

## 无菌砖包机预成型机构支撑杆动力学分析

郭杰<sup>1</sup>, 杨传民<sup>1</sup>, 何思念<sup>1</sup>, 任少伟<sup>1</sup>, 李营<sup>2</sup>, 孟祥飞<sup>2</sup>

(1.天津商业大学, 天津 300134; 2.河北工业大学, 天津 300131)

**摘要:** **目的** 为保证预成型机构工作中的包装精度, 分析当横封器质量、初始位置、行程、周期等参数发生变化时支撑杆振动响应的变化规律。**方法** 将横封器与支撑杆简化为双移动质量和简支梁结构, 并建立其耦合振动方程。用 MEWMARK- $\beta$  法求解出耦合系统在给定条件下的动态响应, 并用 Matlab 作出变化规律曲线。**结果** 在横封器做正弦往复运动时, 支撑杆的跨中挠度呈正弦振动。横封器和砖包机支撑杆耦合系统的振动响应与横封器质量以及砖包机支撑杆的质量、位置、行程有关。**结论** 可以通过减轻横封器总质量、调整横封器初始位置、缩短工作行程来降低支撑杆的振动响应。

**关键词:** 无菌砖包机; 预成型机构; 变速双移动质量; 耦合振动

**中图分类号:** TB484.1; TS206.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2018)01-0116-05

## Dynamics of Support Rod in the Pre-forming Mechanism of Aseptic Brick Packaging Machine

GUO Jie<sup>1</sup>, YANG Chuan-min<sup>1</sup>, HE Si-nian<sup>1</sup>, REN Shao-wei<sup>1</sup>, LI Ying<sup>2</sup>, MENG Xiang-fei<sup>2</sup>

(1.Tianjin University of Commerce, Tianjin 300134, China; 2.Hebei University of Technology, Tianjin 300131, China)

**ABSTRACT:** The work aims to ensure the packaging accuracy during the operation of pre-forming mechanism and analyze the change law of support rod vibration response when the parameters change, including the weight of transverse sealing device, initial position, stroke and cycle. The transverse sealing device and support rod were simplified as double moving mass and flexible-beam system and the corresponding coupled vibration equation was established. The coupling system dynamic response was solved with the MEWMARK- $\beta$  method under the given conditions and the change law curve was made by Matlab. When the transverse sealing device was in sinusoidal reciprocating motion, the mid-span deflection of the support rod was in sinusoidal vibration. The vibration response of transverse sealing device and support rod coupling system of the brick packaging machine was related to the weight, position and stroke of the brick packaging machine support rod. The vibration response of support rod can be reduce by reducing the total mass of the transverse sealing device, adjusting the initial position of the transverse sealing device and shortening the working stroke.

**KEY WORDS:** aseptic brick packaging machine; pre-forming mechanism; variable speed double moving mass; coupled vibration

包装在商品流通过程中对物品的安全、便利贮存运输、销售等方面有很大的帮助。随着牛奶市场的扩大, 无菌砖包机也开始向着高速度、高精度、智能化的方面发展。无菌砖包机的核心部件之一, 即预成型机构的研究受到了越来越多的关注。

预成型机构中上吊篮中的两支撑杆上有一对横封器, 横切机构为下吊篮的两支撑杆上有一对横切器<sup>[1]</sup>。

为了使无菌砖包机寿命长、更稳定、更快速、精度更高, 需要对支撑杆进行动态性能分析来保证预成型机构的性能。预成型机构支撑杆在工作过程中由于自激和强迫振动的影响, 会对预成型、切割、横缝等工位产生影响, 进而影响灌装精度。

对于移动质量与梁的耦合系统振动特性研究, 大都集中于针对初始位置在端部的单个移动质量作用下的

收稿日期: 2017-08-14

基金项目: 国家“十二五”科技支撑重点项目(2011BAD24B01)

作者简介: 郭杰(1992—), 男, 天津商业大学硕士生, 主攻食品包装机械。

通讯作者: 杨传民(1959—), 男, 天津商业大学教授、博导, 主要研究方向为包装机械和包装材料。

柔性梁系统的振动分析。王文亮等<sup>[2]</sup>给出了移动质量作用下简支梁的动力学响应求解方法。Michaltso 等<sup>[3]</sup>分别讨论了牵连惯性力、向心力、科氏力、相对惯性力等因素对简支梁动力学响应的影响。王颖泽等<sup>[4]</sup>根据柔性梁振动理论，考虑包括牵连惯性力、向心力、科氏力、相对惯性力等因素作用时，移动质量间相互运动与柔性梁弹性振动耦合作用，并建立了多移动质量-简支梁系统的振动方程，分析了在多移动质量匀速以及匀变速情况下，振动响应与加速度、速度之间的关系。这里同时考虑移动质量的牵连惯性力、向心力、科氏力以及相对惯性力的影响，然后用 NEWMATK-β 法<sup>[5-8]</sup>计算移动质量在工作时的动态响应，并改变一对横封器的质量、初始位置、工作行程、周期，来分析不同参数下的振动响应变化，为后续预成型机构耦合系统振动问题的进一步分析和研究做铺垫。

### 1 模型建立

某无菌砖包机预成型机构中的热封机构见图 1。为使无菌砖包机具有振动小、噪声小、精度高等良好性能，需要研究该预成型机构支撑杆的动态特性，优化结构与参数，改善其薄弱环节，减小其对整个无菌砖包机动态性能的影响。考虑到上下吊篮的结构相似，这里只研究横封器在支撑杆上的运动，并将其简化为双移动质量-简支梁振动模型，见图 2。其中  $m_1, m_2$  表示横封器质量； $\xi_1, \xi_2$  表示初始位置； $v_1, v_2$  表示初始速度； $a_1, a_2$  表示加速度； $L$  为支撑杆的总长度； $w(x, t)$  为动态响应，其中  $x$  为到初始点的距离， $t$  为运动时间。

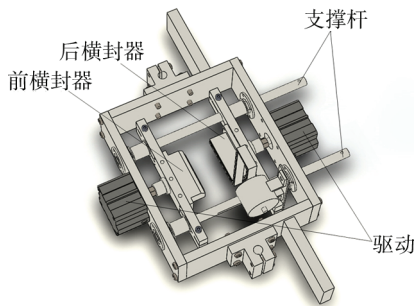


图 1 无菌砖包机横封部分支撑杆及相关结构

Fig.1 Support rod and related structure of transverse sealing section in aseptic brick packaging machine

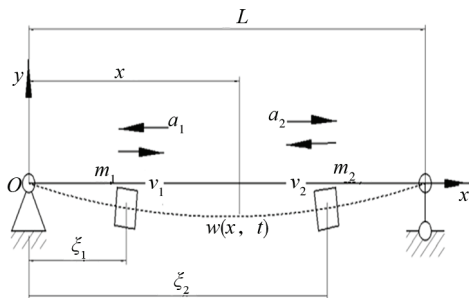


图 2 双移动质量-简支梁振动模型

Fig.2 Vibration model of double moving mass- flexible-beam

#### 1.1 振动方程的建立

根据柔性梁振动理论<sup>[9-12]</sup>，考虑横封器间相互运动与支撑杆弹性振动之间的耦合作用，建立双移动质量-柔性梁系统的振动方程。考虑连杆为简支梁模型，其上作用质量为  $m_i$ ，初始速度为  $v_i$ ，加速度为  $a_i$  的 2 个运动物体 ( $i=1, 2$ )，令  $t$  时刻梁上  $x$  处挠度为  $w(x, t)$ ，根据柔度梁振动理论<sup>[5]</sup>得 2 个移动质量下梁的振动方程为：

$$E_1 \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + C_s \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} = \sum_{i=1}^N m_i [g - (\frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + 2v_i(t) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x \partial t} + v_i^2(t) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} + a_i(t) \frac{\partial w(x, t)}{\partial x})] \delta[x - \xi_i(t)] \quad (1)$$

式中： $E_1$  为梁的抗弯刚度； $\rho$  为梁的密度； $A$  为梁的截面积； $C_s$  为位移速度阻尼系数； $g$  为重力加速度； $\delta$  为狄拉克函数； $m \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2}$ ， $ma \frac{\partial w(x, t)}{\partial x}$ ， $2v_i(t) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x \partial t}$ ， $v_i^2(t) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2}$  分别为移动质量变速运动时产生的惯性力、相对惯性力、科氏力、向心力； $\xi_i(t)$  为时间  $t$  时，移动质量  $m_i$  到原点的距离。其中  $C_s = a_0 M + a_1 K$ ，质量阻尼系数  $a_0 = 0$ ，刚度阻尼系数  $a_1 = 0.0002$ ， $M$  为质量矩阵， $K$  为系统刚度。

#### 1.2 振动方程的解耦

选取简支梁的振型函数为模态函数，采用模态叠加法<sup>[13-14]</sup>对方程进行坐标变换，其变换形式为：

$$w(x, t) = \sum_j \varphi_j(x) q_j(t) \quad (j = 1, 2 \dots N_1) \quad (2)$$

式中： $\varphi_j(x) = \sin(\frac{j\pi}{L} x)$ ，为简支梁的第  $j$  阶振型的模态函数； $q_j(t)$  为第  $j$  阶振型的模态坐标。

将式 (2) 带入式 (1) 并进行模态分析，展开可得：

$$E_1 (\frac{j\pi}{L})^4 \sum_j \varphi_j(x) q_j(t) + \rho A \sum_j \varphi_j(x) \ddot{q}_j(t) + C_s \sum_j \varphi_j(x) \dot{q}_j(t) = \sum_{i=1}^N m_i [g - (\frac{\partial^2 \sum_j \varphi_j(x) q_j(t)}{\partial t^2} + a_i(t) \frac{\partial \sum_j \varphi_j(x) q_j(t)}{\partial x} + v_i^2(t) \frac{\partial^2 \sum_j \varphi_j(x) q_j(t)}{\partial x^2} + 2v_i(t) \frac{\partial \sum_j \varphi_j(x) q_j(t)}{\partial t})] \delta[x - \xi_i(t)] \quad (3)$$

利用模态函数的正交性，式 (3) 两端分别乘以  $\varphi_k(x)$  并沿 0 到  $L$  积分，由狄拉克函数的挑选性  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x - t_0) dx = f(t_0)$  可得：

$$w_j^2 \bar{M}_j \ddot{q}_j(t) + a_1 w_j^2 \bar{M}_j \sum_j \varphi_j(x) \dot{q}_j(t) + \bar{M}_j \ddot{q}_j(t) = \sum_i^N m_i \left\{ g - \sum_{j=1}^{N_1} [\varphi_j(\xi_i) \ddot{q}_j(t) + 2v_i \varphi_j'(\xi_i) \dot{q}_j(t) + a_i \varphi_j'(\xi_i) q_j(t) + v_i^2 \varphi_j''(\xi_i) q_j(t)] \right\} [x - \varphi_k(\xi_i)] \quad (4)$$

$$\text{式中: } \int_0^L \rho A \varphi_j(x) \varphi_k(x) dx = \begin{cases} 0 & j \neq k \\ \bar{M}_k & j = k \end{cases};$$

$w_j^2 = E_1 (\frac{j\pi}{L})^4$ ;  $N, N_1$  为相应的矩阵维数, 为计算方便, 这里取 4。

将式(4)整理得:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{q}(t) = \mathbf{Q}(t) \quad (5)$$

式中:

$$\mathbf{M} = \text{diag}[\bar{M}_j + \sum_i^N \sum_j^{N_1} m_i \varphi_j(\xi_i) \varphi_k(\xi_i)] \quad (6)$$

$$\mathbf{C} = \text{diag}\{\sum_i^N \sum_j^{N_1} [2v_i m_i \varphi_j'(\xi_i) \varphi_k(\xi_i)] + a_1 w_j^2 \bar{M}_j\} \quad (7)$$

$$\mathbf{K} = \text{diag}\{w_j^2 \bar{M}_j + \sum_i^N \sum_j^{N_1} [2a_i m_i \varphi_j'(\xi_i) \varphi_k(\xi_i) + m_i v_i^2 \varphi_j''(\xi_i) \varphi_k(\xi_i)]\} \quad (8)$$

$$\mathbf{Q} = \sum_i^N m_i g \mathbf{Q}_{k,i}(t) \quad (9)$$

对于解耦获得的式(5)为二阶时变微分方程组, 即随着移动质量在梁上位置的不断变化, 方程组的质量矩阵  $\mathbf{M}$ 、阻尼矩阵  $\mathbf{C}$ 、刚度矩阵  $\mathbf{K}$  以及外力矩阵  $\mathbf{Q}$  都随时间的变化而变化。对于该类微分方程组, 最有效、最常见的方法为逐步积分法<sup>[15-16]</sup>。这里用 NEWMARK- $\beta$  逐步积分法, 选择步长  $dt=0.01$ ,  $\beta=0.25, \gamma=0.5$ 。求解得到不同阵型下每个时刻的  $q$  值, 再由式(2)可求得任意时刻梁上任一点的挠度。通过 Matlab 编写求解移动质量作用下的简支梁动态响应的程序进行计算。

## 2 动态响应分析

### 2.1 工作状态下的振动响应

参照某型号无菌砖包机的参数, 取横封器  $m_1=0.75 \text{ kg}, m_2=1.11 \text{ kg}$ , 支撑杆长度  $L=0.328 \text{ m}$ , 密度  $\rho=2750 \text{ kg/m}^3$ , 截面积  $A=3.14 \text{ cm}^2$ , 支撑杆的抗弯刚度  $E_1=541 \text{ N}\cdot\text{m}^2$ , 横封器相向运动, 速度与加速度大小总是大小相等、方向相反, 其初始位置分别为  $\zeta_1=0.084 \text{ m}, \zeta_2=0.244 \text{ m}$ , 行程  $s=0.035 \text{ m}$ , 进行周期为  $0.2 \text{ s}$  的正弦往复运动。

得到的动态响应曲线见图 3。由图 3 可知, 在平衡位置时, 横封器作用下支撑杆跨中挠度呈正弦波

动, 开始一段时间波动不稳定, 而后逐渐成为稳定的周期运动。分析在 2 个横封器运动到 1 s 时支撑杆上不同位置的挠度分布, 可知挠度最大值并没有在支撑杆正中心, 而是稍微往右偏移。这是由于 2 个横封器大小不同, 质量大引起的挠度更大, 在耦合系统振动时, 挠度最大值便向横封器质量更大的方向偏移。分析耦合系统在不同时刻的支撑杆挠度分布, 可知同一时间内在支撑杆的跨中附近挠度变化最大, 振动响应稳定时杆上所有位置挠度呈现周期性变化。

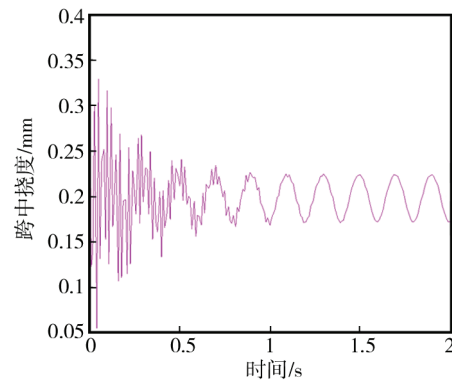


图 3 支撑杆上跨中点处挠度的变化  
Fig.3 Change of mid-span deflection of support rod

### 2.2 参数对系统动态响应的影响

根据 1.2 节的推导, 可以得出梁的动态响应。通过改变不同参数, 研究初始位置、工作行程、驱动周期对支撑杆动态响应的影响。分析横封器对支撑杆的振动响应, 可知平衡位置与 2 个横封器总质量成正比, 振动响应振幅与 2 个横封器总质量基本成正比。

在 2 个横封器初始位置满足  $\zeta_2-\zeta_1$  为定值的情况下, 即 2 个横封器中距相等时, 横封器初始位置对杆动态响应的影响见图 4。由图 4 可知, 振动响应一开始为瞬态, 并不稳定, 因此图 4a 从 1 s 开始。 $\zeta_1$  为 120 mm 时, 较重的质量更接近端部。由图 4b 可知, 不同初始位置下, 杆动态响应的平衡位置和振幅变化是有规律的。随着  $\zeta_1$  的增大, 平衡位置逐渐减小, 但是减小幅度越来越大, 振幅越来越大, 增大幅度越来越小。这是因为  $\zeta_1$  越大, 较重的质量越接近端部, 振动响应平衡位置越小, 振幅越大。在 2 个横封器初始位置满足  $\zeta_2+\zeta_1=L$  的情况下, 即 2 个横封器到杆端部的最近距离相等时, 横封器初始位置对杆动态响应的影响见图 5。图 5a 为 2 个横封器在初始位置时,  $\zeta_1$  在不同位置时支撑杆的振动响应。由图 5b 可知, 当横封器分别距支撑杆最近端相等时, 随着  $\zeta_1$  的增大, 动态响应的平衡位置呈线性逐渐增大, 振幅线性减小。这是因为随着  $\zeta_1$  的增大, 横封器离端部越来越远, 平衡位置随之增大, 振幅减小。

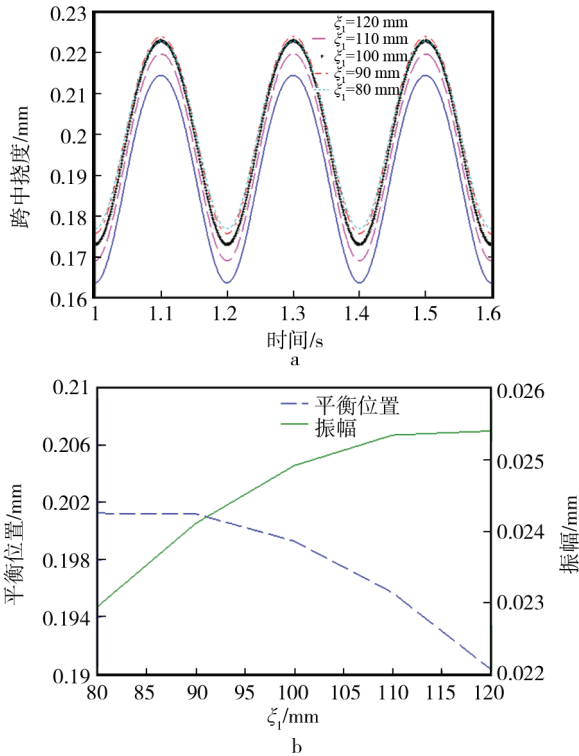


图 4  $\zeta_2 - \zeta_1$  为定值时初始位置对支撑杆的动态响应影响  
 Fig.4 The influence of initial position on the dynamic response of the support rod in the condition  $\zeta_2$  minus  $\zeta_1$  as fixed

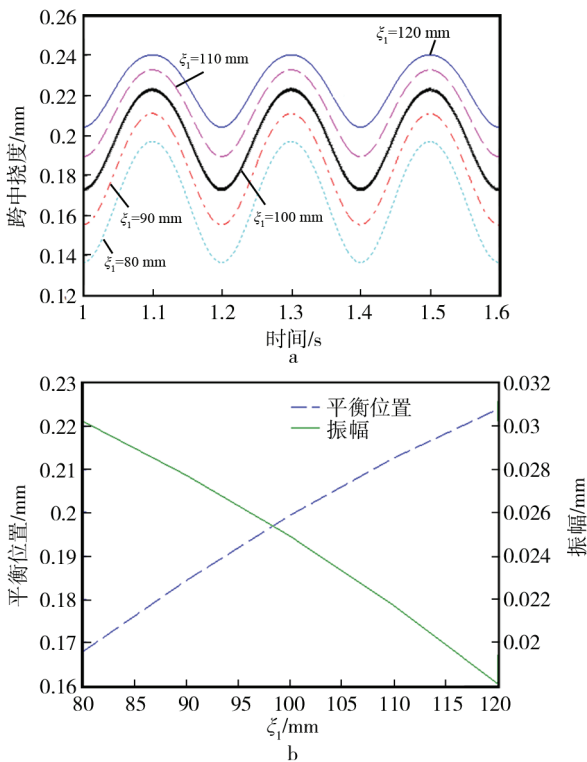


图 5  $\zeta_2 + \zeta_1 = L$  时初始位置对支撑杆的动态响应的影响  
 Fig.5 The influence of initial position on the dynamic response of the support rod in the condition  $\zeta_2 + \zeta_1 = L$

工作行程对支撑杆动态响应的影响见图 6。图 6a 为 2 个横封器在不同行程正弦运动时支撑杆的动态响应。由图 6b 可以看出，虽然行程不同，但是动态响应

的平衡位置逐渐减小，减小幅度很小，行程越长，振幅越大。这是因为行程越长，横封器工作时越接近中间位置，系统刚度越低，振幅越大。虽然有规律性，但是工作行程对支撑杆动态响应平衡位置的影响很小。

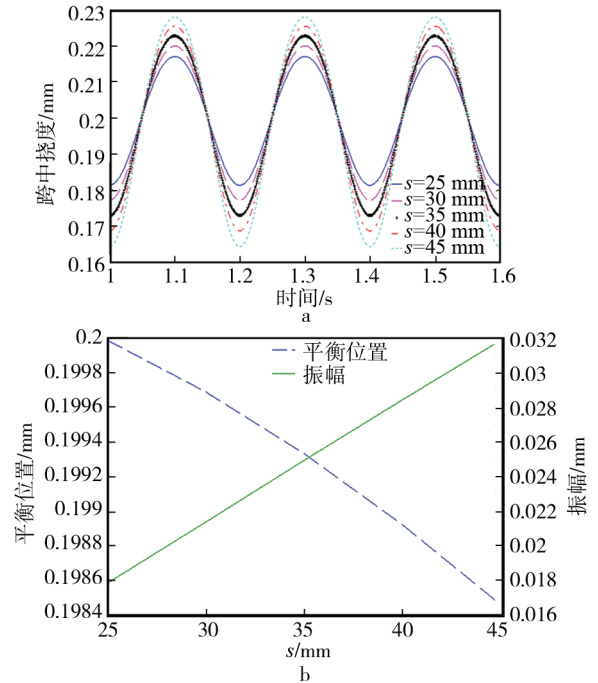


图 6 工作行程对支撑杆的动态响应的影响  
 Fig.6 The influence of working stroke on the dynamic response of support rod

2 个横封器在不同周期正弦运动时支撑杆的动态响应见图 7。由图 7 可知，虽然动态响应的平衡位置和振幅在不同周期下的变化并不明显，但却呈现一定的规

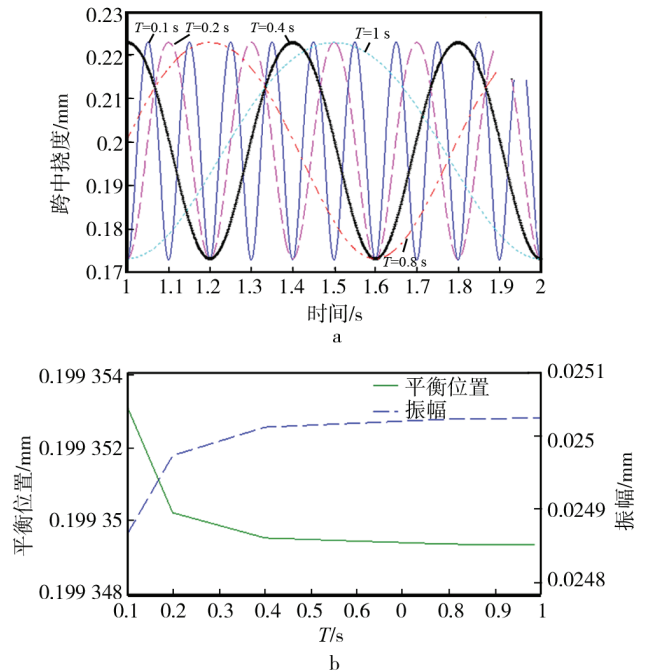


图 7 驱动周期对支撑杆的动态响应的影响  
 Fig.7 The influence of dynamic response of the support rod on driving cycle



律性,即随着周期的变大,平衡位置逐渐变大,增大幅度越来越小;振幅越来越小,减小幅度也越来越小。支撑杆的固有频率约 800 Hz,在远离固有频率的基础上,驱动周期对支撑杆的振动响应影响不大。从图 7b 可以看出,当驱动周期减小,即驱动工作频率增大,此时更接近支撑杆的固有频率,支撑杆振动响应的振幅增大幅度越来越大,平衡位置的减小幅度越来越大。

### 3 结语

在考虑了变速运动时产生的惯性力、向心力、科氏力、相对惯性力以及位移速度阻尼对梁横向振动的动力学影响后,建立了变速双移动质量与简支梁耦合系统的振动微分方程,得出了以下结论:在横封器做正弦往复运动时,支撑杆的跨中挠度呈正弦振动,一开始波动较大,后来逐渐稳定。当横封器质量变化时,其质量和越大,平衡位置位移越大,振幅越大;在初始位置  $\zeta_2-\zeta_1$  为定值时,横封器  $\zeta_1$  越小,杆动态响应的平衡位置越小,振幅越大;  $\zeta_2+\zeta_1=L$  时,随着  $\zeta_1$  的增大,动态响应的平衡位置逐渐增大,振幅减小;行程不同时,对支撑杆动态响应的平衡位置影响很小,行程越长,振幅越大;横封器驱动周期改变对动态响应的平衡位置、幅值影响不大。由此,减小横封器移动引起的振动响应可以通过减小横封器总质量、调整横封器初始位置、减小工作行程来达到预期目的。

### 参考文献:

- [1] 郑毅. 利乐盒包装机机械系统设计与分析[D]. 天津: 河北工业大学, 2016.  
ZHENG Yi. Design and Analysis of Mechanical System of Tetra Pak Packaging Machine[D]. Tianjin: Hebei University of Technology, 2016.
- [2] 王文亮, 杜作润. 结构振动与动态子结构方法[M]. 上海: 复旦大学出版社, 1985.  
WANG Wen-liang, DU Zuo-run. Structure Vibration and Dynamic Substructure Method[M]. Shanghai: Fudan University press, 1985.
- [3] MICHALTSO G T. Dynamic Behavior of a Single-span Beam Subjected to Mass Moving with Variable Speeds[J]. Journal of Sound and Vibration, 2002, 258(2): 359—372.
- [4] 王颖泽, 张小兵. 变速多移动质量耦合作用下柔性梁系统振动响应分析[J]. 振动与冲击, 2011, 30(8): 56—66.  
WANG Ying-ze, ZHANG Xiao-bing. Vibration Response Analysis of Flexible Beam System under Variable Speed and Multi Moving Mass Coupling[J]. Vibration and Shock, 2011, 30(8): 56—66.
- [5] 邵忍平. 机械系统动力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005.  
SHAO Ren-ping. Mechanical System Dynamics[M]. Beijing: China Machine Press, 2005.
- [6] SPIRIDONAKOS M D, FASSOIS S D. An FS-TAR Based Method for Vibration-response-based Fault Diagnosis in

- Stochastic Time-varying Structures: Experimental Application to a Pick-and-place Mechanism [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013, 38(1): 206—222.
- [7] BIERER T, BODE C. A Semi-analytical Model in Time Domain for Moving Loads[J]. Solid Dynamics and Earth Quake Engineering, 2007, 27: 1073—1081.
- [8] 郭树起, 孔艳平, 杨绍普. 简支梁移动质量响应分析[J]. 动力学与控制学报, 2014, 12(1): 56—61.  
GUO Shu-qi, KONG Yan-ping, YANG Shao-pu. Analysis of Moving Mass Response of Simple Supported Beam[J]. Journal of Dynamics and Control, 2014, 12(1): 56—61.
- [9] WU J J, WHITTAKER A R, CARTMEI M P. The Use of Finite Element Techniques for Calculating the Dynamic Response of Structures to Moving Loads[J]. Computers and Structures, 2000, 78: 789—799.
- [10] 陈上有, 夏禾, 战家旺, 等. 变速移动荷载作用下简支梁的动力响应分析[J]. 中国铁道科学, 2007, 28(6): 41—46.  
CHEN Shang-you, XIA He, ZHAN Jia-wang, et al. Analysis of Dynamic Response of a Simply Supported Beam under Speed Varying Loads[J]. China Railway Science, 2007, 28(6): 41—46.
- [11] 杨予, 滕念管, 黄醒春, 等. 承受移动均布质量的简支梁振动反应分析[J]. 振动与冲击, 2005, 24(3): 19—24.  
YANG Yu, TENG Nian-guan, HUANG Xing-chun, et al. Vibration Response Analysis of Simply Supported Beam with Uniformly Distributed Moving Mass[J]. Journal of Vibration and Shock, 2005, 24(3): 19—24.
- [12] ZHI Peng-feng, MING Liang, CHU Fu-lei. Recent Advances in Time-frequency Analysis Methods for Machinery Fault Diagnosis: A Review with Application Examples[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013, 38(1): 165—205.
- [13] 闻邦椿, 刘树英, 陈照波, 等. 机械振动理论及应用[M]. 北京: 高等教育出版社, 2009.  
WEN Bang-chun, LIU Shu-ying, CHEN Zhao-bo, et al. Theory and Application of Mechanical Vibration[M]. Beijing: Higher Education Press, 2009.
- [14] 彭献, 游福贺, 高伟钊, 等. 移动质量与梁耦合系统固有频率的计算与分析[J]. 动力学与控制学报, 2009, 7(3): 270—274.  
PENG Xian, YOU Fu-he, GAO Wei-zhao, et al. Calculation and Analysis of Natural Frequencies of Moving Mass and Beam Coupled Systems[J]. Journal of Dynamics and Control, 2009, 7(3): 270—274.
- [15] 马志赛, 刘莉, 周思达, 等. 移动质量简支梁耦合时变系统建模与实验设计[J]. 振动、测试与诊断, 2015, 35(5): 913—920.  
MA Zhi-sai, LIU Li, ZHOU Si-da, et al. Modeling and Experimental Design of Moving Mass Simply Supported Beam Coupled Time-varying Systems[J]. Vibration, Test and Diagnosis, 2015, 35(5): 913—920.
- [16] 秦仙蓉, 张立冬, 张氢, 等. 移动质量-梁耦合分析[J]. 中国工程机械学报, 2014, 12(8): 283—286.  
QIN Xian-rong, ZHANG Li-dong, ZHANG Qing, et al. Moving Mass Beam Coupling Analysis[J]. Chinese Journal of Engineering Machinery, 2014, 12(8): 283—286.