

球关节摆角对 6-PSS 并联机器人工作空间的影响

魏明明^{1,2}, 傅卫平¹, 张海山¹, 王雯¹

(1.西安理工大学, 西安 710048; 2.西安工业大学, 西安 710032)

摘要: **目的** 分析球关节摆角对 6-PSS 并联机器人工作空间的影响, 衡量机器人能否完成预期作业任务。**方法** 利用圆柱坐标快速搜索算法, 结合机器人逆解, 对 6-PSS 并联机器人的最大工作空间边界进行搜索, 分析球关节最大摆角对机器人工作空间的形状和体积的影响。**结果** 计算结果表明, 球关节摆角主要影响机器人可达工作空间在 xy 平面上的大小。球关节最大摆角在 $5^\circ \sim 16^\circ$, 机器人可达工作空间边界的体积呈近似直线增加, 在 $16^\circ \sim 19^\circ$ 增长趋于平缓, 在 19° 之后保持不变。**结论** 在其他参数保持不变的前提下, 球关节轴承最大摆角在 19° 之后不影响 6-PSS 并联机器人工作的空间大小。

关键词: 6-PSS 并联机器人; 运动学分析; 工作空间; 圆柱坐标快速搜索算法; 球关节摆角

中图分类号: TP242 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2017)03-0104-05

Influence of Ball Joint Swinging Angle on 6-PSS Parallel Manipulator Workspace

WEI Ming-ming^{1,2}, FU Wei-ping¹, ZHANG Hai-shan¹, WANG Wen¹

(1.Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 2.Xi'an Technological University, Xi'an 710032, China)

ABSTRACT: The work aims to analyze the influence of ball joint swinging angle on 6-PSS parallel manipulator workspace, and measure whether the manipulator can accomplish its desired task. The cylindrical coordinate fast search algorithm, combined with the inverse solution, was applied to search the maximum workspace boundary of 6 PSS parallel manipulator. The influence of the maximum ball joint swinging angle on shape and volume of manipulator workspace was analyzed. The calculation results showed that the ball joint swinging angle was the factors mainly influencing the size of manipulator's reachable workspace in the xy plane. The manipulator's reachable workspace volume was approximately in linear increase when the ball joint swinging angle was between 5° and 16° , and then the growth tended to flatten out between 16° and 19° and finally remained the same after 19° . It concludes that, if other parameters remain unchanged, the maximum ball joint swinging angle will not affect the size of 6-PSS parallel manipulator workspace after 19° .

KEY WORDS: 6-PSS parallel manipulator; kinematics analysis; workspace; cylindrical coordinate fast search algorithm; ball joint bearing angle

并联机器人因运动链封闭而具有关节动作误差累积小、响应速度块、刚度大及局域性运动灵活度高等特点^[1]。工作空间分析是衡量并联机器人能否完成预期作业任务的首要性能指标, 因此对并联机器人的工作空间进行研究具有重要意义。目前, 对并联机器人工作空间的求解方法主要有几何法和数值法^[2-10]。几何法是避开一些复杂的数学运算, 但不易于程序化, 在很多场合都不能应用。数值法主要是利用并联机器人平台的约束条件来确定工作空间边界, 这种方法可

分为 2 类: 一类是利用平台的运动学正解来求解工作空间边界, 但是并联机器人平台正解需要求解一组具有强耦合性的非线性方程组, 因此这种方法过于复杂; 另一类是运用平台的运动学逆解来求解工作空间的边界, 实质是在一定范围内判断所给的机构参数是否满足约束条件, 这种方法易于程序化。文中提出了一种易于小型化和标准化的 6-PSS 并联机器人的结构, 并利用圆柱坐标快速搜索算法, 结合机器人运动学逆解, 重点分析了球关节摆角的大小对机器人工作空间

的形状和体积的影响。

1 机构描述

6-PSS 并联机器人的组成和结构简图见图 1 和图 2。并联机器人由动平台、连杆、球铰、滑块、静平台和直线驱动器等零部件组成。机器人由动静平台通过 6 条支链相连构成的, 每条支链分别由连杆、球关节轴承、滑块以及直线驱动器组成。连杆的一端通过球关节轴承和动平台相连, 另一端同样是通过球关节轴承和滑块相连, 再由直线驱动器直接驱动滑块运动形成移动副, 改变滑块的位置即可改变动平台的位置和姿态。此构型具有一个局部自由度, 即连杆可以绕两球关节中心连线旋转, 因此 6-PSS 构型与 6-PUS 构型等效。6-PSS 构型相比于 6-PUS 构型主要区别在于连杆两端均采用球关节。相比万向节, 球关节易于小型化和标准化, 采用球关节可以使 6-PSS 机器人更容易微型化设计, 同时采用球关节标准件, 降低了机器人的制造成本。

2 逆运动学分析

对于机器人的运动学分析, 主要是包括正运动学和逆运动学分析。在并联机器人的运动学分析中, 反解比较容易而正解却十分复杂, 这是并联机器人运动学分析的特点^[11-12]。

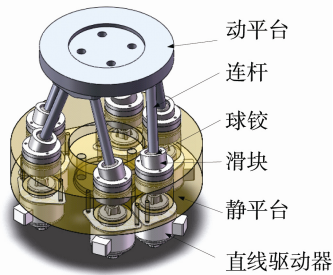


图 1 6-PSS 并联机器人
Fig.1 6-PSS parallel manipulator

描述动平台的位置和姿态见图 2, 在动平台上固接动坐标系 $O'-x'y'z'$, 静平台上固接静坐标系 $O-xyz$, 位置矢量 $\mathbf{p}$ 表示动坐标系 $\{O'\}$ 的原点在静坐标系 $\{O\}$ 中的位置描述。机器人的坐标系俯视图见图 3, 设动平台上的球关节连接点在动坐标系中的描述为位置向量 $\mathbf{A}_i'$, 在静坐标系中的描述为位置向量 $\mathbf{A}_i$ 。静平台的球关节连接点在静坐标系中的描述为位置向量 $\mathbf{B}_i$ 。定长连杆的长度为 L , 动平台上球关节节点的半径为 r_a , 且短边对应的圆心角为 β_0 。静平台球关节节点的半径为 r_b , 且长边对应的圆心角为 β , 驱动器驱动轴的伸长量为 H_i , 即位置向量 $\mathbf{B}_i$ 在 z 轴方向上的分量。

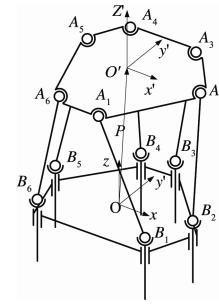


图 2 6-PSS 并联机器人结构
Fig.2 Structure of 6-PSS parallel manipulator

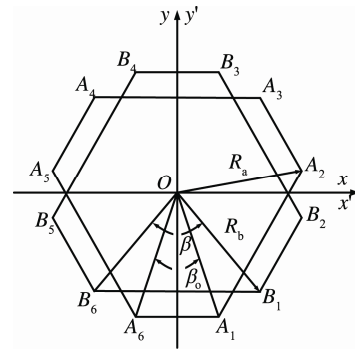


图 3 机器人坐标系俯视图
Fig.3 The vertical view of robot coordinate system

动平台各球关节在动坐标系 $O'-x'y'z'$ 中的位置矢量 $\mathbf{A}_i'$ 为:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1' &= \left\{ r_a \sin \frac{\beta_0}{2} \quad -r_a \cos \frac{\beta_0}{2} \quad 0 \right\}^T \\ \mathbf{A}_2' &= \left\{ r_a \cos(30^\circ - \frac{\beta_0}{2}) \quad r_a \sin(30^\circ - \frac{\beta_0}{2}) \quad 0 \right\}^T \\ \mathbf{A}_3' &= \left\{ r_a \cos(30^\circ + \frac{\beta_0}{2}) \quad r_a \sin(30^\circ + \frac{\beta_0}{2}) \quad 0 \right\}^T \\ \mathbf{A}_4' &= \left\{ -r_a \cos(30^\circ + \frac{\beta_0}{2}) \quad r_a \sin(30^\circ + \frac{\beta_0}{2}) \quad 0 \right\}^T \\ \mathbf{A}_5' &= \left\{ -r_a \cos(30^\circ - \frac{\beta_0}{2}) \quad r_a \sin(30^\circ - \frac{\beta_0}{2}) \quad 0 \right\}^T \\ \mathbf{A}_6' &= \left\{ -r_a \sin \frac{\beta_0}{2} \quad -r_a \cos \frac{\beta_0}{2} \quad 0 \right\}^T \end{aligned}$$

静平台各球关节在静坐标系 $O-xyz$ 中的初始位置矢量 $\mathbf{B}_i$ 为:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_1 &= \left\{ r_b \sin \frac{\beta}{2} \quad -r_b \cos \frac{\beta}{2} \quad 0 \right\}^T \\ \mathbf{B}_2 &= \left\{ r_b \cos(30^\circ - \frac{\beta}{2}) \quad r_b \sin(30^\circ - \frac{\beta}{2}) \quad 0 \right\}^T \\ \mathbf{B}_3 &= \left\{ r_b \cos(30^\circ + \frac{\beta}{2}) \quad r_b \sin(30^\circ + \frac{\beta}{2}) \quad 0 \right\}^T \\ \mathbf{B}_4 &= \left\{ -r_b \cos(30^\circ + \frac{\beta}{2}) \quad r_b \sin(30^\circ + \frac{\beta}{2}) \quad 0 \right\}^T \end{aligned}$$

$$\mathbf{B}_5 = \left\{ -r_b \cos(30^\circ - \frac{\beta}{2}) \quad r_b \sin(30^\circ - \frac{\beta}{2}) \quad 0 \right\}^T$$

$$\mathbf{B}_6 = \left\{ -r_b \sin \frac{\beta}{2} \quad -r_b \cos \frac{\beta}{2} \quad 0 \right\}^T$$

动平台各球关节在静坐标系 $O\text{-}xyz$ 中的位置矢量 $\mathbf{A}_i$ 为:

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{T}\mathbf{A}_i' + \mathbf{p} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{T}$ 为动坐标系 $\{O'\}$ 相对于静坐标系 $\{O\}$ 的旋转矩阵; $\mathbf{p}$ 为动坐标系原点在静坐标系中的位置矢量。

当动平台运动时, 设 $\mathbf{A}_i = \{A_{i1} \ A_{i2} \ A_{i3}\}^T$, $\mathbf{B}_i = \{B_{i1} \ B_{i2} \ H_i\}^T$, 因连杆是定长杆且长度为 L , 则位置矢量 $\mathbf{A}_i$ 和 $\mathbf{B}_i$ 之间满足关系式

$$(\mathbf{A}_i - \mathbf{B}_i)^S (\mathbf{A}_i - \mathbf{B}_i) = L^2 \quad (2)$$

由于 $H_i \geq 0$ 且 $A_{i3} \geq H_i$, 所以依据式(2)可以得到 6-PSS 并联机器人的逆解, 即驱动器的驱动轴的伸长量:

$$H_i = A_{i3} - \sqrt{L^2 - (A_{i1} - B_{i1})^2 - (A_{i2} - B_{i2})^2} \quad (3)$$

3 工作空间分析

并联机器人的可达工作空间是指以动平台中心为参考点, 动平台在初始姿态即各姿态角为 0° 时, 参考点所能到达的全部点的集合^[13-15]。在并联机器人的机械结构参数中, 影响动平台运动空间的主要因素有: 连杆长度, 动静平台半径、滑块运动范围、关节

摆角大小和连杆之间的干涉。文中采用数值法, 结合机器人的逆解, 通过圆柱坐标快速搜索算法对机器人的最大工作空间边界进行搜索, 主要分析了球关节摆角的大小对工作空间的形状和体积的影响。由于并联机器人的结构复杂性高, 各运动之间具有很强的耦合性, 所以在分析球关节摆角对机器人工作空间的影响时, 定长连杆的长度、动静平台的半径和驱动器的位移量均为固定值, 即连杆长度 $L=69 \text{ mm}$, 动平台半径 $r_a=36.6 \text{ mm}$, 静平台半径 $r_b=51.5 \text{ mm}$, 驱动器的位移量 $H_{\max}=0 \sim 15 \text{ mm}$ 。

球关节最大摆角为 16° 和 21° 时机器人所对应的工作空间形状分别见图 4 和图 5。由图 4 和图 5 的相比较可以看出, 最大摆角为 16° 的工作空间属于摆角为 21° 的工作空间的一个子集, 2 个工作空间的上边界和下边界是重合的, 因此, 球关节摆角主要影响 6-PSS 并联机器人可达工作空间在 xy 平面上的大小。

每个摆角下所搜索得到的工作空间边界的体积为:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{n_j} \rho_i^2 \Delta\gamma \Delta z \quad (4)$$

式中: j 为第 j 个截面; m 为搜索截面的数量; ρ 为极径; $\Delta\gamma$ 为以 z 轴为旋转轴的夹角搜索步长; Δz 为 z 轴方向的搜索步长。

最大摆角范围为 $5^\circ \sim 25^\circ$ 的机器人可达工作空间的体积见图 6, 由图 6 可以看出可达工作空间边界的体积在球关节最大摆角在 $5^\circ \sim 16^\circ$ 之间呈近似直线增加, 在 $16^\circ \sim 19^\circ$ 之间增长趋于平缓, 在 19° 之后

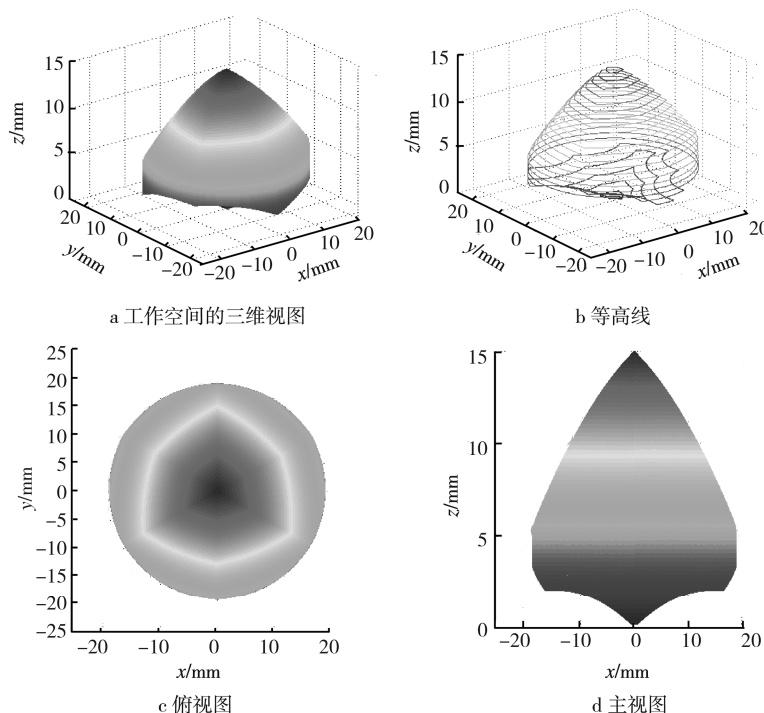
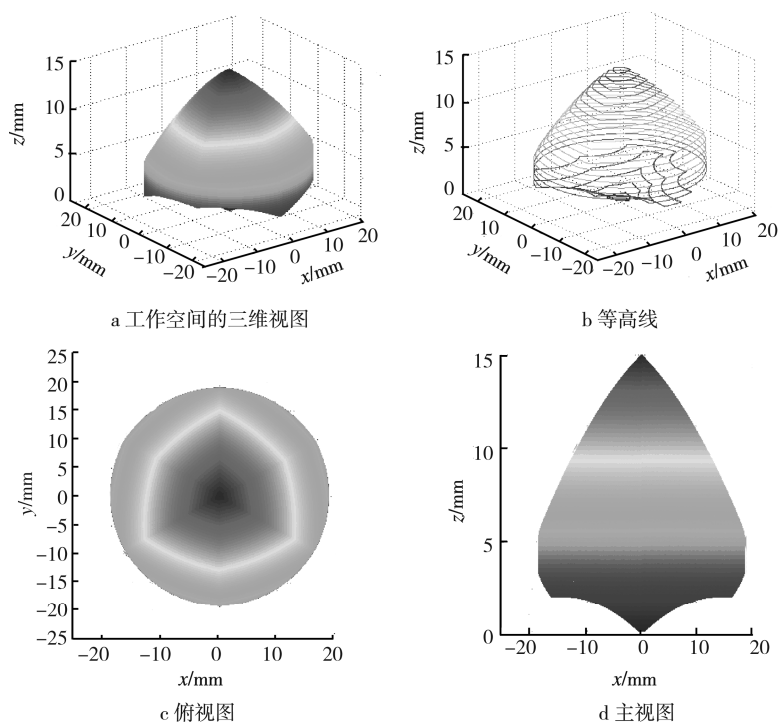


图4 最大摆角为 16° 时的工作空间

Fig.4 The workspace of manipulator when the maximum ball joint bearing angle at 16°

图5 最大摆角为 21° 时的工作空间Fig.5 The workspace of manipulator when the maximum ball joint bearing angle at 21°

保持不变,因此,在其他条件一定的前提下,球关节轴承最大摆角在 19° 之后并不影响6-PSS并联机器人工作的空间大小。

机器人的设计和球关节轴承的选型提供了理论依据。

参考文献:

- [1] 黄真. 并联机器人机构学理论及控制[M]. 北京: 机械工业出版社, 1997.
HUANG Zhen. Parallel Robot Mechanism Theory and Control[M]. Beijing: China Machine Press, 1997.
- [2] 徐洋, 管文博, 黄双. 冗余平面并联机器人工作空间分析及轨迹规划[J]. 机械科学与技术, 2015, 34(8): 1166—1170.
XU Yang, GUAN Wen-bo, HUANG Shuang. Workspace Analysis and Trajectory Planning of Redundant Planar Parallel Robot[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2015, 34(8): 1166—1170.
- [3] 孙江宏, 牛晓辉, 贾晓丽, 等. 2-PSS&PPU 并联微动机器人的工作空间分析[J]. 机械设计与研究, 2015, 31(6): 4—7.
SUN Jiang-hong, NIU Xiao-hui, JIA Xiao-li, et al. Workspace Analysis of 2-PSS&PPU Parallel Micromanipulator[J]. Machine Design and Research, 2015, 31(6): 4—7.
- [4] 姚松亮, 李锻能, 周新云, 等. 斜导面直线驱动关节机器人工作空间仿真及优化[J]. 包装工程, 2014, 35(13): 13—18.
YAO Song-liang, LI Duan-neng, ZHOU Xin-yun, et al. Simulation and Optimization of Workspace of Inclined Guide Surface-articulated Robot Utilizing Linear

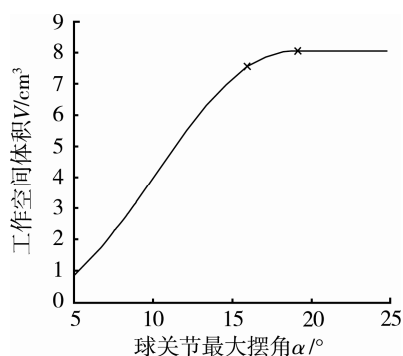


图6 球关节最大摆角与可达工作空间体积的关系

Fig.6 The relationship between ball joint maximum angle and reachable workspace volume

4 结语

提出了一种易于小型化和标准化的6-PSS并联机器人的结构,并对机器人进行了逆运动学分析。采用数值法,利用圆柱坐标快速搜索算法对机器人的最大工作空间边界进行搜索,主要分析了球关节摆角的大小对机器人工作空间的形状和体积的影响,得到了球关节最大摆角与机器人可达工作空间体积之间的关系。结果表明球关节最大摆角在一定范围内是影响工作空间体积大小的主要因素,超过这个范围后,其对工作空间体积的影响可以忽略。这为6-PSS并联机

- Drives[J]. Packaging Engineering, 2014, 35(13): 13—18.
- [5] 蒲志新, 李艳梅, 于英华. 3-RPS 并联机器人工作空间分析及参数研究[J]. 机械传动, 2015, 39(1): 17—20.
PU Zhi-xin, LI Yan-mei, YU Ying-hua. Study on The Workspace and Structural Parameter of 3-RPS Parallel Robot[J]. Journal of Mechanical, 2015, 39(1): 17—20.
- [6] HU B, LU Y, YU J J, et al. Analyses of Inverse Kinematics Statics and Workspace of a Novel 3RPS-3SPR Serial-parallel Manipulator[J]. Open Mechanical Engineering Journal, 2012, 6: 65—72.
- [7] 温海营, 丛明, 王贵飞, 等. 冗余驱动仿下颌运动机器人工作空间分析及试验验证[J]. 机器人, 2015, 37(3): 286—297.
WEN Hai-ying, CONG Ming, WANG Gui-fei, et al. Workspace Analysis and Experimental Verification of a Redundantly Actuated Jaw Movement Robot[J]. Robot, 2015, 37(3): 286—297.
- [8] 陈伟海, 徐颖俊, 王建华, 等. 并联式下肢康复外骨骼运动学及工作空间分析[J]. 机械工程学报, 2015, 51(13): 158—166.
CHEN Wei-hai, XU Ying-jun, WANG Jian-hua, et al. Kinematics and Workspace Analysis of Parallel Lower Limb Rehabilitation Exoskeleton[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(13): 158—166.
- [9] LIU W J, LUO Y F, FU M. Study on The Parallel Modeling of Spatial Parallel Manipulator[J]. Advanced Materials Research, 2012, 472/472/474/475: 2096—2099.
- [10] SAAFI H, LARIBI M, ZEGHLOUL S, et al. Development of a Spherical Parallel Manipulator as a Haptic Device for a Tele-Operation System: Application to Robotic Surgery [C]// 2013 39th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, 2013: 4097—4102.
- [11] 周昌春, 方跃法, 叶伟. 6-RRS 冗余驱动飞行模拟器运动学与工作空间分析[J]. 北京交通大学学报, 2015, 39(1): 112—117.
ZHOU Chang-chun, FANG Yue-fa, YE Wei. Flight Simulation with 6-RRS Redundant Actuation Spherical Parallel Manipulator[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2015, 39(1): 112—117.
- [12] SAAFI H, LARIBI M A, ARSICAULT M, et al. Kinematic Models of a New Spherical Parallel Manipulator Used as a Master Device[J]. Mechanisms and Machine Science, 2015, 37(3): 161—169.
- [13] 白龙, 孙牧原, 崔国华, 等. 三平动并联机构动力学建模与工作空间分析[J]. 包装工程, 2015, 36(23): 88—93.
BAI Long, SUN Mu-yuan, CUI Guo-hua, et al. Dynamics Modeling and Work Space Analysis of Three Translational Parallel Mechanism[J]. Packaging Engineering, 2015, 36(23): 88—93.
- [14] DI G R, ZANFORLIN R. Workspace Analytic Determination of Two Similar Translational Parallel Manipulators[J]. Robotica, 2003, 21(5): 555—556.
- [15] KUMAR V. Characterization of Workspaces of Parallel Manipulators[J]. Journal of Mechanical Design, 1992, 114(3): 368—375.