

考虑摩擦效应的包装件跌落冲击响应研究

许富华^{1,2}, 武剑锋^{1,2}, 陈思佳², 许晨光²

(1. 太原科技大学, 太原 030024; 2. 浙江大学宁波理工学院, 宁波 315100)

摘要: **目的** 研究考虑摩擦效应的单自由度包装件系统的跌落冲击动力学过程。**方法** 考虑摩擦力为常数和三次非线性函数的2种干摩擦模型,分析2种干摩擦模型下摩擦力参数对于产品最大加速度以及位移响应的影响。**结果** 库仑干摩擦力对于产品的响应影响可以忽略不计,当缓冲材料的刚度较小时,三次非线性干摩擦模型对产品的最大加速度以及位移响应能够产生一定的影响,摩擦常系数 r 越大,产品响应频率越快,响应周期越短,此时摩擦力不能忽略。**结论** 通过对不同的摩擦模型进行分析,所产生的影响不同,为考虑摩擦效应的包装件跌落冲击响应研究提供一些理论依据。

关键词: 干摩擦; 包装件; 响应; 三次非线性

中图分类号: TB485.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2015)19-0033-05

Dropping Impact Response Research of Package Considering Frictional Effects

XU Fu-hua^{1,2}, WU Jian-feng^{1,2}, CHEN Si-jia², XU Chen-guang²

(1. Taiyuan University of science and Technology, Taiyuan 030024, China;

2. Ningbo Institute of Technology, Zhejiang University, Ningbo 315100, China)

ABSTRACT: The aim of this work was to study the dropping impact dynamics of a package system with single degree of freedom considering the effect of friction. Considering two dry friction models, the constant friction model and the cubic nonlinear friction model, the effects of friction parameters in the two dry friction models on the maximum acceleration and displacement response were analyzed. The result showed that the effect of Coulomb dry friction on the response of the product could be ignored. When the stiffness of the cushioning material was low, the cubic nonlinear dry friction model had a certain effect on the maximum acceleration and displacement response of the product. The larger the friction constant r , the higher the product response frequency and the shorter the response cycle. The friction effect could not be ignored under this condition. The effects generated by analysis with different friction models were different, this provides some theoretical reference for the study on package dropping impact response considering the friction effect.

KEY WORDS: dry friction; package; response; cubic nonlinear

包装物品在物流、搬运过程中的损坏问题是机械结构动力学领域研究的一个热点,为了保护产品在物流运输、搬运过程中的安全,通常会在产品周围设计一层缓冲包装结构,以吸收整个包装件在振动、跌落冲击状况下的能量。虽然缓冲包装结构能在振动、冲击状况下吸收大部分能量,起到保护产品的作用,然而缓冲材料与产品表面的摩擦磨损问题却是一个不

可忽略的问题^[1-2]。同时,摩擦力所产生的阻尼效果也能在一定程度上影响产品的动力学响应^[3]。

由于缓冲包装材料的法向和切向缓冲特性及粘滞曲线存在差异,因而非线性缓冲包装材料在振动、冲击作用下,被包装物品的受迫振动与侧边缓冲包装材料的回复速度不一致,导致在接触时摩擦力产生阻尼作用。缓冲包装材料常具有粘弹性,在振动或冲击

收稿日期: 2015-02-04

作者简介: 许富华(1989—),男,河北张家口人,太原科技大学硕士生,主攻包装动力学。

通讯作者: 许晨光(1977—),男,福建晋江人,浙江大学宁波理工学院讲师,主要研究方向为缓冲包装动力学。

作用下与被包装物品接触过程中,包装物品与缓冲材料的界面摩擦相对速度梯度变化很大,摩擦过程中的粘滞效应可能被急剧放大,引起被包装物品的加速度变化,从而成为加速度考虑因素耦合入动力学方程中。在缓冲包装动力学研究中,缓冲材料与包装物品间的摩擦效应不容忽略。佟富强^[4-5]指出,缓冲材料的阻尼作用实际上由两部分构成,一部分是跟速度有关的粘滞阻尼;另一部分则是跟速度无关的干摩擦效应,并在干摩擦力为常数时对产品最大加速度的影响进行了理论分析。目前,在缓冲材料对包装物品表面的摩擦磨损,以及缓冲材料与产品表面摩擦对系统动力学特性的影响等方面国内外研究甚少。

干摩擦作为摩擦学研究领域的一个重要分支,近年来得到了迅速发展^[6-10],各种干摩擦阻尼器在结构的减振以及噪声的抑制中得到了大量应用。特别是金属橡胶材料制成的干摩擦阻尼减振器,其干摩擦模型具有典型的三次非线性位移特性,在理论上和实验上都取得了一定的成果^[10-15]。

为了明确干摩擦效应对包装件动力学特性的具体影响,文中将对干摩擦力为常数以及三次函数的2种单自由度包装系统的动力学特性进行研究,分析缓冲材料与产品侧面的摩擦力对于包装物品最大加速度和位移响应的影响。

1 系统动力学方程

已知图1所示单自由度包装系统,产品为均质刚体,其质量为 m ;缓冲包装材料为线弹性材料,弹性系数为 k ,阻尼系数为 c 。设产品与包装材料的摩擦力为 F_s ,则产品的动力学方程可以表示为:

$$m\ddot{x} + \dot{c} + kx + F_s = 0 \quad (1)$$

将式(1)进一步变化可得:

$$\ddot{x} + 2\omega\xi\dot{x} + \omega^2x = -F_s/m \quad (2)$$

式中: ξ 为相对阻尼系数, $\xi=c/2\sqrt{km}$; ω 为圆频率, $\omega^2=k/m$ 。

当不考虑摩擦力时,方程(2)就退化为包装件自由振动时的动力学方程,即:

$$\ddot{x} + 2\omega\xi\dot{x} + \omega^2x = 0 \quad (3)$$

2 库仑干摩擦模型

2.1 最大响应加速度

若产品与包装材料之间的摩擦符合库仑摩擦,则:

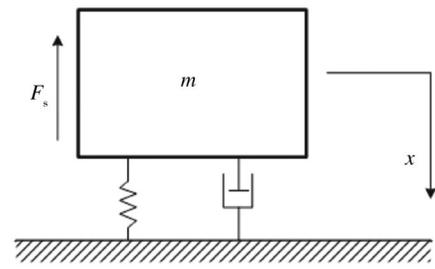


图1 包装件力学模型

Fig.1 Mechanical model of the package

$$F_s = fF_N \quad (4)$$

式中: f 为产品表面与包装材料之间的动摩擦系数; F_N 为产品与包装材料之间的正压力。当给定初始条件时,两者都是常数。

对于该非齐次方程(2),其通解可以表示为相应的齐次方程(3)的通解 x_1 和方程(2)的一个特解 x_2 组成,即:

$$x = x_1 + x_2 \quad (5)$$

对于方程(3)的通解 x_1 ,考虑到缓冲包装材料通常为弱阻尼情况,即 $\xi < 1$,因此有:

$$x_1 = e^{-\xi\omega t} (B\cos\sqrt{1-\xi^2}\omega t + D\sin\sqrt{1-\xi^2}\omega t) \quad (6)$$

式中: B, D 为常数。

对于方程(2)的特解 x_2 ,有:

$$x_2 = -F_s/k \quad (7)$$

于是,

$$x = e^{-\xi\omega t} (B\cos\sqrt{1-\xi^2}\omega t + D\sin\sqrt{1-\xi^2}\omega t) - F_s/k \quad (8)$$

初始时刻, $x_0=0, \dot{x}_0 = \sqrt{2gH}$ 代入式(8)中可得:

$$x = e^{-\xi\omega t} \left[\frac{F_s}{k} \cos\sqrt{1-\xi^2}\omega t + \left(\frac{F_s\xi\omega + k\sqrt{2gH}}{k\omega\sqrt{1-\xi^2}} \right) \sin\sqrt{1-\xi^2}\omega t \right] - \frac{F_s}{k} \quad (9)$$

式(9)也可表示为:

$$x = Ae^{-\xi\omega t} \sin(\sqrt{1-\xi^2}\omega t + \alpha) - F_s/k \quad (10)$$

其中:

$$A = \frac{\sqrt{F_s^2\omega^2 + 2gHk^2 + 2F_s\xi\omega k\sqrt{2gH}}}{k\omega\sqrt{1-\xi^2}} \quad (11)$$

$$\tan\alpha = \frac{F_s\omega\sqrt{1-\xi^2}}{F_s\xi\omega + k\sqrt{2gH}} \quad (12)$$

对式(10)求导可得:

$$\dot{x} = A\omega e^{-\xi\omega t} \cos(\sqrt{1-\xi^2}\omega t + \alpha + \beta) \quad (13)$$

$$\ddot{x} = -A\omega^2 e^{-\xi\omega t} \sin(\sqrt{1-\xi^2}\omega t + \alpha + 2\beta) \quad (14)$$

$$\ddot{\ddot{x}} = -A\omega^3 e^{-\xi\omega t} \cos(\sqrt{1-\xi^2}\omega t + \alpha + 3\beta) \quad (15)$$

其中:

$$\tan \beta = \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (16)$$

显然,当 $\ddot{\ddot{x}} = 0$ 时, \ddot{x} 达到极值,此时

$$\ddot{x}_{\max} = -A\omega^2 \sqrt{1-\xi^2} \exp\left(-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha - 3\beta\right)\right) \quad (17)$$

于是得到产品最大加速度的无量纲值 G_{\max} 为:

$$G_{\max} = \left| \frac{\ddot{x}_{\max}}{g} \right| = \frac{1}{mg} \sqrt{(fF_N)^2 + 2gHkm - fF_Nc \sqrt{2gH}} \cdot \exp\left(-\frac{c}{\sqrt{4mk-c^2}}\left(\frac{\pi}{2} - \arctan \frac{fF_N \sqrt{4mk-c^2}}{fF_Nc + 2mk \sqrt{2gH}} - 3\arctan \frac{c}{\sqrt{4mk-c^2}}\right)\right) \quad (18)$$

2.2 算例分析

2.2.1 摩擦力对产品最大加速度的影响

从式(18)可以发现,产品最大加速度 G_{\max} 与产品质量 m ,缓冲材料的刚度系数 k ,阻尼系数 c ,跌落高度 H ,产品与缓冲材料之间的摩擦系数 f 以及正压力 F_N 都有一定的关系,各参数之间相互耦合,具有较强的非线性,因此各系数对于 G_{\max} 影响的重要程度是缓冲包装结构设计中必须解决的一个问题。对于产品质量、缓冲材料刚度系数、阻尼系数,以及跌落高度这些因素对产品最大加速度的影响目前已有成熟研究,这里主要研究产品与缓冲材料之间的摩擦力对于产品最大加速度的影响。

假设某产品质量 $m=5$ kg,从高度 H 为1 m处自由跌落。缓冲材料刚度系数 $k=0.1$ MN/m,阻尼系数 $c=400$ N·s/m,产品与缓冲材料之间摩擦系数 $f=0.35$ 。对于干摩擦力 F_s ,由于产品表面与缓冲材料之间的摩擦系数恒定,因此干摩擦力的大小与产品侧面和缓冲材料之间的正压力 F_N 成正比。假定其余参数恒定, F_N 为0,30,300,1000 N时,对应的最大加速度 G_{\max} 分别为51.81,51.81,51.83,52.05 N/g,可知 F_N 的变化对于最大加速度影响非常小。当 $F_N=0$ (即不考虑干摩擦力时)时,最大加速度与 $F_N=300$ N时变化非常小。由于通常物品在缓冲包装时产品侧面与缓冲材料之间的正压力都较小,因此可以认为干摩擦力为常数时,其对产品最大加速度的影响可以忽略不计。

2.2.2 摩擦力对产品位移响应的影响

缓冲材料刚度系数 $k=0.1$ mN/m,阻尼系数 $c=400$ N·s/m时的库仑干摩擦力模型下,产品的位移响应曲线见图2a。当缓冲材料刚度系数 $k=2 \times 10^4$ N/m,阻尼系数 $c=12$ N·s/m时产品的位移响应曲线见图2b。显然,无论哪种缓冲包装材料,摩擦力对于产品响应的的影响非常小,摩擦力可以忽略不计。

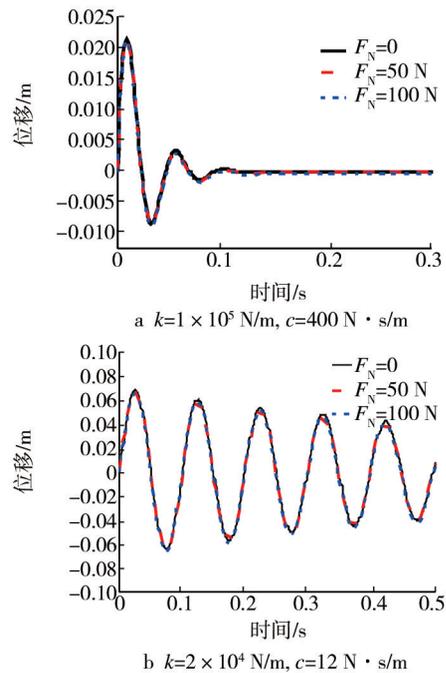


图2 库仑干摩擦模型下产品的位移响应曲线

Fig.2 The displacement response curve of the product under Coulomb dry friction model

3 三次非线性干摩擦模型

3.1 最大响应加速度

在对库仑干摩擦模型的研究中发现,由于通常物品在缓冲包装时产品侧面与缓冲材料之间的正压力都较小,因此干摩擦力为常数时其对产品的最大加速度的影响可忽略不计。实验表明,缓冲材料的弹性力与变形的关系均呈现非线性特性,比较常见的有三次函数特性关系。在该函数特性下,干摩擦力 F_s 可以表示为:

$$F_s = rx^3 \quad (19)$$

式中: r 为跟缓冲材料有关的常系数(N/m³)。于是式(1)可以表示为:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -rx^3 \quad (20)$$

对于式(20),由于无解析解,因此为了计算方便,当不计阻尼因素影响时,根据动能定理可以求得:

$$G_{\max} = \frac{\sqrt{\frac{k^2 + 4rmgH}{r}(-k + \sqrt{k^2 + 4rmgH})}}{mg} \quad (21)$$

3.2 算例分析

取产品质量 $m=5$ kg,从高度 H 为 1 m 处自由跌落。缓冲材料刚度系数 $k=10^5$ N/m 时,不同 r 变化对于 G_{\max} 的影响, r 为 0, 0.1, 0.5, 1, 5 MN/m³ 时, G_{\max} 分别为 63.89, 63.93, 64.12, 64.35, 66.16。缓冲材料刚度系数 $k=20$ kN/m 时,不同 r 变化对 G_{\max} 的影响, r 为 0, 0.1, 0.5 MN/m³ 时, G_{\max} 分别为 28.57, 29.09, 31.00, 33.10, 44.40。显然,当 $k=20$ kN/m 时 r 的变化与产品的最大加速度成正比,并且影响较为明显。当 $k=0.1$ MN/m 时, r 的变化则对产品的最大加速度影响较小。在该干摩擦模型下,缓冲材料的刚度系数对于 r 的取值有重要影响,当缓冲材料的刚度系数较小时,干摩擦模型的系数 r 需要较为准确地测得,对产品的最大响应加速度有较大影响;当缓冲材料的刚度系数较大时,产品的最大响应加速度跟 r 关系不大。

取产品质量 $m=5$ kg,从高度 $H=1$ m 处自由跌落。当 $k=0.1$ MN/m, $c=400$ N·s/m 时,三次非线性干摩擦模型下,产品的位移响应曲线见图 4a。在该缓冲包装材

料下,常系数 r 对产品的响应则基本没有影响。当 $k=20$ kN/m, $c=12$ N·s/m 时,三次非线性干摩擦模型下,产品的位移响应曲线见图 4b。从图 4b 中可以发现,在该缓冲包装材料下,常系数 r 对产品的响应频率有较大影响, r 越大,产品响应频率越快,响应周期越短,对产品的响应幅值影响则很小。由此可得,若缓冲包装材料刚度较小时,考虑摩擦力的三次非线性特性是有必要的。

4 结语

对考虑摩擦的单自由度包装系统的动力学模型进行了研究,从库仑干摩擦和三次非线性干摩擦 2 种摩擦模型入手分析了摩擦参数对产品最大响应加速度和位移响应的影响。通过计算分析发现,库仑干摩擦力对产品的响应影响可以忽略不计。当缓冲材料的刚度较小时,三次非线性干摩擦模型对产品的最大加速度和位移响应能产生一定影响, r 越大,产品响应频率越快,响应周期越短,此时摩擦力不能忽略。

参考文献:

- [1] 罗霞,张永振,陈跃,等. 材料高速干摩擦的研究现状及其发展[J]. 润滑与密封, 2005, 168(2): 179—182.
LUO Xia, ZHANG Yong-zhen, CHEN Yue, et al. The Present Situation and Development of High Speed Dry Friction[J]. Lubrication Engineering, 2005, 168(2): 179—182.
- [2] 贾均红,陈建敏,周惠娣,等. 碳纤维增强聚四氟乙烯复合材料在干摩擦和水润滑条件下的摩擦学行为对比研究[J]. 摩擦学学报, 2004, 24(1): 16—20.
JIA Jun-hong, CHEN Jian-min, ZHOU Hui-di, et al. Comparative Study of Tribological Behavior of Carbon Fiber Reinforced Polytetrafluoroethylene Composites at Dry and Water Lubricated Sliding Against Stainless Steel[J]. Tribology, 2004, 24(1): 16—20.
- [3] 张有强,丁旺才. 干摩擦对碰撞振动系统周期运动的影响分析[J]. 振动与冲击, 2009, 28(6): 110—112.
ZHANG You-qiang, DING Wang-cai. Study on Effect of Dry Friction on Periodic Motion of Impact Vibration System[J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(6): 110—112.
- [4] 佟富强. 干摩擦对临界阻尼状态缓冲特性的影响[J]. 包装工程, 1997, 18(4): 1—4.
TONG Fu-qiang. Effect of Dry Friction and Critical Damping on Cushioning Character[J]. Packaging Engineering, 1997, 18(4): 1—4.
- [5] 佟富强. 粘滞阻尼和干摩擦对物品包装跌落冲击的最大加速度的影响[J]. 包装工程, 1999, 20(4): 7—9.

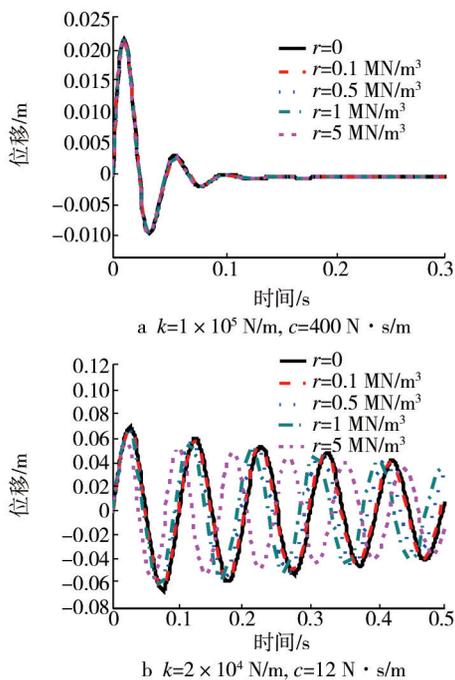


图3 三次非线性干摩擦模型下产品的位移响应

Fig.3 The displacement response of the product under cubic non-linear dry friction model

- TONG Fu-qiang. Velocity Damping and Dry Friction on the Falling Packed Pieces' the Largest Impact Acceleration Effect [J]. Packaging Engineering, 1999, 20(4): 7—9.
- [6] 文明,王新芳,张维奇,等. 阻尼及三次非线性因素对具有调谐质量阻尼器的干摩擦隔振系统性能影响的研究[J]. 振动与冲击, 2006, 25(2): 152—154.
- WEN Ming, WANG Xin-fang, ZHANG Wei-qi, et al. Research on the Influence of Damping and Cubic Non-linear Factor on Dry Friction Isolation System with Tuned Mass Damper[J]. Journal of Vibration and Shock, 2006, 25 (2) : 152—154.
- [7] 刘桥,贺科学,黄协清. 含三次非线性位移的粘性阻尼干摩擦隔振系统振动特性的实验研究[J]. 振动与冲击, 2007, 26 (3): 135—138.
- LIU Qiao, HE Ke-xue, HUANG Xie-qing. Experimental Study on a Vibration Isolation System with Viscous Damping and Cubic Nonlinear Displacement[J]. Journal of Vibration and Shock, 2007, 26(3) : 135—138.
- [8] FANG Hong-bin, XU Jian. Stick-slip Effect in a Vibration-driven System with Dry Friction; Sliding Bifurcations and Optimization[J]. Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME, 2014, 81(5): 051001.
- [9] 范雨,戴光昊,李琳. 多界面干摩擦系统的减振特性及设计方法研究[J]. 工程力学, 2014, 31(3): 237—246.
- FAN Yu, DAI Guang-hao, LI Lin. Multiple Interface Damping Characteristics and Design Method of Dry Friction System Research[J]. Engineering Machine, 2014, 31(3): 237—246.
- [10] 卢富德,高德. 考虑蜂窝纸板箱缓冲作用的产品包装系统跌落冲击研究[J]. 振动工程学报, 2012, 25(3): 335—341.
- LU Fu-de, GAO De. Study on Drop Impact of Packaging System Considering the Cushioning Action of Honeycomb Paperboard Box[J]. Journal of Vibration Engineering, 2012, 25 (3): 335—341.
- [11] WANG zhao-xia, GAO De, XU Wen-cai. Effect of Coupling on the Mechanical Properties of Calcium Carbonate-Plastic Composite Packaging Materials[J]. Applied Mechanics and Materials, 2012, 200: 321—324.
- [12] SEK M A, MINETT M, ROUILLARD V, et al. A New Method for the Determination of Cushion Curves[J]. Packaging Technology and Science, 2000, 13: 249—255.
- [13] ROUILLARD V, SEK M A. Behaviour of Multi-layered Corrugated Paperboard Cushioning Systems under Impact Loads [J]. Applied Mechanics and Materials, 2007, 43: 345—347.
- [14] WULLSCHLEGER L, MEYER-PIENING H R. Buckling of Geometrically Imperfect Cylindrical Shells—definition of a Buckling Load[J]. International Journal of Non-linear Mechanics, 2002, 37(4/5): 45—65.
- [15] WANG D M. Cushioning Properties of Multi-layer Corrugated Sandwich Structures[J]. Sandwich Structures and Materials, 2009, 1(11): 57—66.

(上接第12页)

- WANG Jun, WANG Zhi-wei, LU Li-xin, et al. Generalized Inverse Substructuring Method for Multi-component Coupled Packaging System[J]. Journal of Vibration and Shock, 2014 (7): 58—62.
- [11] 王军,卢立新,王志伟,等. 多级耦合系统界面动态特性预测的间接逆子结构理论[J]. 包装工程, 2011, 32(21): 1—3.
- WANG Jun, LU Li-xin, WANG Zhi-wei, et al. Indirect Inverse Substructure Method for Dynamic Characteristic Prediction of Multi-level Coupled System Interface[J]. Packaging Engineering, 2011, 32(21): 1—3.
- [12] WANG J, HONG X, QIAN Y, et al. Inverse Sub-structuring Method for Multi-coordinate Coupled Product Transport System[J]. Packaging Technology and Science, 2014, 27(5) : 385—408.
- [13] WANG Z W, WANG J. Inverse Substructure Method of Three-substructure Coupled System and Its Application in Product-transport-system[J]. Journal of Vibration and Control, 2011, 17(6): 943—952.
- [14] WANG Zhi-wei, WANG Jun. Inverse Substructure Method of Three-substructure Coupled System and Its Application in Product-transport-system[J]. Journal of Vibration and Control, 2011, 17(6): 943—952.
- [15] GUO R, QIU S, YU Q L, et al. Transfer Path Analysis and Control of Vehicle Structure-borne Noise Induced by the Powertrain[J]. Journal of Automobile Engineering, 2012, 226 (8): 1100—1107.
- [16] 郭荣,裘剡,房怀庆,等. 频域传递路径分析方法(TPA)的研究进展[J]. 振动与冲击, 2013, 32(13): 49—55.
- GUO Rong, QIU Shan, FANG Huai-qing, et al. Advanced in Studying on Transfer Path Analysis Method in Frequency Domain[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32 (13) : 49—55.