

## 包装技术与工艺

## 单自由度包装件位移响应的首次穿越损坏问题分析

朱大鹏<sup>1</sup>, 龚箭<sup>2</sup>

(1.兰州交通大学, 兰州 730070; 2.重庆理工大学, 重庆 400054)

**摘要:** **目的** 研究单自由度线性和非线性包装件位移响应首次穿越损坏的概率问题。**方法** 对于单自由度线性包装件, 通过理论分析的方法将位移首次穿越问题转化为标准正态变量空间中的几何分析问题, 建立确定设计点的分析方法, 应用一次可靠度方法分析首次穿越损坏概率。分析系统设计点激励与镜像激励之间的关系, 通过最优化方法分析应用镜像激励确定单自由度非线性包装件设计点的方法。**结果** 单自由度线性和非线性包装件的设计点激励均等于系统初始位移为阈值时的镜像激励。**结论** 在系统稳态响应阶段, 可应用镜像激励准确分析出系统的设计点, 并由此分析出包装件的位移首次穿越损坏概率。**关键词:** 振动可靠度; 首次穿越; 设计点; 镜像激励

中图分类号: TB487 文献标识码: A 文章编号: 1001-3563(2017)21-0068-06

## First-passage Failure of Single-degree-of-freedom Package Displacement Response

ZHU Da-peng<sup>1</sup>, GONG Jian<sup>2</sup>

(1.Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China;

2.Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China)

**ABSTRACT:** The work aims to study the first-passage failure probability of single-degree-of-freedom (SDOF) linear and nonlinear package displacement response. For the linear SDOF package, the displacement first-passage problem was analyzed by the geometry in the space of standard normal random variables based on the theoretical analysis. The analytical method for determining the design points was established. The first-passage failure probability was analyzed by the first order reliability method. The relationship between design point excitation and mirror image excitation of the system was analyzed. The method used to determine the design points of nonlinear SDOF package with mirror image excitation was analyzed by the method of optimization. The design point excitations of linear and nonlinear SDOF packages were identical to the mirror image excitation when the system's initial displacement was the threshold. In the steady-state response phase of the system, the design points of the system can be accurately analyzed by mirror image excitation, based on which the displacement first-passage failure probability of the package is analyzed.

**KEY WORDS:** vibration reliability; first-passage; design point; mirror image excitation

产品经包装形成包装件后, 在流通过程中受到各种载荷的作用, 如跌落冲击、随机振动、堆码压力等, 在这些载荷的作用下, 产品可能会产生损坏。在运输包装领域, 研究者要解决的核心问题是产品的安全问题。包装件在跌落时, 由于其运动状态在很短的时间内发生了较大的变化, 很容易造成产品的损坏, 因此, 国内外的研究者非常重视包装件在发生跌落时产品的动态响应及损坏情况, 围绕该问题, 国内外研究者

进行了一系列卓有成效的研究。WANG 和 JIANG<sup>[1-2]</sup>将包装件建模为二自由度系统, 研究了线性和非线性包装件在冲击激励作用下的响应, 得到了跌落破损边界曲线, 分析了频率比、阻尼、无量纲速度对边界曲线的影响。王军、黄秀玲等<sup>[3-6]</sup>采用数值分析的方法研究了包装系统在半正弦冲击激励作用下, 产品中关键部件的响应, 提出了三维冲击谱的概念, 分析了各参数对产品易损部件响应加速度峰值的影响规律。由

收稿日期: 2017-05-05

基金项目: 兰州市人才创新创业项目 (2015-RC-62)

作者简介: 朱大鹏 (1977—), 男, 博士, 兰州交通大学教授, 主要研究方向为运输包装。

于在流通过程中, 包装件通常以堆码的形式存在, 王军、王志伟<sup>[7-8]</sup>对多层堆码包装系统进行建模, 分析了该系统在半正弦冲击激励下的组合冲击谱和组合破损边界曲线, 研究了各参数对冲击谱和破损边界的影响。文献[9]通过实验获得了单次跌落冲击对产品损坏程度的影响, 用于预测产品在多次冲击作用下的损坏, 提高了产品受到连续冲击时受损程度的预测精度。

产品在流通过程中, 大部分时间内受到的载荷是随机振动, 在长时间的随机振动作用下, 包装件中产品发生损坏的机理主要有 3 种<sup>[10]</sup>: 在随机振动激励下, 包装件位移响应或加速度响应超出一定的阈值造成产品损坏, 这种损坏方式也称为首次穿越损坏; 包装件的响应超出一定阈值的状态维持时间过长, 会造成产品的损坏; 产品中部件或材料在随机振动激励下缺陷积累到一定程度造成的损坏。近年来, 随着人们对包装件在流通过程中随机振动作用下安全保护认识的提高, 研究包装件的振动可靠度问题必将会逐步成为运输包装领域的一个热点。

这里采用结构可靠度的相关方法<sup>[11-14]</sup>研究单自由度包装件在随机振动激励条件下位移响应的首次穿越损坏问题, 即研究  $P[x \geq x_0]$  问题, 其中,  $P[\cdot]$  为概率,  $x$  为系统的位移响应,  $x_0$  为位移响应的阈值。文中的研究拟提出一种分析包装件位移响应首次穿越损坏概率的方法, 为分析包装件在流通过程中的振动可靠度提供理论支撑, 为提高包装件在随机振动作用下的可靠度提供依据。

## 1 单自由度线性包装件振动可靠度分析

将包装件建模为单自由度线性系统, 在随机振动激励下, 包装件运动方程为:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (1)$$

式中:  $m$  为产品质量;  $c$  和  $k$  分别为包装件的粘性阻尼系数和弹性系数;  $f(t)$  为随机激励力。假定该激励力是单边功率谱密度为  $W$  的高斯白噪声, 且均值为 0, 则激励力可表示为:

$$f(t) = \sum_{i=1}^n u_i s_i(t) = \mathbf{s}^T(t) \mathbf{u} \quad (2)$$

式中: 向量  $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_n]^T$ , 它是标准正态随机向量;  $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)]^T$ , 被称为基函数, 它与  $f(t)$  的协方差函数有关;  $n$  的大小决定了离散化  $f(t)$  的精度。由式 (2) 可以看出,  $f(t)$  的随机性由向量  $\mathbf{u}$  决定,  $f(t)$  的时变性由向量  $\mathbf{s}(t)$  决定, 也可以将随机振动激励  $f(t)$  看作是  $n$  维标准正态随机空间  $\mathbf{u}$  中对应的点。应用杜哈梅尔积分, 包装件的位移响应可表示为:

$$x(t) = \int_0^t f(\tau) h(t-\tau) d\tau \quad (3)$$

式中:  $h(t)$  是式 (1) 所表示的单自由度包装件的单位脉冲响应函数。将式 (2) 代入式 (1) 可得:

$$x(t) = \int_0^t \sum_{i=1}^n u_i s_i(\tau) h(t-\tau) d\tau = \sum_{i=1}^n u_i a_i(t) = \mathbf{a}(t)^T \mathbf{u} \quad (4)$$

式中: 向量  $\mathbf{a}(t) = [a_1(t), a_2(t), \dots, a_n(t)]^T$ , 且

$$a_i(t) = \int_0^t s_i(\tau) h(t-\tau) d\tau \quad (5)$$

假定  $x_0$  是包装件位移响应的阈值, 当  $x \geq x_0$  时, 产品发生损坏。考虑  $t=t_0$  时, 包装件处于临界状态  $x=x_0$ , 根据式 (4), 可得临界状态的方程式:

$$x_0 - \mathbf{a}(t_0)^T \mathbf{u} = 0 \quad (6)$$

式 (6) 称为包装件的极限状态方程, 从式 (6) 可以看出, 很显然, 随机振动激励条件下, 在  $t_0$  时刻, 临界状态  $x=x_0$  在标准正态变量空间  $\mathbf{u}$  中, 点的集合是一个高维空间中的超平面, 该超平面将高维空间划分成了损坏区和安全区, 见图 1。由此, 在  $t_0$  时刻, 包装件发生损坏的概率为:

$$P[x(t_0) \geq x_0] = \int_{x_0 - \mathbf{a}(t_0)^T \mathbf{u} \leq 0} \varphi(\mathbf{u}) d\mathbf{u} \quad (7)$$

式中:  $\varphi(\mathbf{u})$  是一个关于向量  $\mathbf{u}$  的联合概率密度函数。很显然, 对于绝大多数的结构可靠度问题, 利用式 (7) 直接求解损坏概率具有较大的难度, 因此通常采用近似估计法计算式 (7) 的概率。常用的方法有一次可靠度方法 (FORM), 二次可靠度方法 (SORM), 重要抽样法 (IS) 等<sup>[15]</sup>。对于线性系统和弱非线性系统, FORM 方法具有良好的精确性, 该方法直观、计算方便, 在结构可靠度分析领域获得了广泛的应用。这里应用 FORM 方法分析包装件的失效概率。

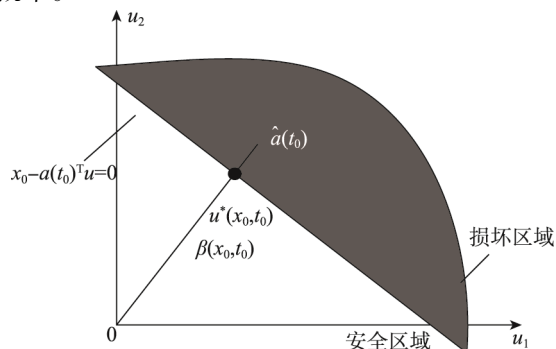


图 1 应用 FORM 在  $\mathbf{u}$  空间分析线性包装件损坏概率  
Fig.1 Failure probability analysis of linear package in  $\mathbf{u}$  space using FORM

如图 1, 极限状态超平面的单位法向量为:

$$\hat{\alpha}(t_0) = \mathbf{a}(t_0) / \|\mathbf{a}(t_0)\| \quad (8)$$

坐标原点到极限状态超平面之间的距离为:

$$\beta(x_0, t_0) = x_0 / \|\mathbf{a}(t_0)\| \quad (9)$$

$\beta$  称为系统的可靠度指标, 由图 1 可看出, 极限状态曲面上距离坐标原点最近的点为  $\mathbf{u}^*(x_0, t_0)$ , 该点对于求解结构可靠度问题非常重要, 通常将该点称为设计点, 对于线性包装件, 设计点的求解式为:

$$\mathbf{u}^*(x_0, t_0) = \beta(x_0, t_0) \hat{\alpha}(t_0) = x_0 \frac{\mathbf{a}(t_0)}{\|\mathbf{a}(t_0)\|^2} \quad (10)$$

与  $\mathbf{u}^*(x_0, t_0)$  相对应, 在高维  $\mathbf{u}$  空间中, 对应的随机激励力  $f^*(t)$  称为设计点激励:

$$f^*(t) = \mathbf{s}(t)^T \mathbf{u}^*(x_0, t_0) = x_0 \frac{\mathbf{s}(t)^T \mathbf{a}(t_0)}{\|\mathbf{a}(t_0)\|^2} \quad (11)$$

在设计点激励作用下, 系统的响应  $x^*(t)$  称为设计点响应:

$$x^*(t) = \mathbf{a}(t)^T \mathbf{u}^*(x_0, t_0) = x_0 \frac{\mathbf{a}(t)^T \mathbf{a}(t_0)}{\|\mathbf{a}(t_0)\|^2} \quad (12)$$

由式 (12), 显然有  $x^*(t_0) = x_0$ 。

根据一阶可靠度方法, 在  $t_0$  时刻, 系统位移响应首次穿越损坏概率为:

$$P[x(t_0) \geq x_0] = \Phi[-\beta(x_0, t_0)] \quad (13)$$

式中: 函数  $\Phi[\cdot]$  为标准正态累积分布函数。根据式 (13), 易得单自由度线性包装件的振动可靠度的解析解。

## 2 镜像激励

### 2.1 定义

对于非线性单自由度弹性包装系统, 运动方程为:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + R(x) = f \quad (14)$$

式中:  $R(x)$  是系统位移的非线性函数, 代表包装件中的非线性恢复力。基于式 (13) 的包装件振动可靠度分析是基于系统的单位脉冲响应函数的, 因此对于非线性包装件, 无法利用单位脉冲响应函数分析系统响应, 但非线性系统的动态特性可用其自由响应进行分析。假定系统位移自由响应表示为  $x_F(t)$ , 速度自由响应表示为  $\dot{x}_F(t)$ , 令  $x_F(0) = x_0$ ,  $\dot{x}_F(0) = 0$ , 则在给定的自由响应的时间段  $0 \leq t \leq t_n$  内, 系统镜像响应  $x_I(t)$  和  $\dot{x}_I(t)$  定义为: 对于任意给定的  $t$ , 有  $x_I(t) = x_F(t_n - t)$ , 且  $x_I(0) = x_F(t_n)$ ,  $\dot{x}_I(0) = -\dot{x}_F(t_n)$ ,  $x_I(t_n) = x_F(0) = x_0$ ,  $\dot{x}_I(t_n) = -\dot{x}_F(0)$ 。系统镜像激励  $f_I$  定义为能引起系统镜像响应的激励载荷。根据以上定义, 易得以下关系式<sup>[11, 16]</sup>:

$$\dot{x}_I(t) = \dot{x}_F(t_n - t) \quad (15)$$

$$f_I(t) = -2c\dot{x}_F(t_n - t) = 2c\dot{x}_I(t) \quad (16)$$

### 2.2 线性系统的设计点激励

对于单自由度线性系统, 设计点利用式 (10) 求得, 其中,  $a_i$  利用式 (5) 求得, 式 (5) 中, 令基函数  $s_i(t) = \sigma\delta(t - t_i)$ , 其中  $\sigma$  为随机振动激励的方差,  $\delta(t)$  为狄拉克函数。式 (10) 可表示为:

$$u_i^* = x_0 \frac{h(t_n - t_i)}{\sigma \sum_{i=1}^n h(t_n - t_i)^2 dt} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (17)$$

式中:  $dt$  为积分过程中的时间微分。根据式 (11), 对应的设计点激励可表示为:

$$f^*(t) = \mathbf{s}^T \mathbf{u}^* = \sum_{i=1}^n \frac{h(t_n - t_i) \delta(t - t_i)}{\sum_{j=1}^n h(t_n - t_j)^2 dt} \quad (18)$$

将式 (18) 表示为离散形式, 可得:

$$f_i^* = x_0 \frac{h_i}{\sum_{j=1}^n h_j^2 dt} \quad (19)$$

假定式 (1) 所表示的单自由度线性包装件在初始条件  $x(0) = x_0$ ,  $\dot{x}(0) = 0$  下自由响应, 则系统位移响应为:

$$x_F(t) = \frac{x_0 \omega_n}{\omega_d} \exp[-\zeta \omega_n t] \cos(\omega_d t - \varphi) \quad (20)$$

式中:  $\omega_n = \sqrt{k/m}$ ;  $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ ;  $\zeta = c/2m\omega_n$ ;  $\varphi = \arctan \zeta / \sqrt{1 - \zeta^2}$ 。其中,  $k$ ,  $m$ ,  $c$  分别为单自由度包装件的弹性系数、质量和阻尼系数。则系统的速度响应为:

$$\dot{x}_F(t) = -\omega_n^2 x_0 \frac{1}{\omega_d} \exp[-\zeta \omega_n t] \sin(\omega_d t) = -kx_0 h(t) \quad (21)$$

将  $h(t) = -\dot{x}_F(t) / kx_0$  代入式 (18) 可得:

$$f_i^* = -\frac{kx_0^2 \dot{x}_F(t_n - t_i)}{\sum_{j=1}^n \dot{x}_F(t_n - t_j)^2 dt} \quad (22)$$

式 (22) 分子分母同时乘以  $c$ , 并考虑到

$\sum_{i=1}^n c\dot{x}_F(t_n - t_i)^2 dt = \sum_{i=1}^n c\dot{x}_F(t_i)^2 dt$ , 则式 (22) 可写为:

$$f_i^* = -\frac{kx_0^2 c\dot{x}_F(t_n - t_i)}{\sum_{j=1}^n c\dot{x}_F(t_j)^2 dt} \quad (23)$$

式 (23) 中, 分子  $kx_0^2$  为系统在初始条件下势能  $P(x_0)$  的 2 倍, 若  $\Delta t$  足够小, 则有:

$$\sum_{j=1}^n c\dot{x}_F(t_j)^2 dt = \int_0^{t_n} c\dot{x}_F(\tau)^2 d\tau = E(t_n) \quad (24)$$

式中:  $E(t_n)$  为系统在自由响应时刻  $t_n$  时阻尼力消耗的能量。若  $t_n$  足够长, 则  $E(t_n) \approx P(x_0)$ , 式 (23) 可写为:

$$f_i^* = -2c\dot{x}_F(t_n - t_i) \quad (25)$$

式 (25) 是设计点激励的离散表达式, 考虑到式 (15—16) 和 (18), 可得单自由度线性系统设计点激励表达式:

$$f^*(t) = 2c\dot{x}_I(t) = f_I(t) \quad (26)$$

可知系统设计点激励等于镜像激励。

### 2.3 非线性系统的设计点激励

对于式 (14) 所示的单自由度弹性非线性包装件, 由图 1 可知, 由于设计点是标准正态变量空间中极限状态方程约束的曲面上距离原点最近的点, 根据式 (18), 求解设计点激励问题, 即最优化问题  $\min \|\mathbf{f}\|^2$ , 约束条件为  $g(\mathbf{f}) = x_0 - x(\mathbf{f}, t_n) = 0$ 。其中,  $\|\cdot\|$  为范数,  $g(\mathbf{f})$  为系统极限状态方程。为便于分析, 可将约束条件等效改写为:

$$g(f) = P(x_0) - P(x(f, t_n)) = 0 \quad (27)$$

式中:  $P(x) = kx^2/2$ , 表示系统中的势能。式 (27) 所示的最优化问题的拉格朗日函数为<sup>[17]</sup>:

$$\nabla \|f\|^2 + \lambda \nabla g(f) = 0 \quad (28)$$

$$g(f) = 0 \quad (29)$$

式中:  $\lambda$  为拉格朗日乘子;  $\nabla$  为对  $f$  的偏微分。

假定其设计点激励为  $x(0) = x_0$ ,  $\dot{x}(0) = 0$  条件下的镜像激励, 即  $f^*(t) = 2c\dot{x}_1(t) = f_1(t)$ , 则自由响应过程中系统消耗的能量  $E_d(t_n) = \int_0^{t_n} c\dot{x}_F(\tau) d\tau$ , 在此过程中,  $f_1(t)$  对系统做的功  $W(t_n) = \int_0^{t_n} 2c\dot{x}_1(\tau) d\tau$ , 考虑到式 (15), 则  $t_n$  时刻系统达到位移  $x_0$  时的势能为:

$$P(x(t_n)) = W(t_n) - E_d(t_n) = \int_0^{t_n} c\dot{x}_1(\tau) d\tau \quad (30)$$

考虑式 (29) 的最优化问题, 将设计点激励以离散形式表达,  $f^* = [f_1, f_2, \dots, f_n]^T$ , 其中  $f_i = 2c\dot{x}_1(t_i)$ , 则

$$\frac{\partial}{\partial f_i} \|f\|^2 = 2f_i = 4c\dot{x}_1(t_i) \quad (31)$$

根据式 (30) 与式 (28), 有:

$$g(f) = P(x_0) - \int_0^{t_n} c\dot{x}_1(\tau) d\tau \approx P(x_0) - \sum_{i=1}^n c\dot{x}_1^2(t_i) \Delta t = P(x_0) - \sum_{i=1}^n \frac{f_i^2}{4c} \Delta t \quad (32)$$

因此有:

$$\frac{\partial}{\partial f_i} g(f) = -\dot{x}_1(t_i) \Delta t \quad (33)$$

由式 (31) 和式 (33), 满足优化条件 (28)。由于  $P(x_0) = \int_0^{t_n} c\dot{x}_F^2(\tau) d\tau$ , 考虑到式 (30), 且  $\int_0^{t_n} c\dot{x}_F^2(\tau) d\tau = \int_0^{t_n} c\dot{x}_1^2(\tau) d\tau$ , 故满足优化条件 (29)。这表明, 文中对单自由度非线性弹性系统的设计点激励的假定是正确的。由此得到, 对于单自由度线性和非线性系统, 其设计点激励即初始位移为阈值位移, 初始速度为 0 的镜像激励, 用数学表达式可表示为:

$$f^*(t) = 2c\dot{x}_1(t) = f_1(t) \quad x_F(0) = x_0, \dot{x}(0) = 0 \quad (34)$$

### 3 数值算例

#### 3.1 算例 1

单自由度线性包装件受到支座激励的作用, 运动方程为  $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t)$ , 其中  $m = 10 \text{ kg}$ ,  $c = 490.8 \text{ Ns/m}$ ,  $k = 930.1 \text{ kN/m}$ ,  $f(t) = m\ddot{b}(t)$ ,  $\ddot{b}(t)$  为支座加速度激励。假定  $\ddot{b}(t)$  为单边功率谱密度  $W(f) = 0.98 \text{ m}^2/\text{s}^3$  的高斯白噪声<sup>[18]</sup>, 包装件发生位移响应首次穿越损坏的阈值  $x_0 = 3 \text{ mm}$ 。该例中, 首先采用分析法, 根据式 (10) 确定不同时刻系统的设计点, 再应用式 (13) 确定包装件的损坏概率, 见图 2。也可利用式 (25) 或 (26) 首先确定系统的设计点激励, 由于在高斯白噪声条件

下设计点激励和设计点之间存在关系, 即  $u_i^* = f_i^* / \sqrt{m^2 W(f) / \Delta t}$ , 其中  $\Delta t$  为数值模拟的时间间隔, 因此可求出系统设计点, 根据式 (9) 和式 (13) 确定出系统损坏概率, 见图 2。由图 2 可以看出, 在系统稳态响应阶段, 应用分析法和设计点激励法的计算结果几乎完全相同, 但在系统暂态响应阶段 (该例中,  $t \leq 0.1 \text{ s}$ ), 应用设计点激励法分析出的系统首次穿越概率与分析法相比, 具有较大的误差, 这是因为在式 (22—23) 中, 在暂态阶段系统消耗的能量与系统的初始势能是不相等的, 式 (25—26) 在这种情况下不成立。由此, 设计点激励法只能用于系统稳态响应条件下的首次穿越分析, 不适用于系统暂态响应损坏概率分析。

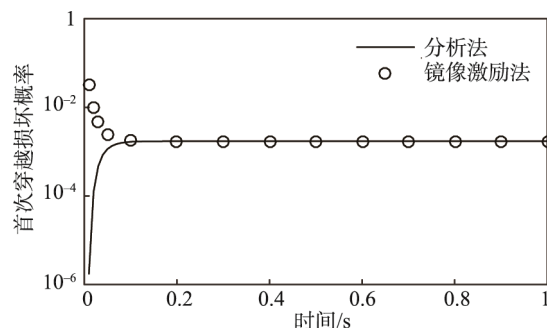


图 2 应用分析法和镜像激励法确定单自由度线性包装件失效概率

Fig.2 Failure probability determination of linear SDOF package using analytical and mirror image excitation methods

#### 3.2 算例 2

单自由度非线性弹性包装件受支座激励作用, 运动方程式为  $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + k_3x^3 = f(t)$ , 方程中各参数与算例 1 中的参数相同,  $k_3 = 15 \text{ GN/m}^3$ 。由于非线性系统不存在单位脉冲响应函数, 所以不能应用分析法计算非线性系统的首次穿越损坏概率, 这里应用设计点激励法分析系统的损坏概率。首先应用式 (34) 分析系统的设计点激励和设计点响应, 见图 3。由图 3 可以看出, 在设计点激励的作用下, 系统在  $t_n$  时刻的响应恰好为首次穿越损坏的阈值  $x_0 = 3 \text{ mm}$ 。由于设计点激励为给定范数条件下的最易造成系统首次穿越的载荷, 因此由图 3 可看出, 该载荷是发散的。应用  $u_i^* = f_i^* / \sqrt{m^2 W(f) / \Delta t}$  分析出系统设计点, 则系统可靠度指标  $\beta = |u^*|$ , 应用式 (13), 求出系统位移首次穿越失效概率, 见图 4。为避免暂态响应阶段镜像激励法分析造成的误差, 该例中仅分析了稳态响应时 ( $t > 0.1 \text{ s}$ ) 的失效概率。为验证镜像激励法的准确性, 这里在不同的时刻分别随机生成了  $10^6$  个数据, 应用蒙特卡洛模拟法分析系统首次穿越失效概率。通过镜像激励法分析和蒙特卡洛分析对比表明, 应用文中提出的镜像激励法分析单自由度非线性包装件位移首

次穿越概率问题具有良好的准确性。图4还给出了对应的线性包装件的失效概率,可看出,与线性包装件相比,非线性包装件的首次穿越失效概率更低。

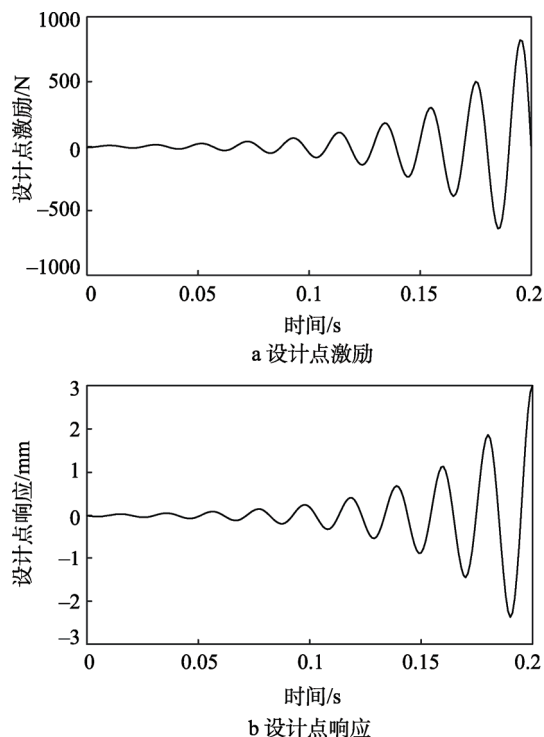


图3 非线性单自由度包装件的设计点激励和设计点响应  
Fig.3 Design point excitation and design point response of nonlinear SDOF package

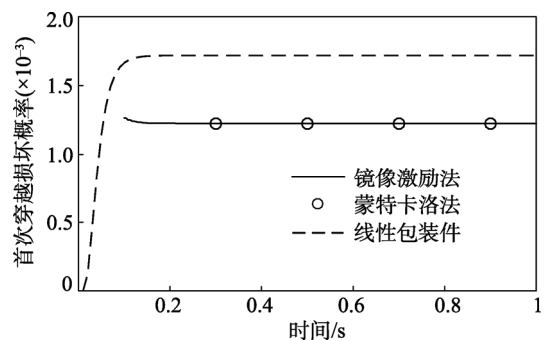


图4 应用镜像激励法和蒙特卡洛模拟确定单自由度非线性包装件失效概率

Fig.4 Failure probability determination of nonlinear SDOF package using mirror image excitation method and Monte Carlo simulation

#### 4 结语

提出了分析法和镜像激励法研究单自由度线性和非线性包装件的振动可靠度问题。对于线性包装件,将求解包装件位移响应的首次穿越损坏概率的问题转化为标准正态空间中的几何分析问题,推导出设计点和可靠度指标计算方法,通过理论分析确定系统的镜像激励与设计点激励之间的关系,并提出了应用镜像激励法确定系统设计点的思路。对于非线性包装件,通过最优化方法证明系统设计点激励与镜像激励

之间的关系,得出了系统设计点激励与初始位移为失效阈值时的自由响应条件下镜像激励相等的结论。文中提出的镜像激励法提供了一种准确、简便的确定单自由度包装件位移响应首次穿越损坏概率的方法,从而为分析包装件的振动可靠度提供了一种有力的方法。

#### 参考文献:

- [1] WANG Zhi-wei, JIANG Jiu-hong. Evaluation of Product Dropping Damage Based on Key Component[J]. Packaging Technology and Science, 2010, 23(4): 227—238.
- [2] JIANG Jiu-hong, WANG Zhi-wei. Dropping Damage Boundary Curves for Cubic and Hyperbolic Tangent Packaging Systems Based on Key Component [J]. Packaging Technology and Science, 2012, 25(7): 397—411.
- [3] 王军, 王志伟. 半正弦脉冲激励下考虑易损件的正切型包装系统冲击特性研究[J]. 振动与冲击, 2008, 27(1): 167—168.  
WANG Jun, WANG Zhi-wei. 3-Dimensional Shock Response Spectra Characterizing Shock Response of a Tangent Packaging System with Critical Components[J]. Shock and Vibration, 2008, 27(1): 167—168.
- [4] 王军, 王志伟. 考虑易损件的正切型包装系统冲击破损边界曲面研究[J]. 振动与冲击, 2008, 27(2): 166—167.  
WANG Jun, WANG Zhi-wei. Damage Boundary Surface of a Tangent Nonlinear Packaging System with Critical Component[J]. Shock and Vibration, 2008, 27(2): 166—167.
- [5] 黄秀玲, 王军, 卢立新, 等. 三次非线性包装系统关键部件冲击响应影响因素分析[J]. 振动与冲击, 2010, 29(10): 179—181.  
HUANG Xiu-ling, WANG Jun, LU Li-xin, et al. Factors Influencing Shock Characteristics of a Cubic Nonlinear Packaging System with Critical Component[J]. Shock and Vibration, 2010, 29(10): 179—181.
- [6] 王军, 卢立新, 王志伟. 双曲正切包装系统关键部件三维冲击谱研究[J]. 振动与冲击, 2010, 29(10): 99—101.  
WANG Jun, LU Li-xin, WANG Zhi-wei. Three-Dimensional Shock Spectrum of a Hyperbolic Tangent Nonlinear Packaging System with Critical Component[J]. Shock and Vibration, 2010, 29(10): 99—101.
- [7] 王军, 王志伟. 多层堆码包装系统冲击动力学特性研究(I): 冲击谱[J]. 振动与冲击, 2008, 27(8): 106—107.  
WANG Jun, WANG Zhi-wei. Combined Shock Spectrum of Linear Stacking Packaging System(I): Shock Spectrum[J]. Shock and Vibration, 2008, 27(8): 106—107.
- [8] 王军, 王志伟. 多层堆码包装系统冲击动力学特性研究(II): 破损边界[J]. 振动与冲击, 2008, 27(8): 108—109.  
WANG Jun, WANG Zhi-wei. Combined Shock Spec-

- trum of Linear Stacking Packaging System(Ⅱ): Damage Boundary[J]. Shock and Vibration, 2008, 27(8): 108—109.
- [9] KITAZAWA H, SAITO K, ISHIKAWA A. Effect of Difference in Acceleration and Velocity Change on Product Damage Due to Repetitive Shock[J]. Packaging Technology and Science, 2014, 27(3): 221—230.
- [10] MARK W D, CRANDALL S H. Random Vibration in Mechanical Systems[M]. New York: Academic Press, 1963.
- [11] 任丽梅, 刘建民, 肖玉柱. 基于镜像激励的结构动力学系统的设计点激励[J]. 工程力学, 2015, 32(10): 233—238.  
REN Li-mei, LIU Jian-min, XIAO Yu-zhu. Design-Point Excitation of Structural Dynamic Systems Based on Mirror-Image Excitation[J]. Engineering Mechanics, 2015, 32(10): 233—238.
- [12] 任丽梅, 徐伟, 都琳. 非平稳地震作用下线性系统的首次穿越[J]. 工程力学, 2013, 30(5): 234—237.  
REN Li-mei, XU Wei, DU Lin. First Passage Failure Probabilities of Dynamical Systems Subjected to Non-Stationary Earthquake[J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(5): 234—237.
- [13] AU S K. Critical Excitation of SDOF Elasto-Plastic Systems[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 296(4): 714—733.
- [14] VALDEBENITO M A, PRADLWARTER H J. The Role of Design Point for Calculating Failure Probabilities in View of Dimensionality and Structural Nonlinearities[J]. Structural Safety, 2010, 32(2): 101—111.
- [15] KIUREGHIAN A. The Geometry of Random Vibrations and Solutions by FORM and SORM[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2000, 15(1): 81—90.
- [16] KOO H, KIUREGHIAN A, FUJIMURA K. Design-Point Excitation for Non-linear Random Vibrations[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2005, 20(2): 136—147.
- [17] 谢政, 李建平, 陈挚. 非线性最优化理论与方法[M]. 北京: 高等教育出版社, 2010.  
XIE Zheng, LI Jian-ping, CHEN Zhi. Nonlinear Optimization Theory and Method[M]. Beijing: Higher Education Press, 2010.
- [18] 朱大鹏, 李明月. 铁路非高斯随机振动的数字模拟与包装件响应分析[J]. 包装工程, 2016, 37(1): 1—5.  
ZHU Da-peng, LI Ming-yue. Digital Simulation of Non-Gaussian Random Vibration of Railway and Packaging System Response Analysis[J]. Packaging Engineering, 2016, 37(1): 1—5.