# 2-UPR-SPR 并联机构的刚度与谐响应分析

## 李俊帅,马春生,李瑞琴,曹磊

(中北大学,太原 030051)

摘要:目的 针对一种两转一移三自由度封装并联机构 2-RPU-SPR 自动化包装过程中高工作精度的特殊 应用要求,运用有限元法对其进行刚度与谐响应分析,从而研究机构的刚度和抗振性能。方法 运用 SolidWorks 建立三维实体模型,然后导入 Ansys Workbench 软件进行分析。结果 得到机构在外力作用 下 3 种不同姿态的位移变形云图,并通过模态分析,得知 2-RPU-SPR 并联机构 1—6 阶固有频率分别为 130.39,133.42,218.35,760.36,768.07,776.96 Hz,以及各阶频率下的振型。在此基础上进行谐响应分析, 得出动平台在 x, y, z 轴方向的位移响应曲线。结论 找出了机构刚度的薄弱部位,得出了刚度随位姿变 化的规律;通过谐响应分析验证了该并联机构的抗振性能,得出机构应避免的敏感频率,这为该封装并 联机构的进一步动态设计与优化奠定了基础。

关键词:非对称;并联机构;有限元;静刚度分析;谐响应分析

中图分类号: TB486; TH112 文献标识码: A 文章编号: 1001-3563(2017)09-0173-05

#### Stiffness and Harmonic Response of 2-UPR-SPR Parallel Mechanism

LI Jun-shuai, MA Chun-sheng, LI Rui-qin, CAO Lei (North University of China, Taiyuan 030051, China)

**ABSTRACT:** The work aims to analyze the stiffness and harmonic response of package parallel mechanism of 2-UPR-SPR which has three degrees of freedom including two turns and one move, thus researching the stiffness and anti-vibration performance of the mechanism, with respect to the special application requirement of high working precision in the process of automatic packaging. The 3D entity model was established by SolidWorks and then imported into software Ansys Workbench for analysis. The displacement deformation cloud of the mechanism under three different postures on the action of external force was obtained. Through the modal analysis, the natural frequencies from first order to sixth order of 130.39, 133.42, 218.35, 760.36, 768.07, 776.96 Hz and the vibration mode of each order frequency of the 2-UPR-SPR parallel mechanism were obtained. On the basis of modal analysis, the displacement response curve of platform along x, y, z directions was deprived by harmonic response analysis. The weak position of mechanism stiffness can be seen, and the rule of the change of stiffness with the position is obtained. The anti-vibration performance of the parallel mechanism is proved by harmonic response analysis, and the sensitive frequency that the mechanism should avoid is got. It lays the foundation for further dynamic design and optimization of the package parallel mechanism. **KEY WORDS:** asymmetric; parallel mechanism; finite element; static stiffness analysis; harmonic response analysis

并联机构具有刚度高、承载力强、精度高和惯性 小等优点<sup>[1]</sup>,在自动化包装领域具有很好的应用价 值,并已经运用到填充、裹包和封口等实际工作当中, 不仅可以大幅度提高生产效率,而且有效避免了一些 人为的干扰因素,提高了工作精度<sup>[2]</sup>。并联机构可分 为6自由度并联机构和少自由度机构,其中6自由度 并联机构因为高度的非线性耦合性的控制方法繁琐, 在包装工程等领域的应用较少。少自由度机构的构型 相对简单,不仅拥有并联机器人的优点,而且还具有 较大的工作空间和较少的驱动,在自动化包装等领域

收稿日期: 2016-10-19

基金项目: 国家自然科学基金(51275486)

作者简介:李俊帅(1991—),男,中北大学硕士生,主攻机构理论与机器人技术。

通讯作者:马春生(1974—),男,博士,中北大学副教授,主要研究方向为机构理论与机器人技术。

具有广阔的应用前景<sup>[3]</sup>,因此,国内外很多学者对并 联机构进行了广泛研究。王飞博、陈巧红<sup>[4]</sup>等对 2-UPR-SPR 并联机构进行了尺度综合。李秦川、柴馨 雪<sup>[5]</sup>等对 2-UPR-SPR 并联机构进行了转轴分析。胡 波、路懿<sup>[6]</sup>等建立了并联机构 2RPU+UPU 的动力学 模型。池腾腾、王南<sup>[7]</sup>等对并联机构运动副摆放位置 不同时的静力学分析进行了研究。

文中针对某封装并联机构 2-UPR-SPR,运用有限 元方法对其静刚度和振动特性进行研究,找出不同型 位下刚度的变化规律和特点,从而避免刚度薄弱环 节,以提高运动过程在的工作精度<sup>[8]</sup>;当机构发生共振 现象时,变形量达到最大,对封装工作精度的影响最 大,此时可以通过避免机构发生共振现象来提高工作精 度,因此研究机构的刚度和共振现象有着实际意义<sup>[9]</sup>。

## 1 并联机构的有限元模型

## 1.1 建立几何模型

封裝并联机构 2-UPR-SPR 的几何结构相对有些 复杂,如果在 Ansys Workbench 中直接建模存在困难, 因此运用 Solid Works 进行三维实体建模,然后将所 建的模型导入到 Ansys Workbench 中进行分析。由于 并联机构在建模的过程中本身存在一些复杂性,因此 在导入 Ansys Workbench 之前,对模型应进行合理的 简化,具体过程为:利用 SolidWorks 建模时,要保 证尺寸准确,避免发生干涉,这样可以避免一些错误 的发生;对零件中存在的小孔、倒角等微小的特征进 行删除和简化,这样有利于下一步网格的划分;对动 平台、导向杆等零件做简化处理;对该并联机构零件 间的配合关系进行简化,消除运动副间存在的间隙。 对模型进行简化后,得到最终的模型见图 1。



Fig.1 The diagram simplified model

## 1.2 有限元模型

将之前建立的三维模型导入到 Workbench 中建 立相应的有限元模型。

1) 定义单元和材料属性。由于模型复杂的空间

几何结构,所以设置单元类型为四面体。材料采用结构钢,弹性模量为 200 GPa、泊松比为 0.3、密度为 7.85×10<sup>-6</sup> kg/mm<sup>3</sup>。

2)网格划分。在进行静应力分析时,网格划分 方式采用自动划分,这样划分出来的网格疏密不同。 在进行模态分析和谐响应分析时,采用均匀的网格划 分形式<sup>[10]</sup>。

# 2 不同型位下并联机构的静刚度分析

假设该封装并联机构在工作的过程中, 动平台上 会承受 100 N 力的作用。运用 Workbench 对其 3 种不 同姿态下(标准位姿、一般工位、极限位置)的静刚 度进行研究,首先对定平台施加一个 Fixed Support 约束, 而机构所承受的载荷简化作用在动平台上的均 布载荷, 因此在动平台上添加一个均匀分布、大小为 100 N 的力, 然后进行求解,得到该机构在 *x*, *y*, *z* 方 向与总体的位移变化云图,结果见图 2—4,并通过 变形大小计算出静刚度,见表 1。



从计算分析可以得到: 在同一位姿下, x, y, z 方 向的刚度不同, 其中, 沿 y 轴方向的刚度最大, 这是 因为这个方向是并联机构的主刚度方向; 通过观察图 可得, 变形最大处发生在与动平台相连的连接处, 此 处刚度最小, 是并联机构的薄弱环节; 通过 3 种位姿 下刚度的比较, 极限位置的刚度的刚度最小, 因此为 使机构具有较大刚度应远离极限位置。

## 3 并联机构的谐响应分析

模态分析只能表示出机构本身的固有频率和振型,



Fig.4 The deformation cloud image of the mechanism in the extreme position

## 表 1 不同位姿下变形和刚度 Tab.1 The deformation and stiffness under different positions

不同	坐标	变形最大值/mm		刚度最小值/(N·mm <sup>-1</sup> )	
位姿	方向	单向	总和	单向	总和
标准 位姿	x	0.2526		395.88	
	У	0.2256	0.5311	443.26	188.28
	Ζ	0.4321		231.42	
一般 位姿	x	0.3230		309.56	
	У	0.1642	0.7357	608.94	135.92
	Ζ	0.6486		155.08	
极限 位姿	x	0.4464		224.04	
	У	0.0767	0.9913	1304.9	100.87
	Ζ	0.8201		121.94	

而谐响应分析可以表示出机构在受到不同频率简谐 载荷下的变形,对于克服共振现象和疲劳响应具有重 要意义<sup>[11-13]</sup>。

## 3.1 谐响应分析理论

基于动力学和有限元原理,谐响应分析的基本动 力学方程为:

 $[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{F\}$ (1)

式中: [*M*], [*C*], [*K*]分别为质量矩阵、阻尼矩阵 及刚度矩阵; {*X*}, {*X*}, {*X*}分别为节点加速度向 量、速度向量及位移向量; {*F*}为机构所受外力矢量。

对于受迫振动的稳态响应,结构的所有节点均以 相同的频率振动<sup>[11]</sup>。由于存在阻尼,各节点的相位可 以不同,因此,节点位移可表达为:

$$\{X\} = \{X_{\max} e^{i\phi}\} e^{iwt}$$
(2)

式中: *X*<sub>max</sub> 为位移幅值; i 为虚数; w 为圆频率 (rad/s); *t* 为时间; ø 为位移相角(rad); e<sup>iwt</sup>, e<sup>iø</sup> 为简 谐振动的复数表达形式。

$$e^{i\phi} = \cos\phi + i\sin\phi \tag{3}$$

$$e^{i\phi t} = \cos(wt) + i\sin(wt) \tag{4}$$

式(2)可写为:

$$\{X\} = \{\{X_1\} + i\{X_2\}\}e^{iwt}$$
(5)

式中: $X_1$ 为位移实部, $X_1 = X_{max} \cos \phi$ ; $X_1$ 为位移虚部, $X_2 = X_{max} \sin \phi$ 。

同理, 力矢量也可表达为:

{

$$F\} = \{\{F_1\} + i\{F_2\}\}e^{iwt}$$
(6)

式中:  $F_1$ 为力实部,  $F_1 = F_{max} \cos \phi$ ;  $F_2$ 为力虚

部, F<sub>2</sub> = F<sub>max</sub> sin *φ*; F<sub>max</sub> 为力幅值; *φ*为力相角(rad)。
 把式(4)、式(5)代入到式(1), 消去 e<sup>iwt</sup>, 得
 谐响应分析动力学方程为:

 $([K] - w^{2}[M] + iw[C])(X_{1} + i\{X_{2}\}) = \{F_{1}\} + i\{F_{2}\} (7)$ 

考虑到在金属材料本身的摩擦小、润滑性好、阻 尼较小,同时考虑到模型、计算效率等因素,文中选 择模态叠加法进行求解。假设用模态叠加法求解时提 取 n 阶模态,则位移 {X}可用模态坐标表示为:

$$\{X\} = \sum_{i=1}^{n} \{\phi_i\} y_i$$
 (8)

式中: { *ϕ*<sub>i</sub> } 为模态振型; *y*<sub>i</sub> 为在第 *i* 阶模态下的模态坐标。在模态坐标下的结构动力学方程可表示为:

$$\ddot{y}_i + 2w_i\xi_i\dot{y}_i + w_i^2y_i = F_i$$
 (9)

式中: w<sub>i</sub>为第 *i* 阶固有频率; ξ<sub>i</sub>为第 *i* 阶阻尼比; F<sub>i</sub>为第 *i* 阶模态坐标下的力。

$$F_i = \{\phi_i\}^{\mathrm{T}}\{F_n\} \tag{10}$$

同样由于载荷周期性的假设,模态坐标力 *F<sub>i</sub>*和 模态坐标 *y<sub>i</sub>*分别表示为:

$$F_i = F_{ic} e^{iwt} \tag{11}$$

$$y_i = y_{ic} e^{iWt} \tag{12}$$

式中: F<sub>ic</sub>为第 i 阶模态力复振幅; y<sub>ic</sub>为第 i 阶模 态坐标复振幅。

把式(10)和式(11)代入到式(8)中,可求 解出位移为:

$$y_{ic} = \frac{F_{ic}}{w_i^2 - w^2 + i(2ww_i\xi_i)}$$
(13)

#### 3.2 模态分析

由于低阶模态对结构的性能影响较大,高阶模态的 影响很小,所以这里只选取1到6阶进行研究<sup>[14-15]</sup>。 在模态分析的过程中,Fixed Support 约束是唯一有效 的载荷,其他的载荷将被忽略。根据机构实际的情况选 择将静平台进行固定,然后做无阻尼自由振动。通过 模态分析,可得出 2-RPU-SPR 并联机构1到6阶固有 频率分别为130.39,133.42,218.35,760.36,768.07,776.96 Hz,1到6振型见图5。



Fig.5 The vibration pattern of first 6 orders of the parallel mechanism

## 3.3 谐响应分析结果及结论

在模态分析的基础上,利用 Workbench 有限元软

件,运用完全法对封装并联机构进行谐响应分析。求 解条件为:沿y轴方向在动平台上施加应力幅值,大 小为100N;结构阻尼比设为0.02;根据模态分析得 出的结果,简谐力的频率范围设为100~800Hz;将 载荷子步数设置为50,则在该频率段内对应有50个 谐响应解。该封装并联机构动平台沿x,y,z3个方向 的位移响应曲线,见图6。



Fig.6 Moving platform along the *x*, *y*, *z* direction displacement response

通过观察图 6 的位移响应曲线,可以发现:动平 台在 1 到 6 阶固有频率处均产生较大的响应,这与前 面模态分析的结果保持一致;动平台沿 x, y, z 轴方向 的位移幅值均在 124 Hz 处达到峰值,说明该频率对 该封装并联机构的动态性能影响最大,该机构对 124 Hz 的频率最为敏感,因此为了保证该机构的运行精 度应避开上述频率;动平台位移响应曲线沿 x, y, z 轴 方向走势基本保持一致,对于动平台而言, z 轴方向 的位移量是最大的,比z轴方向的动态位移量高出约 一个数量级,y轴方向的位移量最小。

#### 4 结语

运用有限元法对该机构 3 种不同姿态下的刚度 进行比较,得出了刚度随位姿变化的规律,找出了机 构刚度的薄弱部位,并得出远离极限位置可使机构具 有较大刚度,这为提高机构的刚度和精度具有重要的 意义;在模态分析的基础上对该封装并联机构进行谐 响应分析,得出动平台的振动位移特性,找出该机构 应该避开的工作频率,为该封装并联机构的进一步优 化设计和控制提供了理论依据。

## 参考文献:

- 路懿,胡波.少自由度并联机构研究进展[J].燕山 大学学报,2011,35(5):377—384.
   LU Yi, HU Bo. Research Progress of Less Degree of Freedom Parallel Mechanism[J]. Journal of Yanshan University, 2011, 35(5):377—384.
- [2] 李明辉, 李波. 基于 Ansys 的注塑机前模板结构参数 优化设计[J]. 包装工程, 2016, 37(3): 116—120.
  LI Ming-hui, LI Bo. Optimization Design of the Structure Parameters of the Injection Molding Machine Based on Ansys[J]. Packaging Engineering, 2016, 37(3): 116—120.
- [3] 白龙,孙牧原,崔国华,等. 三平动并联机构动力学 建模与工作空间分析[J]. 包装工程, 2015, 36(23): 88—93.
   BAI Long, SUN Mu-yuan, CUI Guo-hua, et al. Three

Translational Parallel Mechanism Dynamics Modeling and Workspace Analysis[J]. Packaging Engineering, 2015, 36(23): 88–93.

- [4] 王飞博,陈巧红,武传宇,等. 2-UPR-SPR 并联机构 尺度综合[J]. 机械工程学报, 2015, 51(21): 24—32.
  WANG Fei-bo, CHEN Qiao-hong, WU Chuan-yu, et al. 2-UPR-SPR Parallel Mechanism Scale Synthesis[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(21): 24—32.
- [5] 李秦川, 柴馨雪, 陈巧红, 等. 2-UPR-SPR 并联机构 转轴分析[J]. 机械工程学报, 2013, 49(21): 62—69. LI Qin-chuan, CHAI Xin-xue, CHEN Qiao-hong, et al. Analysis of Rotating Shaft of 2-upr-spr Parallel Mechanism[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(21): 62—69.
- [6] 胡波,路懿,许佳音,等.新型过约束并联机构 2RPU+UPU 动力学模型[J].机械工程学报,2011, 47(11):36—43.
  HU Bo, LU Yi, XU Jia-yin, et al. Novel Over Constrained Parallel Mechanism of 2RPU+UPU Dynamic

Model[J]. Mechanical Engineering, 2011, 47(11): 36-43.

- [7] 池腾腾, 王南, 周莎莎, 等. 一种并联机构运动副摆放位置不同的静力学分析[J]. 包装工程, 2016, 37(17): 157—161.
  CHI Teng-Teng, WANG Nan, ZHOU Sa-sa, et al. A Parallel Mechanism Motion Position Analysis of Different[J]. Static Display Packaging Engineering, 2016, 37(17): 157—161.
- [8] 罗继曼,蔡光起,李景奎.基于 ANSYS 的新型 3-TPS 并联机床静刚度分析[J]. 沈阳建筑大学学报 (自然科学版), 2006, 22(2): 341—344. LUO Ji-man, CAI Guang-qi, LI Jing-kui. A New Type of 3-TPS Based on ANSYS and the Static Stiffness Analysis of Online Bed[J]. Journal of Shenyang Construction University (Natural Science Edition), 2006, 22(2): 341—344.
- [9] 叶勇,康亮.一种少自由度 3-SPR 并联机构的刚度 和弹性变形分析[J]. 机械传动, 2014(7): 131—134. YE Yong, KANG Liang. Analysis of Stiffness and Elastic Deformation of a 3-SPR Parallel Mechanism with Less Freedom Degree[J]. Mechanical Transmission, 2014(7): 131—134.
- [10] 彭俊泉,任衍坤,刘晶晶,等. 基于 3UPS-UP 并联机构的磁流变液抛光装置有限元分析[J].组合机床与自动化加技术,2015(7):37—40.
  PENG Jun-quan, REN Yan-kun, LIU Jing-jing, et al. The Finite Element Analysis of the Magneto Rheological Fluid Polishing Device Based on 3UPS-UP Parallel Mechanism[J]. Combination Machine Tool and Automation Technology, 2015(7): 37—40.
- [11] 吴素珍, 郭怡, 田雨. RV 减速器的谐响应分析[J]. 机械传动, 2016(2): 104—107.
  WU Su-zhen, GUO Yi, TIAN Yu. Harmonic Response Analysis of RV Reducer[J]. Mechanical Transmission, 2016(2): 104—107.
- [12] ARTHY M, MICHAEL J. Introduction of Theasme Journal of Mechanisms and Robotics[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2009, 1(1): 1.
- [13] LIU Xin-jun, WU Chao, WANG Jin-song, et al. Attitude Description Method of PPS Type Parallel Robotic Mechanisms[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(10): 19–23.
- [14] 杨启志, 郭林强, 宋俊朋, 等. 车辆并联多维减振座 椅的模态分析[J]. 机械科学与技术, 2016(9): 1432— 1438.
  YANG Qi-zhi, GUO Lin-qiang, SONG Jun-peng, et al. Modal Analysis of Multi Dimension Vibration Isolation Seat of Vehicle[J]. Mechanical Science and Technology, 2016(9): 1432—1438.
- [15] KONG X, JIN Y. Type Synthesis of 3-DOF Multimode Translational/spherical Parallel Mechanisms with Lockable Joints[J]. Mechanism & Machine Theory, 2015, 96(25): 323–333.