

微振动输送中圆盘型压电振子的动力学分析

姜荔, 孙智慧, 晏祖根

(哈尔滨商业大学, 哈尔滨 150028)

摘要:目的 研究压电陶瓷振动给料器的双晶片压电振子, 求出其力学表达式, 为振动给料器的双压电晶片的优化设计奠定理论基础。方法 以螺旋式压电振动给料器的圆盘型压电振子为例, 对圆盘型压电双晶片进行动力学分析, 建立振动模型及动力学方程, 对激振力进行求解。结果 运用 Rayleigh-Ritz 法推导出在简支边界条件下, 双压电晶片振子的弯曲振动的共振频率以及激振力表达式, 得出最大误差出现在 160 V 处, 理论计算与实验验证数据的误差为 10% 左右, 有限元分析与实验验证数据的误差为 5% 左右。结论 通过实验可以看出在实际应用中, 要综合考虑其电压输入与压电陶瓷层的变形程度, 选择最佳的电能输入, 才能使压电双晶片获得最大的激励位移。

关键词: 压电振子; Rayleigh-Ritz 法; 共振频率; 有限元分析

中图分类号: TB486 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2016)07-0013-04

Dynamics Analysis of Disc Type Piezoelectric Vibrator during Micro Vibration Transportation

JIANG Li, SUN Zhi-hui, YAN Zu-gen

(Harbin University of Commerce, Harbin 150028, China)

ABSTRACT: This experiment aimed to investigate the bimorph piezoelectric vibrator of piezoelectric ceramic vibration feeder and propose the mechanical expression so as to lay a theoretical foundation for optimization design. Taking disk piezoelectric oscillator of spiral type piezoelectric vibration feeder as an example, the dynamic analysis was carried out on the disc-type double piezoelectric wafer, the vibration model and the dynamic equation were established for solving vibration force. Using Rayleigh Ritz method, the resonant frequency of the bending vibration of bimorph oscillator and the exciting force expressions were deduced under the simply supported boundary conditions. It was concluded that the maximum error appeared at 160 V, the error between the theoretical calculation and the experimental verification of data was about 10%, the error between the finite element analysis and the experiment validation data was about 5%. Through the experiment, it was concluded that, in practice, the input voltage of the piezoelectric layer and the deformation degree should be equally considered and the best power input should be selected to achieve maximum displacement of the double piezoelectric wafer.

KEY WORDS: piezoelectric vibrator; Rayleigh Ritz method; resonance frequency; finite element analysis

在现代包装技术中, 振动输送是一种先进的物料整理输送技术^[1]。日本在包装机械的研究方面处在世界的领先地位, 在 1982 年, 日本的特殊陶业株式会社

就申请了压电式振动给料器的专利, 其后 20 年间, 藤井隆良等^[2]申请了不同结构形式的压电振动给料器专利。国内对包装机械的研究起步较晚, 2003 年至今,

收稿日期: 2015-07-23

基金项目: 哈尔滨商业大学研究生创新科研资金(YJSCX2014-298HSD); 黑龙江省教育厅科技基金(12541186)

作者简介: 姜荔(1990—), 男, 山东莱西人, 哈尔滨商业大学硕士生, 主攻包装机械设计理论及智能化。

通讯作者: 孙智慧(1962—), 男, 辽宁人, 哈尔滨商业大学教授、博士生导师, 主要研究方向为包装机械设计理论及智能化。

吉林大学杨志刚教授等设计出垂直驱动式压电振动给料装置^[3]、垂直双驱动式压电振动给料装置^[4]、惯性式压电振动给料装置^[5]、Z型弹簧片压电振动给料装置^[6]、横推式压电振动给料装置^[7]以及压电双晶片水平布置式给料装置^[8]。国内外压电振动给料装置所选用的压电振子有圆形压电振子、矩形压电振子等,压电振子的安装有直接和板簧联接在一起,也有安装在料盘下方等方式。目前,国内外在压电振子的动力学分析中,仅仅将激振力简化成一个经验公式进行振动分析,对激振力的理论计算很少有人进行深入研究。文中以包装机械中的螺旋式压电振动给料器的圆盘型压电振子为例,进行动力学分析,对圆盘式压电振子的激振力进行研究,为压电振动给料器的设计提供理论支撑。

1 圆盘型压电双晶片振子的动力学模型

某型号螺旋式压电振动给料器的简图见图1,该装置的激振力是由圆盘式压电振子产生,实现微小包装物料的整理和输送,文中主要研究压电振子的振动问题。



图1 螺旋式压电振动给料器结构

Fig.1 Structure diagram of screw-type piezoelectric vibration feeder

2 双压电晶片振子的力学分析

周边固定支撑方式圆形压电双晶片见图2。压电陶瓷双晶片半径为30 mm,厚度为1 mm,中间金属层厚度为5 mm。电源采用专用的压电陶瓷电源,其参数为:输出电压范围为-10~150 V;峰值输出电流为0.5 A;输出电压分辨率为5 mV;正弦频率响应为2.2 kHz;过滤保护电流为0.5 A;供电电压(Ac)为220 V ± 10%;输入功率小于100 W。通电后,双压电晶片发生形变,产生的弯曲变形见图2,最大位移产生于中间弯曲变形处。文中就是研究最大位移对应的激振力及其激

振电压。首先对这一复合板的结构进行理论计算与仿真建模,求出电压和激振力之间的关系,为以后对螺旋式压电振动给料器的优化设计和试验研究提供了理论依据和指导。

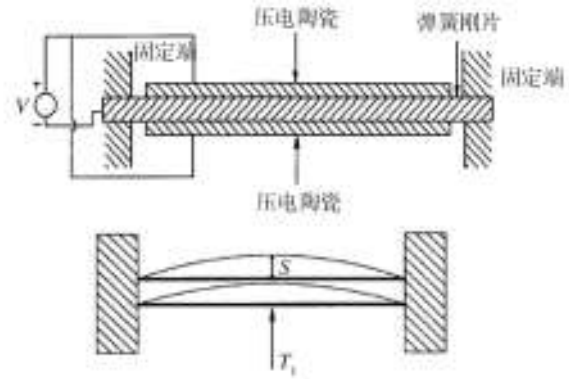


图2 陶瓷双晶片通电变形

Fig.2 Deformation diagram of ceramic electric double chip

根据压电螺旋式振动给料器所用的双压电晶片振子的具体结构形式,对其进行理论建模。取柱坐标的平面与金属层的中间位置重合,上下双晶片对称^[9]。则可以构建出金属层和陶瓷层的本构方程,联立可得陶瓷层的本构方程:

$$\begin{cases} T_1 = -\frac{EZ}{1-\mu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{u}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) - \frac{g_{31}E}{1-\mu} D_3 \\ T_2 = -\frac{EZ}{1-\mu^2} \left(\mu \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) - \frac{g_{31}E}{1-\mu} D_3 \\ e_3 = \frac{g_{31}EZ}{1-\mu} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \overline{\beta}_{33} D_3 \end{cases} \quad (1)$$

式中: T_1 为陶瓷层径向应力分量; T_2 为陶瓷层环向应力分量; E 为金属的弹性模量; μ 为金属的泊松比; $\overline{\beta}_{33} = \beta_{33} + \frac{2g_{31}^2 E}{1-\mu}$; e_3 为 z 方向的电场强度分量; D_3 为 z 方向电位移分量; w 为位移; r 为双压电晶片半径。

e_3 在陶瓷层径向积分,可得:

$$\int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \left[\frac{g_{31}EZ}{1-\mu} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \overline{\beta}_{33} D_{33} \right) \right] dz = U \quad (2)$$

式中: U 为加在双压电晶片上下两侧的电电压。

3 Rayleigh-Ritz 法求解

采用Rayleigh-Ritz法对轴对称双压电晶片振子的激振过程进行求解,其能量方程表示如下:

$$L = U_{\max} - T_{\max} - U_{\text{Emax}} \quad (3)$$

式中: U_{\max} 为系统最大势能; T_{\max} 为系统最大动能; U_{Emax} 为系统最大电能。

3.1 求 $U_{\max}, T_{\max}, U_{E\max}$

在中间部分压电片沿 z 方向的位移是 w_1 , 金属层沿 z 方向的位移是 w_2 , 因为是轴对称问题, 所以 $w_1 = w_1(r), w_2 = w_2(r)$, 则系统总的弹性势能表示如下:

$$U_{\text{总}} = P_1 \int_0^b \left[\left(\frac{d^2 w_1}{dr^2} \right)^2 + \frac{2\mu_1}{r} \frac{d^2 w_1}{dr^2} \frac{dw_1}{dr} + \frac{1}{r^2} \left(\frac{dw_1}{dr} \right)^2 \right] r dr + P_1 \int_a^b \left[\left(\frac{d^2 w_2}{dr^2} \right)^2 + \frac{2\mu_1}{r} \frac{d^2 w_2}{dr^2} \frac{dw_2}{dr} + \frac{1}{r^2} \left(\frac{dw_2}{dr} \right)^2 \right] r dr + P_2 \int_0^b \left[\left(\frac{d^2 w_1}{dr^2} \right)^2 + \frac{2\mu_1}{r} \frac{d^2 w_1}{dr^2} \frac{dw_1}{dr} + \frac{1}{r^2} \left(\frac{dw_1}{dr} \right)^2 \right] r dr + P_3 V \int_0^b \nabla^2 w_1 r dr + P_r \int_0^b (\nabla^2 w_1)^2 r dr \quad (4)$$

式中: $P_1 = \frac{\pi E_1 t_1^3}{12(1-u_1^2)}, P_2 = \frac{\pi E_2 (3b_1^2 + 4t_2^2 + 6t_1 t_2)}{6(1-u_2^2)},$

$$P_3 = \frac{\pi g_{31} E_2 (t_1 + t_2)}{(1-u_2) \beta_{33}}, P_4 = \frac{\pi g_{31} E_2^2 t_2 (t_1 + t_2)^2}{2(1-u_2) \beta_{33}}。$$

系统的电能为:

$$U_E = \frac{\pi b^2 V^2}{\beta_{33} t_2} - P_3 U \int b_0 \nabla^2 w_1 r dr \quad (5)$$

通电后, 受迫振动的位移与激励电压有相同的频率, 即 $w_1 = w_1 e^{i\omega t}, U_{\max} = U_{\text{总}}, U_{E\max} = U_E$, 则 T_{\max} 表示如下:

$$T_{\max} = 2\pi t_2 \rho_p w^2 \int_0^b w_1^2 r dr + \pi t_1 \rho_m w^2 \int_0^b w_1^2 r dr \quad (6)$$

式中: ρ_p 为压电陶瓷的密度; ρ_m 为金属的密度。

为了让函数满足边界条件, 需要选取合适的位移模式函数, 可知弯曲振动的固有频率:

$$\omega^2 = \frac{8P \int_0^a H_1(r) r dr + 8P_2 \int_0^b H_2(r) r dr + 16P_4 \int_0^b H_3(r) r dr}{2\pi t_2 \rho_p \int_0^b H_4(r) r dr + \pi t_1 \rho_m \int_0^a H_4(r) r dr} \quad (7)$$

式中: H_i 为系数。

3.2 激振力的求解

在压电振子在振动过程中, 用来表示能量相互转换程度的系数叫做机电耦合系数^[10], 即:

$$k = \frac{U_1}{\sqrt{U_2 U_3}} \quad (8)$$

式中: k 为机电耦合系数; U_1 为相互作用能密度; U_2 为弹性能密度; U_3 是电能密度。由于文中采用第3类压电方程, 则选择机电耦合系数为 k_{33} 。在通电后, 电能转化为机械能, 则 U_1 即为上文中的动能。 U_2 为上文中的 U_p, U_3 为上文中的 U_E , 则机电耦合系数表示如下:

$$k_{33} = \frac{T}{\sqrt{U_p U_E}} \quad (9)$$

目前, 常用的压电驱动元件有双压电晶片和压电叠堆等2种类型。文中选择周边固定支撑方式的双压电晶片振子, 上下是压电晶片, 中间是金属薄片, 当在压电双晶片两端施加电压时, 压电晶片产生变形, 中间部位的位移为^[11]:

$$w = \frac{8(\lambda_1 r^4 - \lambda_2 a^2 r^2 + \lambda_3 a^4) P_3 U \int_0^b H_5(r) r dr}{M} \quad (10)$$

由偏转位移得到激振力大小表示如下:

$$F = k_{33} \cdot w = k_{33} \frac{8(\lambda_1 r^4 - \lambda_2 a^2 r^2 + \lambda_3 a^4) P_3 U \int_0^b H_5(r) r dr}{M} \quad (11)$$

式中: k_{33} 为机电耦合系数; r 为压电晶片半径; U 为激振电压。

带入数值简化得压电片最大激振力:

$$F = \frac{3bl^5}{16l_0^3} d_{31} E U。$$

式中: U 为施加的激振电压(V); l 为压电晶片直径(m); l_0 为压电双晶片悬臂长度(m)。

4 有限元分析与实验研究

4.1 有限元分析

双压电晶片振子坐标的选取及结构尺寸见图3^[12]。 h_1 为圆型压电陶瓷片(PZT)的厚度, h_2 为圆型金属基板的厚度, a 为圆型金属基板的半径, b 为圆型PZT片的半径。中间层的金属材料为65Mn, 压电双晶片材料为PZT4。65Mn的参数: 弹性模量为206 GPa; 泊松比为0.3; 密度为7840 kg/m³; 半径为53 mm; 厚度为5 mm。压电双晶片的参数: 弹性模量为63 GPa; 泊松比为0.3; 密度为7600 kg/m³; 半径为30 mm; 厚度为5 mm。

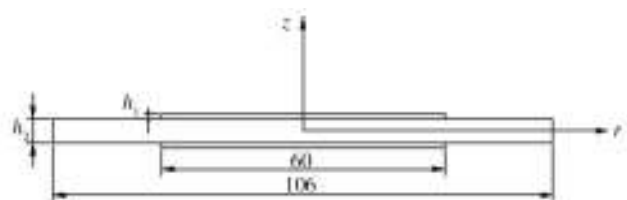


图3 双压电片振子的结构尺寸示意及坐标系

Fig.3 Dimension and coordinate system of double piezoelectric vibrator

其第二类压电方程中压电振子的介电常数矩阵 $[\varepsilon]$ 、刚度矩阵 $[c]$ 、压电常数矩阵^[13] $[e]$ 分别为:

$$[\varepsilon]=\begin{bmatrix} 7.124 \times 10^{-9} & 0 & 0 \\ 0 & 7.124 \times 10^{-9} & 0 \\ 0 & 0 & 5.841 \times 10^{-9} \end{bmatrix}$$

$$[e]=\begin{bmatrix} 0 & 0 & -4.1 \\ 0 & 0 & -4.1 \\ 0 & 0 & 14.1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10.5 & 0 \\ 10.5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[c]=\begin{bmatrix} 132 & 71 & 73 & 0 & 0 & 0 \\ 71 & 132 & 73 & 0 & 0 & 0 \\ 73 & 73 & 115 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 26 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 26 \end{bmatrix}$$

在进行模态分析前需对进行网格划分,划分网格时,双压电晶片选用的是Solid 5单元,65Mn金属基片选用的是结构场的实体单元Solid 45单元^[14]。

4.2 双压电晶片振子的静态分析与测试

为驱动电压为160V时的双压电晶片经过模拟分析得到位移云见图4。可以看出,边界显示变形小,中间显示变形最大。说明从边界位置开始产生位移,逐渐越往中间位置,产生的位移变形越大。



图4 位移云图

Fig.4 The displacement nephogram

4.3 实验研究

将理论计算结果、有限元模拟以及实验数据进行比较^[15]见图5。3条曲线基本吻合,最大误差出现在160V处,在该点,理论计算与实验验证数据的误差为10%左右,有限元模拟与实验验证数据的误差为5%左右。

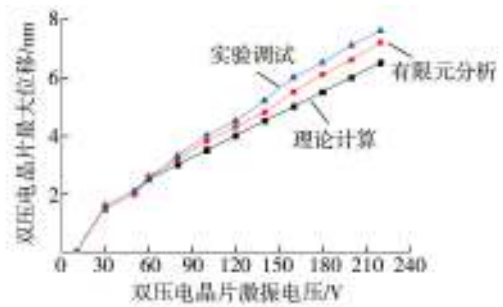


图5 理论计算、有限元分析以及实验测试三者关系

Fig.5 Relationship of theoretical calculation, finite element analysis and experimental test

5 结语

通过对双压电晶片进行理论计算、模拟仿真以及实验测试,得出理论计算与实验验证数据的误差为10%左右,有限元模拟与实验验证数据的误差为5%左右是合理的。通过实验,可以看出在实际应用中,不能任由高的电压输入而使得激励位移任意增大,要综合考虑其电压输入与压电陶瓷层的变形程度,选择最佳的电能输入,才能使压电双晶片获得最大的激励位移。

参考文献:

- [1] 孙智慧,李伟. 压电振动给料技术及装置的研究进展[J]. 包装与食品机械,2013(3):55—59.
SUN Zhi-hui, LI Wei. The Research Progress of Piezoelectric Vibration Feeding Technology and Device[J]. Packaging and Food Machine, 2013(3):55—59.
- [2] 加藤一路,藤井隆良. 压电驱动型振动送料器以及压电元件驱动型送料器:中国,1380234A[P]. 2002.
KATO Ruich, FUJII Takara. Piezoelectric Driven Vibration Feeder and a Piezoelectric Element Driven Feeder: China, 1380234A[P]. 2002.
- [3] 苏江. 直线式振动送料器研究现状与发展趋势[J]. 改装与维修,2012(7):178—180.
SU Jiang. The Current Situation and Trend of Development of Straight-Line Vibrating Feeder[J]. Modification and Maintenance, 2012(7): 178—180.
- [4] 陈中奎. 垂直驱动式压电振动给料器的设计及实验研究[D]. 长春:吉林大学,2007.
CHEN Zhong-kui. Vertical Drive Type Piezoelectric Vibration Feeder Design and Experimental Research[D]. Changchun: Jilin University, 2007.
- [5] 苏江. 惯性式振动送料器的设计与试验研究[D]. 长春:吉

- Characteristics and Control Technology of Belt Conveyor[M]. Beijing: Coal Industry Press, 2004(5): 53—66.
- [9] 李杨, 李光. 基于 SolidWorks 的托盘结构有限元分析及优化设计[J]. 包装工程, 2011, 32(19): 1—4.
LI Yang, LI Guang. Structural Finite Element Analysis and Optimum Design of Pallet Via SolidWorks[J]. Packing Engineering, 2011, 32(19): 1—4.
- [10] 方子帆, 舒刚, 何孔德, 等. 齿轮传动多体接触动力学模型[J]. 机械传动, 2009(1): 15—18.
FANG Zi-fan, SHU Gang, HE Kong-de, et al. Gear Transmission Dynamics of Multi-body Contact Model[J]. Mechanical Transmission, 2009(1): 15—18.
- [11] HUANG Xiao-guang, WEI Chen-guan. Stability of Oil Film and Output Speed of Hydro-Viscous Drive Affected by the Pressure of Control Oil[J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 2005, 3(3): 185—187.
- [12] 王晓雪. 非合作目标对接捕获机构的研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2009.
WANG Xiao-xue. Research on the Docking and Capturing Mechanism for the Uncooperative Target Satellites[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2009.
- [13] 丁晓红, 李国杰. 箱型支撑结构加筋板布局设计方法研究[J]. 中国机械工程, 2012, 23(4): 449—453.
DING Xiao-hong, LI Guo-jie. Layout Design Optimization of Stiffener Plates Inside Housing Structures[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2012, 23(4): 449—453.
- [14] 魏衍侠. 基于 ADAMS 手抛式机器人碰撞动力学分析[J]. 机械工程与自动化, 2011(2): 82—85.
WEI Yan-xia. Analysis the Impact Dynamics of Throwing Type Robot Based on ADAMS[J]. Mechanical Engineering & Automation, 2011(2): 82—85.

(上接第 16 页)

- 林大学, 2006.
SU Jiang. Inertial Vibration Type Feeder Design and Experimental Research[D]. Changchun: Jilin University, 2006.
- [6] 贺欣乔. Z 型弹簧片压电振动送料器的设计与实验研究[D]. 长春: 吉林大学, 2008.
HE Xin-qiao. Z Spring Leaf Piezoelectric Vibratory Feeder Design and Experimental Research[D]. Changchun: Jilin University, 2008.
- [7] 乔忠智. 横推式压电振动给料器的设计与试验研究[D]. 长春: 吉林大学, 2007.
QIAO Zhong-zhi. The Design of Horizontal Pushing Type Piezoelectric Vibration Feeder and Experimental Research [D]. Changchun: Jilin University, 2007.
- [8] 赵立冬. 压电双晶片水平布置式送料器的设计与实验研究[D]. 长春: 吉林大学, 2006.
ZHAO Li-dong. Double Piezoelectric Wafer Level Arrangement Type Feeder Design and Experimental Research[D]. Changchun: Jilin University, 2006.
- [9] 刘品宽, 孙立宁, 祝宇虹, 等. 双压电复合薄圆板驱动器的理论分析[J]. 压电与声光, 2002, 24(2): 111—115.
LIU Pin-kuan, SUN Li-ning, ZHU Yu-hong, et al. Double Piezoelectric Composite Thin Circular Plate Theory Analysis of the Drive[J]. Piezoelectric and Acousto-optic, 2002, 24(2): 111—115.
- [10] 曾伶俐. CPBA 圆形压电双晶驱动器的性能研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2013.
ZENG Ling-li. The Performance of Circular Piezoelectric CPBA Twin Drives Research[D]. Xi'an: Xi'an University of Electronic Science and Technology, 2013.
- [11] 张宏壮, 曾平, 华顺明, 等. 压电双晶片型惯性冲击式旋转精密驱动器研究[J]. 光学精密工程, 2005, 13(3): 298—304.
ZHANG Hong-zhuang, ZENG Ping, HUA Shun-ming, et al. Double Piezoelectric Wafer Rotating Precision of Inertial Impact Type Drive Research[J]. Optical Precision Engineering, 2005, 13(3): 298—304.
- [12] 吴丽萍, 程光明, 杨志刚, 等. 双作用压电泵绝缘压电振子[J]. 光学精密工程, 2008, 16(1): 103—107.
WU Li-ping, CHENG Guang-ming, YANG Zhi-gang, et al. Double-acting Piezoelectric Pump Insulation of Piezoelectric Vibrator[J]. Optical Precision Engineering, 2008, 16(1): 103—107.
- [13] 李知远. 悬臂梁式压电俘能器理论和实验研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2008.
LI Zhi-yuan. Ere Piezoelectric Cantilever Beam Type Energy Absorber Theoretical and Experimental Research[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2008.
- [14] 阮志林. 新型多层悬臂梁压电发电装置的发电性能研究[D]. 扬州: 扬州大学, 2013.
RUAN Zhi-lin. New Multi-level Cantilever Piezoelectric Power Generation Device of Power Performance Study[D]. Yangzhou: Yangzhou University, 2013.
- [15] 王鹏. 基于全量理论的金属体积成形有限元模拟研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2009.
WANG Peng. Based on the Theory of the Full Amount of Metal Bulk Forming Finite Element Simulation Research[D]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University, 2009.