结果的准确性。Wang 和王振林<sup>[6-7]</sup>考虑了厚度有效性,并绘出了位移破损边界曲线,但没有将这项工作继续深入研究下去。

在缓冲本构模型中,为了便于得到优化的包装结构,胡强<sup>[8]</sup>提出了发泡聚苯乙烯的本构关系,高德团队建立了瓦楞纸板<sup>[9-10]</sup>、发泡聚乙烯<sup>[11]</sup>等材料的动态本构关系。在这些缓冲材料的本构关系中,考虑了缓冲材料在压实阶段应力急剧上升的特性,避免了缓冲材料厚度无限性。但这些函数本构关系式复杂,不便于识别函数中的参数结果。

为了能让数值模拟与理论模型在包装动力学运用中,避免出现缓冲材料厚度无极限,文中引入分段性限制性条件,并运用到缓冲包装动力学响应中。提出的方法已避免了缓冲材料厚度无极限,可使包装动力学求解工作变得可靠且易操作。

**收稿日期:** 2013-05-08

**作者简介:** 郑皓华(1972-),男,南昌人,南昌大学副教授、硕士生导师,主要从事视觉传达设计和装饰材料与表现的教学与研究。

## 1 缓冲材料厚度有限性动力学模型

质量为  $m$  的包装物品在运输或在人工装卸过程中,若从高度为  $H$  的地方跌落,这时包装物品开始压缩缓冲材料,以吸收外界能量,达到保护物品的目的,力学示意图见图 1。

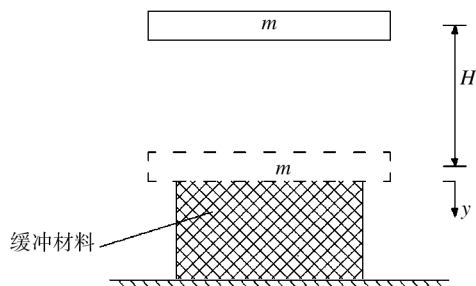


图 1 缓冲包装系统示意

Fig. 1 Schematic diagram of cushion packaging system

若已知缓冲材料本构关系  $\sigma = f(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ , 在这里,  $\sigma$  为名义应力,  $\varepsilon$  为名义应变,  $\dot{\varepsilon}$  为对应的名义应变率, 就可以得到包装系统的动力学方程<sup>[12-15]</sup>:

$$m\ddot{y} + Af\left(\frac{y}{h}, \frac{\dot{y}}{h}\right) = 0 \quad (1)$$

$$y(0) = 0; \dot{y}(0) = \sqrt{2gH} \quad (2)$$

式中:  $A$  为缓冲材料的面积;  $h$  为缓冲材料厚度;  $g$  为重力加速度 ( $9.8 \text{ m/s}^2$ );  $H$  为跌落高度。

缓冲材料都有压缩极限  $\varepsilon_b$ , 一旦达到这个位置, 缓冲材料的应力就会无穷大。基于此, 在动力学响应求解过程中, 加入这一限制性条件, 如下述:

$$f = \begin{cases} f\left(\frac{y}{h}, \frac{\dot{y}}{h}\right) & \frac{y}{h} \leq \varepsilon_b \\ \tan\left(\frac{\pi}{2} - r\right) & \frac{y}{h} > \varepsilon_b \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $r$  取很小的一个正数, 用以控制缓冲材料的支反力接近无穷大的程度。

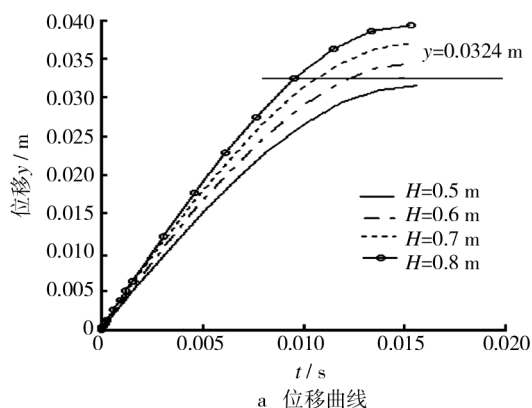
## 2 算例分析

举几个实例, 验证所提出方法的可靠性。

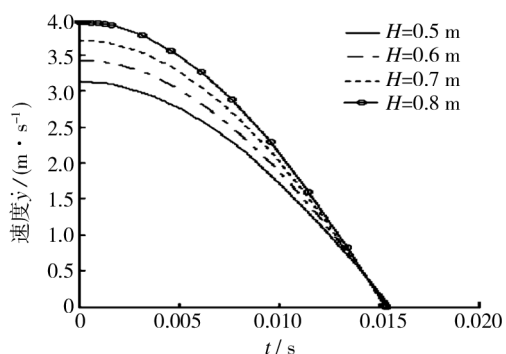
例 1: 一包装系统质量  $m = 8 \text{ kg}$ , 立方非线性缓冲材料应力-应变关系为  $\sigma = (0.3\varepsilon + 0.05\varepsilon^3) \text{ MPa}$ , 缓冲材料厚度  $h = 0.04 \text{ m}$ , 面积  $A = 0.01 \text{ m}^2$ , 缓冲材料压缩极限  $\varepsilon_b = 0.81$ 。跌落高度  $H$  为  $0.5, 0.6, 0.7, 0.8 \text{ m}$ ,

求缓冲材料的响应, 并求出在跌落高度  $H = 0.9 \text{ m}$ ,  $G_m = 100 \text{ g}$ ,  $n_s = 1.05$  下优化的包装结构。

在未考虑限制条件下, 求解吸收能量系统的位移、速度曲线, 分别见图 2a, b。在跌落高度为  $0.6$ ,



a 位移曲线



b 速度曲线

图 2 立方非线性系统响应曲线(未考虑限制条件)

Fig. 2 Response curves of cubic nonlinear system without considering restricted condition

$0.7$  及  $0.8 \text{ m}$  条件下, 位移曲线中, 位移  $y$  的变化范围超出了极限位置  $y = 0.0324 \text{ m}$ 。上述现象是由于在本构模型中, 没有表达缓冲材料在达到极限位置时应力接近无穷大的现象。图 2b 为包装系统速度变化曲线, 在这里仅取包装物品压缩缓冲材料过程阶段的变化。

考虑限制条件后, 在跌落高度为  $0.5 \text{ m}$  时, 包装系统响应与未考虑限制条件时相同, 但包装系统的在跌落高度为  $0.6, 0.7$  及  $0.8 \text{ m}$  条件下, 见图 3a, 位移达到极限位置  $0.0324 \text{ m}$ , 意味着外界能量不能完全被包装结构所吸收, 这时包装产品要经历较大的冲击而破坏。在图 3b 所示的位移-时间曲线中, 在跌落高度为  $0.6, 0.7$  及  $0.8 \text{ m}$  条件下, 速度曲线均出现了垂直下降的阶段, 这时由于缓冲材料达到了极限位置, 经历接近无穷大的加速度, 反映了实际包装运输的条件, 避免了缓冲材料厚度无极限。

考虑与未考虑限制性条件的优化结果见表 1。

表 1 立方非线性缓冲包装优化参数

Tab.1 Optimization parameter results of cubic nonlinear cushion packaging structure

工况	$A/m^2$	$h/m$	$\ddot{y}_m/g$	$y_m/h$
未考虑限制条件	0.001	0.007	88.97	4.8
考虑限制条件	0.020	0.034	68.30	0.8

未考虑限制性条件时,最大位移与厚度之比为 4.8,这与实际情况是矛盾的,得出的结果不正确,这是由于未考虑位移达到极限位置其应力接近无穷大的特点造成的。引入限制性条件时,最大位移与厚度之比为 0.8,也未超出极限应变,得出的最大加速度 88.3 g 小于易损度。

取  $r=10^{-9}$ ,结合式(2)和(3),得到包装系统的位移、速度曲线,见图 3。

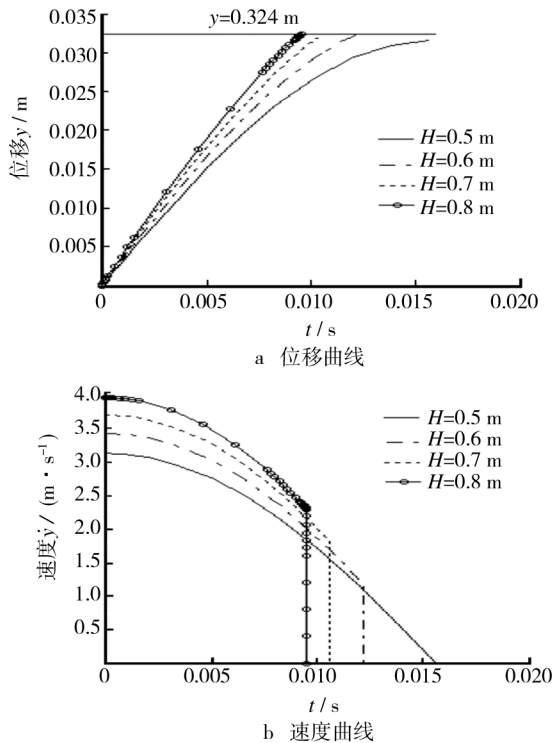
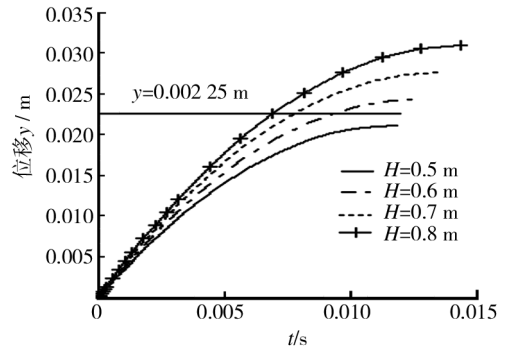


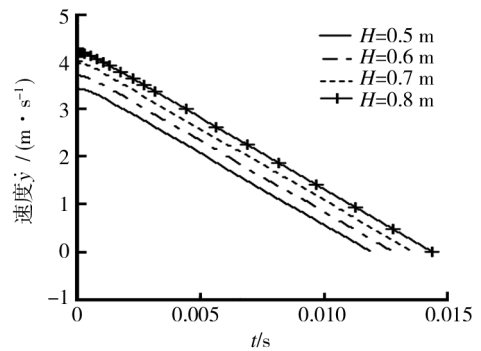
图 3 立方非线性系统响应曲线(考虑限制条件)

Fig.3 Response curves of cubic nonlinear system considering restricted condition

例 2:双曲正切非线性包装系统,质量  $m=10$  kg,缓冲材料应力-应变关系为  $\sigma=0.2 \tanh(13.5 \varepsilon)$  MPa,缓冲材料厚度  $h=0.03$  m,面积  $A=0.015$  m<sup>2</sup>,缓冲材料缓冲材料压缩极限  $\varepsilon_0=0.75$ 。图 4 为跌落高度  $H$  为 0.6,0.7,0.8,0.9 m 时,得到的缓冲材料的响应。当  $H=0.8$  m,  $G_m=90$  g,  $n_s=1.05$  时,优化的包装结构见表 2。



a 位移曲线



b 速度曲线

图 4 双曲正切非线性系统响应曲线(未考虑限制条件)

Fig.4 Response curves of hyperbolic tangent nonlinear system not considering restricted condition

表 2 双曲正切非线性缓冲包装优化参数

Tab.2 Optimization parameter results of hyperbolic nonlinear cushion packaging structure

工况	$A/m^2$	$h/m$	$\ddot{y}_m/g$	$y_m/h$
考虑限制条件	0.023	0.025	46.9	0.73

图 4 与图 5 所示的缓冲材料的响应,在跌落高度大于 0.7 m 时,出现了位移达到缓冲材料的压缩极限。得出与图 2、图 3 所反映的规律,有效地避免了缓冲材料厚度无极限。以上 2 个算例,均是特殊的非线性缓冲包装系统,由于未反映材料在接近压缩极限时,缓冲材料应力趋向无穷大,不可避免地出现了缓冲材料厚度无极限。当引入限制性条件后,就避免了厚度无极限。

由于双曲正切非线性函数曲线有一个平台,即数值不随应变量的增大而增大,若不考虑限制性条件就得不到缓冲包装优化函数。当考虑限制性条件时,得到的优化包装结构见表 2,其缓冲材料最大应变为 0.73,小于材料的压缩极限 0.75。

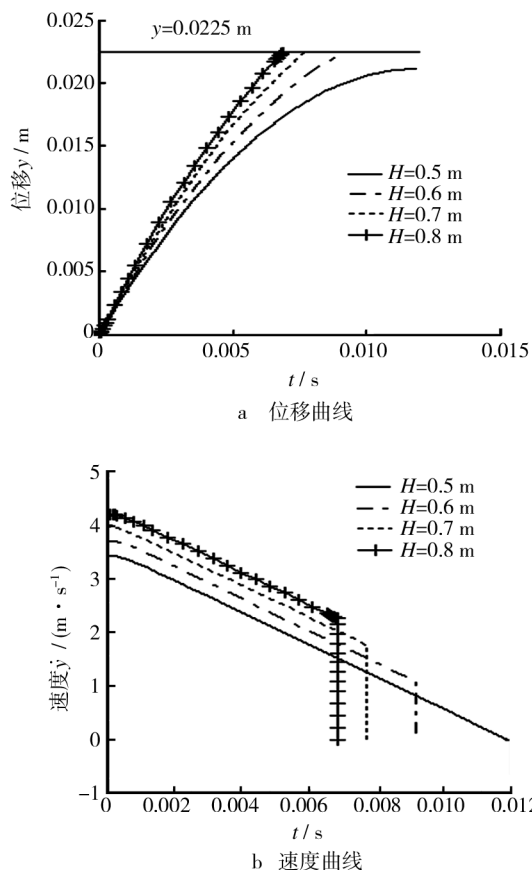


图5 双曲正切非线性系统响应曲线(考虑限制条件)

Fig.5 Response curves of hyperbolic tangent nonlinear system considering restricted condition

表2是在考虑限制条件下的双曲正切包装系统优化设计结果。若不考虑限制条件,由于双曲正切函数有个平台,当缓冲材料厚度越小时,若在同样的跌落条件下,缓冲材料的应变越大,但应力却保持大小不变,根据力等于面积乘以缓冲材料应力,如果面积越小,则力就小。这显然与实际情况相矛盾,同样得不到优化的包装结构。

### 3 结论

理想的立方非线性与双曲正切非线性本构关系,由于未考虑缓冲材料在压缩到压缩极限,缓冲材料应力接近无穷大的事实,出现了缓冲材料的厚度响应超出了缓冲材料厚度的错误情况,即厚度无极限现象。引入正切函数修正材料本构关系,就克服了上述问题,否则就得出真实的优化结构。对于正切非线性函数所描述的缓冲材料本构关系,不需再引入修正,

就能避免厚度无极限的现象。

### 参考文献:

- [1] WANG Zhi-wei, JIANG Jiu-hong. Evaluation of Product Dropping Damage Based on Key Component [J]. Packaging Technology and Science, 2010, 23(4): 227-238.
- [2] WANG J, WANG Zhi-wei, LU Li-xin, et al. Three-dimensional Shock Spectrum of Critical Component for Nonlinear Packaging System [J]. Shock and Vibration, 2011, 18(3): 437-445.
- [3] 高德, 卢富德. 具有转动包装系统的正切非线性模型冲击响应研究 [J]. 振动与冲击, 2010, 29(10): 131-136.  
GAO De, LU Fu-de. Shock Response of a Nonlinear Tangent Packaging System with Rotation [J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(10): 131-136.
- [4] 高德, 卢富德. 考虑转动的双曲正切与正切组合模型缓冲系统冲击响应研究 [J]. 振动工程学报, 2012, 25(1): 6-11.  
GAO De, LU Fu-de. The Shock Response of Hyperbolic Tangent and Tangent Comprehensive Model on Cushion System Considering Rotary Motion [J]. Journal of Vibration Engineering, 2012, 25(1): 6-11.
- [5] GAO De, LU Fu-de. Study on Shock Response of Cushion Packaging System Based on Combined Model Using Hyperbolic Tangent and Tangent Functions with Consideration of Rotation Effect [J]. Applied Mechanics and Materials, 2012, 101-102: 1161-1166.
- [6] WANG Zhen-lin, WU Chang-fu, XI De-chang. Damage Boundary of a Packaging System under Rectangular Pulse Excitation [J]. Packaging Technology and Science, 1998, 11(4): 189-202.
- [7] 王振林, 吴长富, 奚德昌. 物品包装系统位移损坏边界 [J]. 振动工程学报, 1998, 11(4): 434-441.
- [8] 胡强, 童忠纺. 泡沫塑料包装衬垫缓冲性能建模 [J]. 振动工程学报, 1990, 3(3): 9-16.
- [9] 高德, 王振林, 陈乃立, 等. B楞双层瓦楞纸板衬垫平压缓冲动态性能建模 [J]. 振动工程学报, 2001, 14(2): 172-177.  
GAO De, WANG Zhen-lin, CHEN Nai-li, et al. The Dynamic Modeling of Flat Compression Cushion Made up of B-flute Double-wall Corrugated Fibreboard [J]. Journal of Vibration Engineering, 2001, 14(2): 172-177.
- [10] 卢富德, 高德. C楞瓦楞纸板动态缓冲模型及应用 [J]. 功能材料, 2012, 43(1): 39-41.  
LU Fu-de, GAO De. Cushion Model and Its Application of C

- flute Corrugated Paperboard[J]. Journal of Functional Materials, 2012, 43(1):39-41.
- [11] 高德, 卢富德. 聚乙烯缓冲材料多自由度跌落包装系统优化设计[J]. 振动与冲击, 2012, 31(3):69-72.  
GAO De, LU Fu-de. Optimization Design of MDOF Package Cushioning System Made of Polyethylene[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(3):69-72
- [12] 卢富德, 陶伟明, 高德. 串联缓冲系统冲击响应与结构优化分析[J]. 浙江大学学报(工学版), 2012, 46(10):1773-1777.  
LU Fu-de, TAO Wei-ming, GAO De. Impact Response of Series Cushioning System and Structure Optimization Analysis[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2012, 46(10):1773-1777.
- [13] 卢富德, 高德. 考虑蜂窝纸板箱缓冲作用的产品包装系统跌落冲击研究[J]. 振动工程学报, 2012, 25(3):335-341.  
LU Fu-de, GAO De. Study on Drop Impact of Packaging System Considering the Cushioning Action of Honeycomb Paperboard Box [J]. Journal of Vibration Engineering, 2012, 25(3):335-341.
- [14] 卢富德, 陶伟明, 高德. 串联缓冲结构压缩响应虚拟质量分析[J]. 浙江大学学报(工学版), 2012, 46(8):1431-1436.  
LU Fu-de, TAO Wei-ming, GAO De. Compression Responses of Series Cushioning Structures by a Virtual Mass Method[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2012, 46(8):1431-1436.
- [15] 卢富德, 陶伟明, 高德. 瓦楞纸板串联缓冲系统动力学响应[J]. 振动与冲击, 2012, 31(21):30-32.  
LU Fu-de, TAO Wei-ming, GAO De. Dynamic Response of a Series Cushioning Packaging System Made of Multi-layer Corrugated Paperboard[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(21):30-32.

~~~~~  
(上接第9页)

### 3 结论

在随机振动条件下, 不同加速度、频率和应力对蜂窝纸板振动传递率的影响不大, 蜂窝纸板的振动传递率是固定不变的。利用随机振动实验得出的结论更加贴近工程实际, 这对蜂窝纸板缓冲包装的推广应用具有重要的意义。

#### 参考文献:

- [1] 张改梅. 蜂窝纸板振动传递性能试验研究[J]. 包装工程, 2002, 23(2):18-20.  
ZHANG Gai-mei. Research on Vibration Transformation of Honeycomb Board [J]. Packaging Engineering, 2002, 23(2):18-20.
- [2] 朱大鹏, 赵跃利. 蜂窝纸板振动传递特性的试验研究与建模[J]. 兰州交通大学学报, 2012, 31(4):78-81.  
ZHU Da-peng, ZHAO Yue-li. Experimental Study and Modeling of Vibration Transmissibility Properties of Honeycomb Fireboard [J]. Journal of Lanzhou Jiaotong University, 2012, 31(4):78-81.
- [3] GUO Yan-feng, ZHANG J H. Shock Absorbing Characteristics and Vibration Transmissibility of Honeycomb Paperboard[J]. Shock and Vibration, 2004, 11(5):521-531.  
[4] 朱大鹏, 周世生, 张志昆. 蜂窝纸板动态特性建模与参数识别[J]. 振动与冲击, 2010, 29(4):213-217.  
ZHU Da-peng, ZHOU Shi-sheng, ZHANG Zhi-kun. Dynamic Properties Modeling and Parameter Identification for a Honeycomb Fibreboard [J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(4):213-217.
- [5] WANG Dong-mei, WANG Zhi-wei. Experimental Investigation into the Cushioning Properties of Honeycomb Paperboard[J]. Packaging Technology and Science, 2008, 21(1):309-316.
- [6] 郭彦峰, 朱大鹏. 蜂窝纸板振动传递特性测试分析[J]. 包装工程, 2003, 24(1):12-13.  
GUO Yan-feng, ZHU Da-peng. Test and Analysis of Vibration Transmissibility of Honeycomb Paperboard[J]. Packaging Engineering, 2003, 24(1):12-13.
- [7] 孟宪文, 李连进. 蜂窝纸板的隔振缓冲性能测试[J]. 包装工程, 2006, 27(5):72-73.  
MENG Xian-wen, LI Lian-jin. Test of Vibration Isolation and Buffering Capability of Honercomb Cardboard [J]. Packaging Engineering, 2006, 27(5):72-73.
- [8] 陈琼, 吕原君. 粘结胶水的长度对蜂窝纸板振动特性的影响[J]. 包装工程, 2009, 30(3):42-44.  
CHEN Qiong, LYU Yuan-jun. Influence the Length of Assembly Glue on Vibration Characteristic of Honeycomb Paperboard[J]. Packaging Engineering, 2009, 30(3):42-44.