

# 食品接触材料及制品的接触面积与容积的计算

沈新春, 沈琪, 申丽霞, 刘芳, 王微山

(山东省产品质量检验研究院, 济南 250102)

**摘要:** **目的** 研究不同形态的食品接触材料及制品接触面积 ( $S$ ) 与食品模拟物体积 ( $V$ ) 的测量方法。**方法** 食品接触材料及制品的检测一般先要准确地测定出  $S$  与  $V$ , 但实际检测中由于样品结构的多样性以及某些样品  $S$  和  $V$  的计算公式不为人熟知, 常采用估算方法, 会造成较大的人为误差。以某些不锈钢制品为例, 检索国内外数学手册, 找到相关的计算公式并进行推导, 同时综合测定非规则几何体  $S$  与  $V$  的方法。**结果** 得到了圆环胎、螺旋弹簧、球台、椭球体、桶形体、抛物面体等常见规则几何体的表面积、体积计算公式, 以及测定非规则几何体  $S$  与  $V$  的方法。**结论** 由这些公式及方法可准确测定  $S$  和  $V$ , 可避免人为误差, 实现科学、准确的检测。

**关键词:** 食品接触材料; 接触面积; 不锈钢; 圆环胎; 螺旋弹簧; 球台; 抛物面体; 表面积  
**中图分类号:** TB484; TS206.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2018)05-0082-05  
**DOI:** 10.19554/j.cnki.1001-3563.2018.05.016

## Calculation of Contact Area and Volume of Food Contact Materials and Their Products

*SHEN Xin-chun, SHEN Qi, SHEN Li-xia, LIU Fang, WANG Wei-shan*  
(Shandong Inspection Institute for Product Quality, Jinan 250102, China)

**ABSTRACT:** The work aims to study the method used to measure the contact area ( $S$ ) and the volume of food simulants ( $V$ ) of different shapes of food contact materials and products. For the detection of food contact materials and products, generally  $S$  and  $V$  should be accurately determined; however, due to the diversity of the sample structure and the tester's unfamiliarity with the calculation formula of  $S$  and  $V$  during the actual detection, the estimation method was often used to calculate them, which usually led to a larger human error. Taking some stainless steel products as an example, the mathematical manuals at home and abroad were retrieved to find out the relevant formulas for derivation. In the meantime, the method used to measure the irregular geometric bodies  $S$  and  $V$  was synthesized. The surface area and volume formula of common regular geometric body, such as torus, helical spring, spherical segment, ellipsoid, barrel shape, paraboloid and so on, as well as the method used to measure the irregular geometric bodies  $S$  and  $V$  were obtained. By using these formulas and methods, it is easy to calculate accurately the  $S$  and  $V$  and reduce human error, which lays the foundation for scientific and accurate detection.

**KEY WORDS:** food contact materials; contact area; stainless steel; torus; helical spring; spherical segment; paraboloid; surface area

食品接触材料及制品的检测一般要按照给定的浸泡条件进行实验, 比如 GB 9684—2011<sup>[1]</sup>规定不锈钢制品的浸泡条件为 200 mL/dm<sup>2</sup>。即将实施的新国标<sup>[2-7]</sup>中迁移量的单位为 mg/dm<sup>2</sup> 或 mg/L, 试样接触面积 ( $S$ ) 与食品模拟物体积 ( $V$ ) 比一般为 6 dm<sup>2</sup>/L, 这些都需要测定  $S$  与  $V$ 。GB 31604.1—2015<sup>[8]</sup>指出“应

采用合适的方法准确测定试样中与食品模拟物接触的面积”。GB 5009.156—2016<sup>[7]</sup>附录给出了部分特殊形状制品的面积测定方法实例。实际检测中由于样品结构的多样性以及某些样品  $S$  与  $V$  的计算公式不为人熟知, 常采用近似的方法来计算, 比如将弹簧作为圆柱体拉直测长度再乘以截面积、将球台作为圆台<sup>[7]</sup>、

收稿日期: 2017-02-17

基金项目: 山东省标准化项目 (2015-1-061)

作者简介: 沈新春 (1978—), 男, 博士, 工程师, 主要研究方向为食品包装质量安全检测与评价。

将圆形抛物面体作为圆锥体的方式来进行计算等。这些估算会产生较大的人为误差，最终导致检测偏差。

以某些不锈钢制品为例，文中收集、总结实际检测过程中一些较为常用的圆环胎、螺旋弹簧、球台、椭球体、桶形体、抛物面体等规则几何体的表面积、体积公式，由此可准确计算出  $S$  和  $V$ ，避免了人为误差，为食品接触材料及制品科学、准确的检测打下基础。

## 1 圆环胎类制品的接触面积与体积

直径为  $d$  的圆绕同一平面内与它不相交的一条直线旋转 1 周所形成的旋转面叫作圆环胎或环面，见图 1。生活中最常见的圆环胎类物体就是内胎、救生圈、甜甜圈等。圆环胎表面积、体积<sup>[9]</sup>的计算公式分别为  $S = \pi d \cdot \pi(D-d) = \pi^2(D-d)d$ ， $V = \pi(\frac{d}{2})^2 \cdot \pi(D-d) = \frac{\pi^2}{4}(D-d)d^2$ 。可以把圆环胎理解为直径为  $d$ 、高为  $\pi(D-d)$  的圆柱体头尾弯曲拼接成管径为  $D$  的环面。

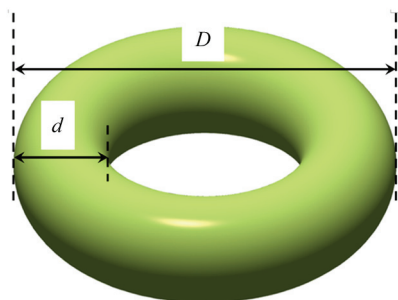


图 1 圆环胎  
Fig.1 Torus

某些食品接触材料中含有圆环胎结构，如不锈钢加热管，见图 2。该加热管由 3 根 U 型不锈钢管串联而成，每根管子的底部为半个圆环胎结构。检测时可将该加热管触底悬挂于 2 L 大烧杯中，倒入 1500 mL 的体积分数为 4% 的乙酸溶液，再测量各管子的没入高度。加热管与模拟液的接触面积为 1.5 倍的圆环胎表面积加上 4+2 根圆柱的侧面积。



图 2 不锈钢加热管  
Fig.2 Stainless steel heating tube

## 2 螺旋弹簧

弹性钢丝或钢管按照圆柱螺旋线或圆锥螺旋线<sup>[9]</sup>制成的螺旋状弹簧按外型可分为普通圆柱螺旋弹簧和变径螺旋弹簧。

普通圆柱螺旋弹簧可看成螺旋线，其长度公式为： $L = n\sqrt{\pi^2(D-d)^2 + s^2}$ 。其中  $n$  为弹簧的有效圈数（一般为整数或半整数）， $D$  为管径（弹簧的最大外径）， $d$  为线径（制造弹簧的钢丝或钢管直径）， $s$  为螺距。当  $s < 0.4477(D-d)$  时，长度公式可简化为  $L \approx n\pi(D-d)$ （误差小于 1%）。圆柱螺旋弹簧的表面积  $S = \pi d \cdot L + 2S_{截} = \pi dL + \frac{\pi d^2}{2}$ ，当  $\frac{D}{d} > \frac{16}{n} + 1$  时，简化为  $S \approx \pi d \cdot L$ （误差小于 1%），则体积  $V = \pi(\frac{d}{2})^2 \cdot L \approx \frac{n\pi^2}{4}(D-d)d^2$ 。食品加工机械中常有不锈钢弹簧零部件，一般有实心、空心 and 锥形弹簧。

### 2.1 实心圆柱螺旋弹簧

实心圆柱螺旋弹簧零部件在检测时全部没入模拟液中，因此接触面积就是弹簧的表面积： $S = \pi d \cdot L \approx n\pi^2(D-d)d$ 。其中  $L$  为弹簧的长度， $L = n\sqrt{\pi^2(D-d)^2 + s^2}$ 。

### 2.2 空心圆柱螺旋弹簧

在检测空心圆柱螺旋弹簧零部件时，如果仅仅外表面接触模拟液，接触面积就是弹簧的外表面积，可得  $S_{接} = S_{外} = \pi d \cdot L \approx n\pi^2(D-d)d$ ， $L$  为弹簧的长度。

有些空心圆柱螺旋弹簧在检测时需要全部没入模拟液中，管子内部也要接触模拟液，因此接触面积应为管内外的表面积之和。当空心管有一定的厚度（ $h$ ）且当  $h \geq 0.02d$  时，不能用外表面积代替内表面积，必须分别计算才能保证接触面积的真实可靠，否则引起的误差会大于 1%。 $S_{接} = S_{内} + S_{外} \approx n\pi^2(D-d)(2d-2h)$ 。内表面积  $S_{内} = \pi(d-2h) \cdot L \approx n\pi^2(D-d)(d-2h)$ ，外表面积  $S_{外} = \pi d \cdot L \approx n\pi^2(D-d)d$ 。

### 2.3 圆锥弹簧

钢丝或钢管按照圆锥螺旋线<sup>[9]</sup>制成的弹簧叫圆锥弹簧，也叫变径螺旋弹簧。圆锥弹簧的表面积  $S = \pi d \cdot L \approx \frac{n}{2}\pi^2(D_{大} + D_{小} - 2d)d$ ，其中  $L$  为弹簧长度，此时  $L \approx \frac{n}{2}\pi(D_{大} + D_{小} - 2d)$ ， $D_{大}$  为弹簧的最大外径， $D_{小}$  为弹簧的最小外径。

### 3 球台类容器的接触面积与容积

球体被 2 个平行平面所截而夹在两平面中间的部分叫球台, 见图 3。球台的侧面积<sup>[9]</sup>  $S_{侧} = 2\pi Rh = \pi Dh$ , 体积<sup>[9]</sup>  $V = \frac{\pi h}{6}(3r_1^2 + 3r_2^2 + h^2) = \frac{\pi h}{24}(3D_{上}^2 + 3D_{下}^2 + 4h^2)$ 。

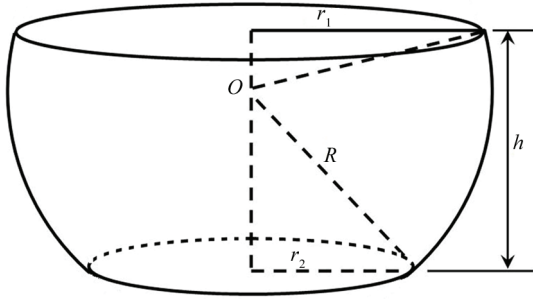


图 3 球台  
Fig.3 Spherical segment

当球心在球台之外时, 无法直接测定  $D$  值, 可计算<sup>[9-10]</sup>求出:

$$D = \frac{\sqrt{(D_{上}^2 - D_{下}^2 - 4h^2)^2 + 16D_{上}^2 h^2}}{4h}$$

当  $r_2=0$  时, 球台变为球缺, 即  $V_{球台} = \frac{\pi}{6}h(3r_1^2 + h^2)$ 。

当  $r_1=r_2=0$  时, 球台变为球体, 此时  $h=2R$ ,  $V_{球台} = \frac{\pi}{6}h(3r_1^2 + 3r_2^2 + h^2) = \frac{\pi}{6} \times 2R \times (4R^2) = \frac{4}{3}\pi R^3$ 。

一些碗类容器以及球釜电饭锅内胆的外形就是球台。分别测定下底直径  $D_{下}$  ( $D_{下}=2r_2$ )、上口直径  $D_{上}$  ( $D_{上}=2r_1$ ) 以及腹内最大直径  $D$  ( $D=2R$ )、高  $h$ ; 注入一定体积的模拟液后, 再测定液高  $h_1$ , 则接触面

积、模拟液体积分别为  $S = \pi Dh_1 + \pi r_2^2$ ,  $V = \frac{\pi h_1}{24}(3D_{液}^2 + 3D_{下}^2 + 4h_1^2)$ 。其中  $D_{液}$  为液面直径, 根据相交弦定理<sup>[9-10]</sup>, 可计算求出  $D_{液}^2 = (2h_1 + D - \sqrt{D^2 - D_{下}^2})(2h - 2h_1 + D - \sqrt{D^2 - D_{上}^2})$ 。

在检测某品牌 4 L 球釜电饭锅时, 用直尺测得锅内底部直径为 12.1 cm、上口直径为 26.0 cm、腰部最大内径为 30.2 cm, 内高为 10.5 cm。若用模拟液灌满球釜, 计算可知接触面积为 1111.2 cm<sup>2</sup>, 模拟液体积为 3997.2 mL; 若用量筒倒入 3000 mL 模拟液, 可测得液高 9.2 cm, 可知接触面积为 987.8 cm<sup>2</sup>, 模拟液体积为 2950.8 mL。可知, 计算结果与实际的符合度高。

### 4 其他常见规则几何体的表面积与体积

其他一些常见规则几何体的表面积、体积计算公式如下所述。

1) 球体。球体的几何体图形见图 4a, 其表面积<sup>[9]</sup>的计算公式为  $S = 4\pi R^2 = \pi D^2$ , 体积<sup>[9]</sup>的计算公式为  $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi}{6}D^3$ 。

2) 球缺。球缺的几何体图形见图 4b, 其表面积<sup>[9]</sup>的计算公式为  $S = \pi(2Rh + a^2) = \pi(h^2 + 2a^2)$ , 侧面积(球面部分)<sup>[9]</sup>的计算公式为  $S_{侧} = 2\pi Rh = \pi(h^2 + a^2)$ , 体积<sup>[9]</sup>的计算公式为  $V = \frac{\pi}{6}h(3a^2 + h^2) = \frac{\pi}{3}h^2(3R - h)$ 。

3) 椭球体。椭球体的几何体图形见图 4c, 其表面积<sup>[11]</sup>的计算公式为  $S = 4\pi ab \cdot \left[ \frac{3}{5} + \frac{7}{30} \left( \frac{c^2}{a^2} + \frac{c^2}{b^2} \right) - \frac{c^4}{60a^2b^2} - \frac{1}{40} \left( \frac{c^4}{a^4} + \frac{c^4}{b^4} \right) \right]$ , 当  $b=c$  时<sup>[12]</sup>,

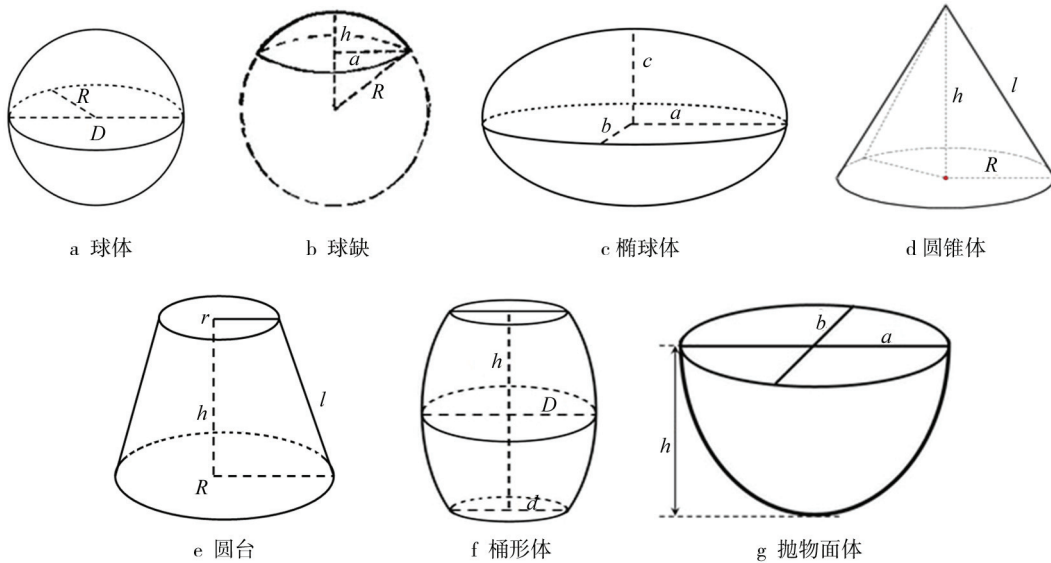


图 4 常见规则几何体图形  
Fig.4 Graphs of common regular geometric body

$S = 2\pi b^2 + \frac{\pi a^2 b}{\sqrt{b^2 - a^2}} \ln \frac{b + \sqrt{b^2 - a^2}}{b - \sqrt{b^2 - a^2}}$ , 体积<sup>[13]</sup>的计算公

式为  $V = \frac{4}{3}\pi abc$ 。

4) 圆锥体。圆锥体的几何体图形见图 4d, 其表面积<sup>[9]</sup>的计算公式为  $S = \pi R(R+l)$ , 侧面积<sup>[9]</sup>的计算公式为  $S_{\text{侧}} = \pi Rl$ , 体积<sup>[9]</sup>的计算公式为  $V = \frac{\pi}{3}R^2h$ 。

5) 圆台。圆台的几何体图形见图 4e, 其表面积<sup>[9]</sup>的计算公式为  $S = S_{\text{侧}} + \pi(R^2 + r^2)$ , 侧面积<sup>[9]</sup>的计算公式  $S_{\text{侧}} = \pi l(R+r)$ , 其中母线<sup>[9]</sup>  $l = \sqrt{(R-r)^2 + h^2}$ , 体积<sup>[9]</sup>的计算公式为  $V = \frac{\pi}{3}h(R^2 + r^2 + Rr)$ 。

6) 桶形体。桶形体的几何体图形见图 4f, 母线为圆弧时, 其侧面积<sup>[9]</sup>的计算公式为  $S_{\text{侧}} = \pi Dh$ , 体积的计算公式为  $V = \frac{\pi h}{12}(2D^2 + d^2)$ ; 母线为抛物线时, 其体积<sup>[9]</sup>的计算公式为  $V = \frac{\pi h}{15}(2D^2 + Dd + \frac{3}{4}d^2)$ 。

7) 抛物面体。抛物面体的几何体图形见图 4g, 其表面积<sup>[9]</sup>的计算公式为  $S = S_{\text{侧}} + \pi ab$ , 体积<sup>[9]</sup>的计算公式为  $V = \frac{1}{2}\pi abh$ 。当  $a=b$  时, 侧面积<sup>[14-15]</sup>的计算公式为  $S_{\text{侧}} = \frac{\pi R}{6h^2} \left[ \sqrt{(R^2 + 4h^2)^3} - R^3 \right]$ 。

灵活运用上述规则几何体的计算公式可解决大多数食品接触材料及制品接触面积、体积的精确测定。比如, 鸡蛋等卵形糖果盒可看成半球体与圆形抛物面体的组合, 某些电热水壶、鲜啤酒桶等可看成圆柱体、圆形抛物面(台)体与底部的球缺凹陷组成, 可分别按公式计算。

## 5 测定接触面积的其他方法

对于难以套用公式计算的不规则物体, 可用质地均匀、不易变形的纸张或胶布紧贴物体表面, 精确剪裁并为其赋形, 然后天平称量所用纸张或胶布的质量, 再除以纸张或胶布的面密度 ( $\text{g}/\text{cm}^2$ ) 可得物体的表面积。吴丽燕等<sup>[16]</sup>简要介绍了日本、欧盟、美国对不规则器具面积的测量方法: 日本采用单位面积念珠甘油附着量法, 欧盟采用 EN ISO 8442-2 的附录 B 所述的 schlegel 法, 美国采用从样品上剪裁特定样条面积的方法。

随着三维激光扫描技术的不断发展与进步, 一些商品化的小型表面积测量仪开始面市, 但存在价格昂贵、操作不便、精度不高等缺点。比如, 一个表面积为  $2.315 \text{ cm}^2$  的实心不锈钢圆柱螺旋弹簧用表面积测量仪测得的表面积为  $2.85 \text{ cm}^2$ , 测得结果比实际增加了 23%。通过不断改善测量方法, 相信表面积测量仪

在未来将会满足各行各业的不同需求。

## 6 结语

以实际检测中的一些不锈钢制品为例, 通过检索国内外数学手册, 找到相关的计算公式并进行推导, 得到了圆环胎、螺旋弹簧、球台、椭球体、桶形体、抛物面体等常见规则几何体的表面积、体积公式, 同时介绍了测定非规则几何体  $S$  与  $V$  的方法。多数食品接触材料及制品为一个或多个规则几何体的组合, 可灵活运用文中给出的公式计算得到  $S$  和  $V$ , 少数非规则物体则可采用间接方法得到。

## 参考文献:

- [1] GB 9684—2011, 食品安全国家标准: 不锈钢制品[S].  
GB 9684—2011, National Food Safety Standard-Stainless Steel Products[S].
- [2] GB 4806.1—2016, 食品安全国家标准: 食品接触材料及制品通用安全要求[S].  
GB 4806.1—2016, National Food Safety Standard-General Safety Requirements on Food Contact Materials and Products[S].
- [3] GB 4806.3—2016, 食品安全国家标准: 搪瓷制品[S].  
GB 4806.3—2016, National Food Safety Standard-Enamelware[S].
- [4] GB 4806.4—2016, 食品安全国家标准: 陶瓷制品[S].  
GB 4806.4—2016, National Food Safety Standard-Ceramic Ware[S].
- [5] GB 4806.5—2016, 食品安全国家标准: 玻璃制品[S].  
GB 4806.5—2016, National Food Safety Standard-Glass Products[S].
- [6] GB 4806.7—2016, 食品安全国家标准: 食品接触用塑料材料及制品[S].  
GB 4806.7—2016, National Food Safety Standard-Food Contact Plastic Materials and Articles[S].
- [7] GB 5009.156—2016, 食品安全国家标准: 食品接触材料及制品迁移试验预处理方法通则[S].  
GB 5009.156—2016, National Food Safety Standard-General Principle of Migration Test Pre-treatment Method of Food Contact Materials and Their Products[S].
- [8] GB 31604.1—2015, 食品安全国家标准: 食品接触材料及制品迁移试验通则[S].  
GB 31604.1—2015, National Food Safety Standard-General Principle for the Migration Test of Food Contact Materials and Their Products[S].
- [9] 《数学手册》编写组. 数学手册[M]. 北京: 高等教

- 育出版社, 2002.
- Editing Group for Mathematics Handbook. Mathematics Handbook[M]. Beijing: Higher Education Press, 2002.
- [10] 《数学辞海》编辑委员会. 《数学辞海》[M]. 北京: 中国科学技术出版社, 2002.
- Editing Group for Mathematics Dictionary. Mathematics Dictionary[M]. Beijing: China Science and Technology Press, 2002.
- [11] 杨学祥. 地球表面积的计算[J]. 长春地质学院学报, 1987, 17(3): 346—352.
- YANG Xue-xiang. Calculations for the Surface Area of the Earth[J]. Journal of Changchun College of Geology, 1987, 17(3): 346—352.
- [12] ZWILLINGER D. Standard Mathematical Tables and Formulae[M]. Boca Raton: CRC Press, 2012.
- [13] POLYANIN A D, MANZHIROV A V. Handbook of Mathematics for Engineers and Scientists[M]. Boca Raton: CRC Press, 2007.
- [14] 杜忠友. 抛物面零件的精确设计及毛坯计算[J]. 模具工业, 1991, 124(6): 2—4.
- DU Zhong-you. Precise Design and Blank Calculation of Paraboloid Part[J]. Die & Mould Industry, 1991, 124(6): 2—4.
- [15] ERIK O, FRANKLIN D J, HOLBROOK L H, et al. Machinery's Handbook[M]. New York: Industrial Press, 2012.
- [16] 吴丽燕, 曹丹, 郑慧丹. 与食品接触的不规则器具迁移物测定中面积的测量方法比较[J]. 现代测量与实验室管理, 2012, 20(6): 22—23.
- WU Li-yan, CAO Dan, ZHENG Hui-dan. Comparison of the Methods for the Determination of the Area in the Determination of the Migration of Irregular Appliances with Food[J]. Advanced Measurement and Laboratory Management, 2012, 20(6): 22—23.