

## 跌落工况下斜支承系统易损件的冲击特性

段宁宁<sup>1,2</sup>, 余立<sup>1,2</sup>

(1.福建师范大学福清分校 海洋与生化工程学院, 福州 350300;

2.食品软塑包装技术福建省高校工程研究中心, 福州 350300)

**摘要:** **目的** 基于斜支承系统双自由度模型, 研究系统易损件的跌落冲击特性。**方法** 针对系统无量纲跌落冲击动力学方程, 用龙格-库塔数值分析法获得易损件跌落冲击动力学响应, 探讨系统支承角、频率比、跌落冲击初始速度、阻尼比等对易损件位移及加速度响应的规律。**结果** 通过对易损件位移、加速度响应最值影响因素的分析表明, 减小支承角可增加易损件位移响应最值, 降低其加速度响应最值, 延长响应周期; 随着频率比的增加, 易损件位移和加速度响应的最值减小; 随着初始速度的增加, 易损件位移、加速度响应最值上升明显; 对于加速度响应最值, 系统阻尼比存在最佳值。**结论** 为使斜支承系统获得理想的减振和抗跌落冲击性能, 需综合考虑各相关参数。

**关键词:** 易损件; 斜支承系统; 跌落工况; 冲击特性; 位移响应; 加速度响应

**中图分类号:** TB485.1; TB485.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2018)17-0019-05

**DOI:** 10.19554/j.cnki.1001-3563.2018.17.004

## Shock Characteristics of Tilted Support Spring System with Quick-wear Parts under the Condition of Dropping

DUAN Ning-ning<sup>1,2</sup>, YU Li<sup>1,2</sup>

(1.School of Ocean Science and Biochemistry Engineering, Fuqing Branch of Fujian Normal University,

Fuzhou 350300, China; 2.Fujian Universities and Colleges Engineering Research Center of Soft

Plastic Packaging Technology for Food, Fuzhou 350300, China)

**ABSTRACT:** The work aims to study the drop shock characteristics of the system's quick-wear parts based on the double-degree-of-freedom model of tilted support system. With respect to the dimensionless drop shock dynamic equations of the system, the dynamic response of quick-wear parts' drop shock was obtained in the method of Runge-Kutta numerical analysis. Based on the numerical analysis, the effects of the support angle, the frequency ratio, the drop shock initial velocity and the damping ratio, etc. on the displacement and acceleration shock of quick-wear parts were analyzed. The analysis of the influencing factors on the peaks of displacement and acceleration shock of quick-wear parts demonstrated that, with the support angle decreasing, the displacement response peak increased; and the response period extended as the acceleration response peak decreased. With the increase of frequency ratio, the displacement shock peak and acceleration shock peak of quick-wear parts were reduced; with the initial velocity increasing, the displacement shock and acceleration shock peaks of quick-wear parts rose remarkably; furthermore, the optimal damping ratio of the system existed for the acceleration shock peak. To enable the tilted support spring system to obtain ideal vibration reduction and drop shock resistance characteristics, all relevant parameters should be comprehensively considered.

**KEY WORDS:** quick-wear parts; tilted support spring system; the condition of dropping; shock characteristics; displacement shock; acceleration shock

通常包装件主要由外包装箱、缓冲衬垫和产品等部分组成, 其中缓冲衬垫由泡沫塑料、气泡薄膜、瓦

收稿日期: 2018-04-22

基金项目: 食品软塑包装技术福建省高校工程研究中心项目 (G1-KF1603)

作者简介: 段宁宁 (1988—), 女, 硕士, 福建师范大学福清分校助教, 主要研究方向为运输包装。

楞纸板、蜂窝纸板等材料通过结构设计来实现。由于不同缓冲包装系统的包装形式多种多样,因此一般将包装系统简化为一个产品与具有特定弹性系数弹簧的振动系统,而且弹簧本身就是缓冲件。目前,大多数包装系统模型的弹簧是垂直安装的,而20世纪初丰田汽车在北京国际汽车及工艺装备展览会上展出了弹簧倾斜安装的减振器,受到各领域的广泛关注。斜支承减振系统利用倾斜安装弹簧的方式,其减振效果优于垂直悬挂的线性系统<sup>[1-2]</sup>,故将其引入缓冲包装系统,应用于低脆值产品的防护包装,并进一步研究跌落工况下系统的响应特性。文献[3]建立了斜支承减振系统的自振动力学方程,利用L-P法分析支承角、振幅等对系统自振特性的影响。文献[4-5]建立了斜支承系统在典型波激励下的动力学方程,研究了支承角、阻尼比等对系统冲击响应特性的影响规律。文献[6-8]在斜支承系统跌落冲击动力学方程的基础上,用数值分析法分别对系统的动力学特性和破损评价进行探究,进一步为斜支承系统设计提供了理论指导。文献[9-12]研究了斜支承系统易损件的振动和冲击特性、破损评价。此外,针对另一种与斜支承系统结构相似的非线性结构——悬挂缓冲包装系统,王蕾、宋爽、陈安军等<sup>[13-16]</sup>探究了其在典型波和跌落工况下的破损边界、冲击响应。目前,针对考虑易损件的斜支承包装系统,其跌落工况下的冲击特性尚未见报道。

文中在考虑易损件的斜支承双自由度模型基础上,建立系统在跌落工况下的冲击动力学方程,利用龙格-库塔数值法,获得易损件跌落冲击动力学响应,探讨系统支承角、跌落冲击初始速度、频率比、阻尼比等对易损件位移、加速度响应的影响规律。

### 1 系统无量纲跌落冲击动力学方程

考虑易损件的斜支承系统在小变形时的近似模型见图1。图1中 $m_1$ ,  $m_2$ 为易损件和内装物主体的质量; $k_1$ ,  $c_1$ 为 $m_1$ 与 $m_2$ 间的弹性系数和阻尼系数; $k_2$ ,  $l_0$ ,  $c_2$ 为 $m_2$ 与外包装间的弹性系数、原长和阻尼系数; $\varphi_0$ 为斜支承角度。

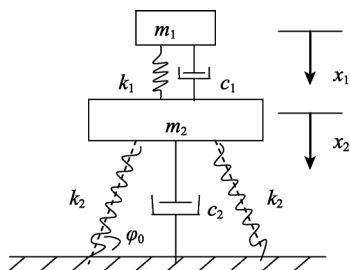


图1 考虑易损件的斜支承系统动力学模型  
Fig.1 Kinetic model of tilted support spring system considering quick-wear parts

将包装系统于 $H$ 高度自由跌落,竖直向下为正。对系统进行分析,建立系统跌落冲击动力学方程<sup>[17]</sup>:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 - k_1(x_2 - x_1) - c_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 + 2k_2 \left[ a_0 + \frac{b_0}{l_0} x_2^2 + \frac{c_0}{l_0} x_2^3 \right] + k_1(x_2 - x_1) + \\ c_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + c_2 \dot{x}_2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $a_0 = \sin^2 \varphi_0$ ,  $b_0 = -(3/2)\sin \varphi_0 \cos^2 \varphi_0$ ,  $c_0 = (1/2)(1 - 6\sin^2 \varphi_0 + 5\sin^4 \varphi_0)$ 。系统初始条件: $x_{1,2}(0) = 0$ ,  $\dot{x}_{1,2}(0) = \sqrt{2gH}$ 。

对方程组(1)进行无量纲化,令无量纲位移和无量纲时间分别为 $y_1 = (x_2 - x_1)/l_0$ ,  $y_2 = x_2/l_0$ ,  $\tau = t/T$ , 频率参数 $\omega_1 = \sqrt{k_1/m_1}$ ,  $\omega_2 = \sqrt{2k_2/m_2}$ , 周期参数 $T = 1/\omega_2$ 。将参数代入式(1),则系统在跌落工况下的无量纲动力学方程为:

$$\begin{cases} \frac{d^2 y_1}{d\tau^2} + [a_0 y_2 + b_0 y_2^2 + c_0 y_2^3] + \lambda_1^2 (1 + \lambda_2) y_1 + \\ \zeta_1 \lambda_1 (1 + \lambda_2) \frac{dy_1}{d\tau} + 2\zeta_2 \frac{dy_2}{d\tau} = 0 \\ \frac{d^2 y_2}{d\tau^2} + [a_0 y_2 + b_0 y_2^2 + c_0 y_2^3] + \lambda_1^2 \lambda_2 y_1 + \\ 2\zeta_1 \lambda_1 \lambda_2 \frac{dy_1}{d\tau} + 2\zeta_2 \frac{dy_2}{d\tau} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中,频率比 $\lambda_1 = \omega_1/\omega_2$ ,质量比 $\lambda_2 = m_1/m_2$ ,易损件与主体间阻尼比 $\zeta_1 = c_1/2m_1\omega_1$ ,系统阻尼比 $\zeta_2 = c_2/2m_2\omega_2$ 。

无量纲初始位移和初始速度分别转化为 $y_{1,2} = 0$ ,  $dy_1/d\tau = 0$ ,  $dy_2/d\tau = \sqrt{2gH}/(l_0\omega_2) = \sqrt{m_2gH/k_2l_0^2} = V$

由系统无量纲非线性跌落冲击动力学方程(2)知,跌落工况下系统易损件的冲击响应特性与支承角、频率比、跌落冲击初始速度、系统阻尼比等因素有关。

### 2 易损件跌落冲击响应特性

系统易损件的跌落冲击特性可为优化产品包装结构设计提供一定理论依据。将包装件处理为考虑易损件的双自由度系统,并进一步探讨跌落工况下斜支承系统的冲击动力学特性,更贴近实际工况。

将无量纲参数 $y_1 = (x_2 - x_1)/l_0$ ,  $y_2 = x_2/l_0$ ,  $\tau = t/T$ 与式(2)结合,获得易损件无量纲位移和加速度响应分别为:

$$X = \frac{x_1}{l_0} = y_2 - y_1 \quad (3)$$

$$X'' = \frac{d^2 x}{d\tau^2} = \frac{d^2 y_2}{d\tau^2} - \frac{d^2 y_1}{d\tau^2} = \lambda_1^2 y_1 + 2\zeta_1 \lambda_1 \frac{dy_1}{d\tau} \quad (4)$$

取无量纲时间  $0 \leq \tau \leq 20$  和系统易损件的无量纲位移  $X$ 、加速度响应  $X''$  作为基本变量，利用龙格-库塔数值分析法求解方程 (2)，得到易损件的位移和加速度响应，探讨系统支承角、频率比、跌落冲击初始速度、阻尼比等对易损件跌落冲击动力学特性的影响规律。

当频率比  $\lambda_1 = 10$ ，质量比  $\lambda_2 = 0.01$ ，跌落冲击初始速度  $V = 0.3$ ，易损件与主体间阻尼比  $\zeta_1 = 0.05$ ，系统阻尼比  $\zeta_2 = 0.1$  时，不同支承角 ( $\varphi_0$  为  $60^\circ$ ， $70^\circ$ ， $80^\circ$ ， $90^\circ$ ) 易损件跌落冲击响应见图 2。由图 2 知，若减小支承角，则易损件位移响应峰值上升，加速度响应峰值下降，周期扩大。

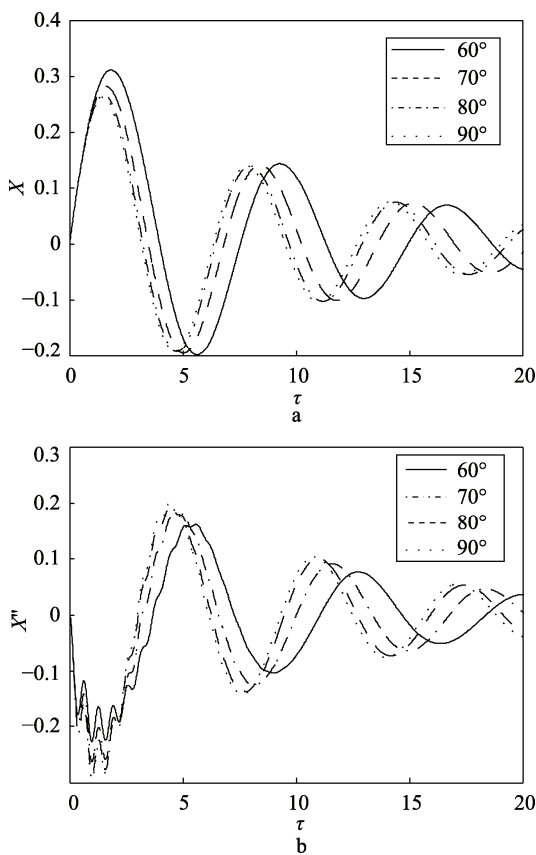


图 2 不同支承角易损件跌落冲击响应  
Fig.2 Drop shock response of quick-wear parts at different support angles

取  $\varphi_0 = 60^\circ$ ， $\lambda_2 = 0.01$ ， $V = 0.3$ ， $\zeta_1 = 0.05$ ， $\zeta_2 = 0.1$ ，当  $\lambda_1$  为 2, 3, 5, 10 时，易损件跌落冲击响应见图 3。由图 3 知，当系统频率比增加时，易损件位移、加速度响应最值有所减小。

取  $\varphi_0 = 70^\circ$ ， $\lambda_1 = 10$ ， $\lambda_2 = 0.01$ ， $\zeta_1 = 0.05$ ， $\zeta_2 = 0.1$ ，不同跌落冲击初始速度 ( $V$  为 0.1, 0.3, 0.5, 0.7) 易损件跌落冲击响应见图 4。由图 4 所示，初始速度对易损件跌落冲击特性影响极其显著；随着跌落冲击初始速度的增加，易损件的位移、加速度响应最值也大幅增加。

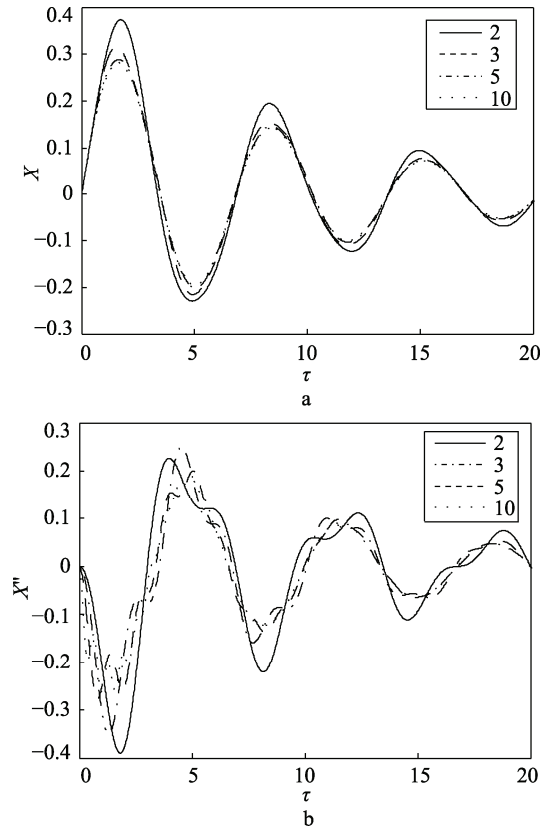


图 3 频率比不同时易损件的跌落冲击响应  
Fig.3 Drop shock response of quick-wear parts at different frequency ratios

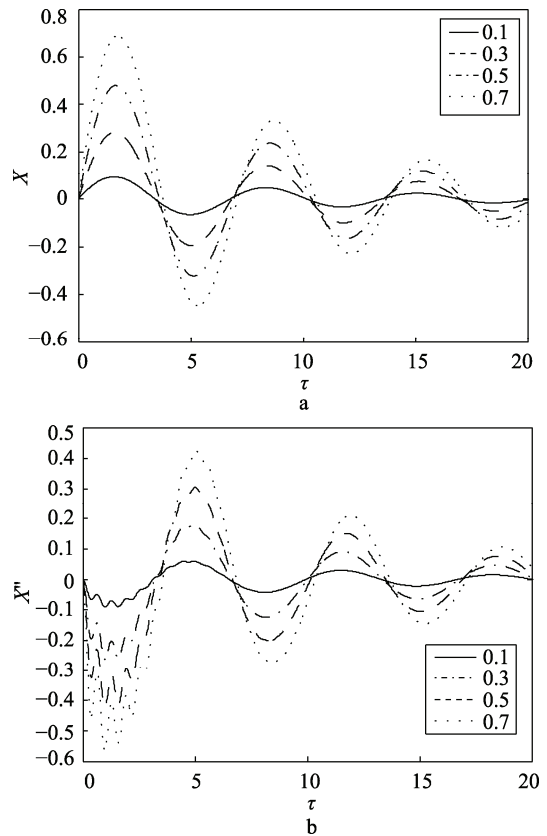


图 4 跌落冲击初始速度不同时易损件的跌落冲击响应  
Fig.4 Drop shock response of quick-wear parts at different drop shock initial speeds

取  $\varphi_0 = 70^\circ$  ,  $\lambda_1 = 10$  ,  $\lambda_2 = 0.01$  ,  $\zeta_1 = 0.05$  ,  $V = 0.3$  , 不同  $\zeta_2$  ( $\zeta_2$  为 0.01, 0.05, 0.1, 0.2) 易损件跌落冲击响应见图 5。由图 5 知, 系统阻尼比对易损件跌落冲击响应也是一个非常敏感的参数; 随着阻尼比的减小, 易损件的位移和加速度响应最值也显著增大。

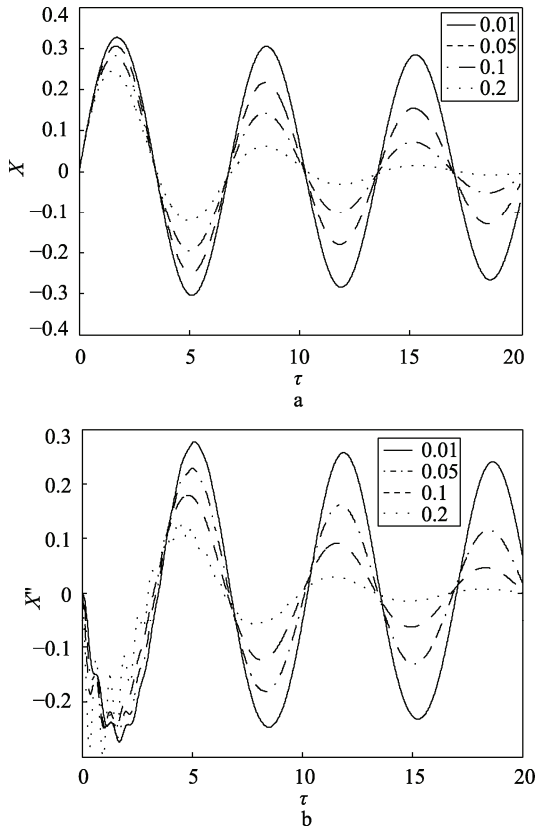


图 5 主体与基础连接部阻尼比对易损件跌落冲击响应的影响

Fig.5 Effect of damping ratio at the joint between main body and foundation on the drop shock response of quick-wear parts

为了进一步研究系统最佳阻尼比问题, 分别设定系统阻尼比  $\zeta_2$  和易损件位移响应幅值  $X_m$ 、加速度响应幅值  $X_m''$  作为基本变量, 见图 6。图 6a 表明, 系统阻尼比可有效地抑制易损件位移响应最值, 且支承角越小, 抑制效果越显著; 由图 6b 知, 系统阻尼比对易损件加速度响应最值存在最佳阻尼比。利用龙格-库塔法进行数值分析, 设定  $\lambda_1 = 10$  ,  $\lambda_2 = 0.01$  ,  $V = 0.3$  ,  $\zeta_1 = 0.05$  ,  $0 \leq \zeta_2 \leq 0.5$  , 则当系统支承角  $\varphi_0$  为  $60^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ$  时, 其最佳阻尼比分别为 0.042, 0.0924, 0.0816, 0.0756。

### 3 易损件跌落冲击响应特性分析与讨论

1) 支承角的影响。由图 2b, 减小支承角有利于降低加速度响应最值、延长周期; 由图 2a 可知, 支承角的减小会导致位移响应最值增大, 而较大的位移

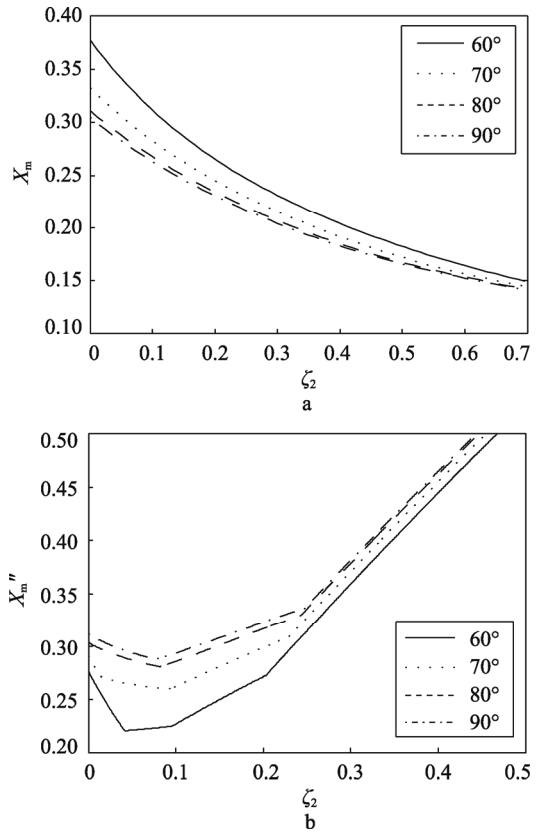


图 6 系统阻尼比对易损件跌落冲击响应最值的影响  
Fig.6 Effect of the damping ratio of the system on the drop shock peak of quick-wear parts

响应最值可能出现产品触底的现象。故而, 为确保斜支承系统具有较好的减振效果, 在选取系统斜支承角度时, 一般建议选取  $70^\circ \leq \varphi_0 < 90^\circ$ 。

2) 频率比的影响。由图 3 知, 随着频率比的增加, 易损件位移响应最值和加速度响应最值显著减小。为了防止产品触底, 提高斜支承系统的抗跌落冲击性, 在系统设计中应严格控制频率比(建议  $\lambda_1 > 5$ )。

3) 跌落冲击初始速度的影响。由图 4 分析, 跌落冲击初始速度是一个非常敏感的参数; 随着跌落冲击初始速度的减小, 易损件位移、加速度响应最值都显著下降。根据  $V = \sqrt{m_2 g H / k_2 l_0^2}$  可知, 通过减小产品主体质量或跌落高度, 增加产品主体刚度或弹簧原长的方式, 可使初始速度下降。在包装系统设计中, 通过有效控制相关参数可以降低跌落冲击初始速度, 从而提高斜支承减振系统的抗跌落冲击性。

4) 系统阻尼比的影响。由图 5 分析可知, 系统阻尼比参数对易损件跌落冲击特性也非常敏感; 随着阻尼比的增加, 易损件跌落冲击响应最值会受到明显抑制。由图 6 知, 在跌落工况下, 系统阻尼比可有效抑制易损件位移响应最值, 且支承角越小, 该抑制作用越显著; 系统阻尼比对易损件加速度响应最值存在最佳阻尼比, 因此合理地选择系统阻尼比有利于提高系统斜支承系统的减振性能。

## 4 结语

基于斜支承易损件的双自由度模型, 建立跌落工况下系统非线性动力学方程, 利用龙格-库塔数值分析法, 获得易损件跌落冲击动力学响应, 探讨系统支承角、频率比、跌落冲击初始速度、阻尼比等对易损件位移、加速度响应的规律。结果表明, 减小支承角可降低加速度响应最值, 延长响应周期; 随着频率比的增加, 易损件位移和加速度响应最值会减小; 随着初始速度的增加, 易损件位移、加速度响应最值也显著上升; 选择合适的系统阻尼比有利于提高系统斜支承系统的减振性能。综合考虑相关参数, 以使斜支承系统获得理想的减振和抗跌落冲击性能。

## 参考文献:

- [1] 张英世. 斜支承弹簧系统的振动[J]. 机械强度, 1992, 14(2): 54—59.  
ZHANG Ying-shi. Vibration of Tilted Spring Support[J]. Journal of Mechanical Strength, 1992, 14(2): 54—59.
- [2] 吴晓, 杨立军. 斜支承弹簧非线性减振系统的固有振动[J]. 空间结构, 2008, 14(4): 50—52.  
WU Xiao, YANG Li-jun. Study on the Natural Vibration of Nonlinear Vibration Reduced System with Inclined Spring Support[J]. Spatial Structures, 2008, 14(4): 50—52.
- [3] 吴晓, 罗佑新, 吴扬. 斜支承弹簧减振系统竖向非线性自振研究[J]. 振动与冲击, 2008, 27(8): 85—87.  
WU Xiao, LUO You-xin, WU Yang. Study on Vertical Nonlinear Vibration of Shock Absorber System with Tilted Support Spring[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(8): 85—87.
- [4] 孔凡玲, 陈安军. 半正弦波脉冲激励下斜支承系统冲击特性[J]. 噪声与振动控制, 2012(2): 41—44.  
KONG Fan-ling, CHEN An-jun. Shock Characteristics Analysis of the System with Tilted Support under the Action of Half-sinusoidal Pulse[J]. Noise and Vibration Control, 2012(2): 41—44.
- [5] 陈安军. 矩形脉冲激励下斜支承弹簧系统冲击特性的研究[J]. 振动与冲击, 2010, 29(10): 225—227.  
CHEN An-jun. Shock Characteristics of a Tilted Support Spring System under Action of a Rectangular Pulse[J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(10): 225—227.
- [6] 严敏. 跌落工况下斜支承包装系统动力学特性分析[D]. 无锡: 江南大学, 2013.  
YAN Min. Analysis of Dynamics Characteristics of Tilted Packaging System under the Condition of Dropping[D]. Wuxi: Jiangnan University, 2013.
- [7] 严敏, 陈安军. 斜支承系统包装物体的跌落破损边界理论研究[J]. 噪声与振动控制, 2014(1): 88—91.  
YAN Min, CHEN An-jun. Study on Dropping Damage Boundary of Tilted Support Package System[J]. Noise and Vibration Control, 2014(1): 88—91.
- [8] 严敏, 陈安军. 斜支承弹簧系统跌落冲击响应及影响因素分析[J]. 包装工程, 2013, 34(23): 68—71.  
YAN Min, CHEN An-jun. Tilted Support System Numerical Analysis and Dropping Impact Peak Response[J]. Packaging Engineering, 2013, 34(23): 68—71.
- [9] 段宁宁, 陈安军. 矩形脉冲激励下斜支承系统易损件的破损评价[J]. 噪声与振动控制, 2014(3): 73—77.  
DUAN Ning-ning, CHEN An-jun. Damage Evaluation of Tilted Support Spring System with Critical Components under the Action of Rectangular Pulse[J]. Noise and Vibration Control, 2014(3): 73—77.
- [10] DUAN N N, SONG S, CHEN A J. The Dynamical Evaluation of Tilted Support Spring Nonlinear System with Critical Components under the Action of a Rectangular Pulse[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014, 6: 1—6.
- [11] 陈安军. 考虑易损件的发动机斜支承减振系统冲击特性研究[J]. 机械科学与技术, 2014, (7): 1083—1086.  
CHEN An-jun. The Shock Characteristics of the Motor Tilted Support System with Quick-wear Parts[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2014(7): 1083—1086.
- [12] 许佩霞. 考虑易损件的斜支承包装系统振动特性的研究[J]. 包装工程, 2011, 32(19): 5—7.  
XU Pei-xia. Study on Vibration Characteristics of Tilted Support Packaging System Considering Quick-wear Parts[J]. Packaging Engineering, 2011, 32(19): 5—7.
- [13] WANG L, CHEN A J. The Damage Boundary Curve of the Suspension Packaging System under Rectangular Pulse[J]. Applied Mechanics and Materials, 2012(5): 70—73.
- [14] WANG L, CHEN A J. The Shock Response Spectra of the Suspension Packaging System under Rectangular Pulse[J]. Journal of Applied Packaging Research, 2012, 5(4): 237—246.
- [15] SONG S, CHEN A J. Vibrational Iteration Method of Dropping Shock Response for the Suspension Spring Packaging System[J]. Shock and Vibration, 2015(12): 1—6.
- [16] SONG S, DUAN N N, CHEN A J. Application of Vibrational Iteration Method for Dropping Damage Evaluation of the Suspension Spring Packaging System[J]. Abstract and Applied Analysis, 2014(1): 1—7.
- [17] 段宁宁. 考虑易损件的斜支承包装系统动力学特性研究[D]. 无锡: 江南大学, 2014.  
DUAN Ning-ning. Dynamical Characteristics of Tilted Support Spring System with Critical Components[D]. Wuxi: Jiangnan University, 2014.