

非圆齿轮的应用与动力学分析

栗鹏飞¹, 孟欣²

(1. 郑州铁路职业技术学院, 郑州 451460; 2. 陕西理工大学 机械工程学院, 汉中 723003)

摘要: **目的** 为了验证某自动包装机传动系统的动态特性, 结合某自动包装机的特定需求, 文中设计一种新型的非圆齿轮系统, 并对其进行动力学特性研究。**方法** 首先介绍非圆齿轮的特点, 建立非圆齿轮的数学模型, 并进行推导和分析, 得到其动力学方程; 然后利用 UG 软件建立非圆齿轮的三维模型, 运用 Adams 开展动力学仿真研究, 并对比在相同中心距下非圆齿轮和圆形齿轮的动力学特性。**结果** 新设计的这种非圆齿轮比圆形齿轮的啮合力大 500 N 左右, 主动齿轮的加速度是其 10 倍左右。**结论** 通过对比非圆齿轮和传统齿轮发现, 非圆齿轮具有变传动比、传动装置空间布局灵活等优点, 由于非圆齿轮无法制成斜齿, 故传动性能要略低于圆形齿轮。

关键词: 非圆齿轮; 数学模型; 动力学; Adams

中图分类号: TB486; TP132 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2018)19-0170-05

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2018.19.030

Application and Dynamics Analysis of Non-circular Gears

LI Peng-fei¹, MENG Xin²

(1. Zhengzhou Railway Vocational & Technical College, Zhengzhou 451460, China; 2. School of Mechanical Engineering, Shaanxi University of Technology, Hanzhong 723003, China)

ABSTRACT: The work aims to design a new type of non-circular gear system and study its tics combined with the specific needs of an automatic packaging machine, so as to verify the dynamic characteristics of certain automatic packaging machine's transmission system. Firstly, the characteristics of non-circular gear were introduced and the mathematical model of non-circular gear was established to obtain the dynamic equations based on the derivation and analysis. Then, the 3D model of non-circular gear was established by UG software and the dynamics simulation was carried out by Adams. Meanwhile, the dynamic characteristics of non-circular gear and circular gear at the same center distance were compared. The results showed that the newly designed non-circular gear had a meshing force of about 500 N more than that of the circular gear, and the acceleration of the driving gear was about 10 times that of the circular gear. By comparing non-circular gears with traditional gears, the non-circular gears have the advantages of variable gear ratio and flexible spatial layout of the transmission. Because the non-circular gears cannot be made into helical gears, the transmission performance is slightly lower than that of the circular gears.

KEY WORDS: non-circular gear; mathematical model; dynamics; Adams

自动包装机是一种常见的包装设备, 企业通常需按工艺要求而量身设计、定制的该设备。齿轮是实现动力传递的主要方式之一, 结合某些特定功能需求, 传统的齿轮已经无法满足需求, 需求而设计一些非圆齿轮来完成。对非圆齿轮的研究中, 史勇

和王生泽等基于 VB 对 SolidWorks 的非圆齿轮建模方法开展了二次开发^[1]。范素香^[2]等使用 Matlab 与 UG 这 2 个软件相结合的方法进行了非圆齿轮的建模。许通等^[3-5]使用 Pro/E 与 CAXA 相组合的方法完成了非圆齿轮的建模。罗玉涛等^[6]探讨了复杂行星

收稿日期: 2018-03-12

基金项目: 陕西省教育厅重点实验室项目 (15JS01, 14JS020); 陕西省科技厅重点实验室项目 (2014SZS16-P04, 2014SZS16-Z01)

作者简介: 栗鹏飞 (1987—), 男, 硕士, 郑州铁路职业技术学院助教, 主要研究方向为机械系统的优化及仿真。

齿轮传动的动力学建模。沈允文、孙涛、潜波、孙智民等^[7-9]对星型齿轮传动和行星齿轮传动的动力学特性进行了深入研究。

我国学者们对非圆齿轮的研究虽然起步较晚,但是已经研究取得了一些重要成果,主要集中在基于软件建模方法的二次开发和齿轮系统的非线性动力学分析,然而对于非圆齿轮的动力学性能研究去较少。结合非圆齿轮传动的特点和某自动包装机的性能要求,在传统圆形齿轮无法满足要求的情况下,设计了非圆齿轮装置,并进行数学模型的建立和推导。

为了验证非圆齿轮的动力学特性,文中选择在中心距一定的前提下,对比分析圆形齿轮和非圆齿轮的性能。通过仿真分析,不仅得到了非圆齿轮的动力学曲线,同时为以后的非圆齿轮优化设计提供参考。

1 非圆齿轮的设计基础

非圆齿轮的外形是异于圆形的齿轮,其节曲线是一对互相啮合的齿轮在其啮合过程中实现无滑动地滚动的共扼曲线。非圆齿轮的啮合与圆形齿轮相似,分为外啮合与内啮合。结合自动包装机的传动特点,主要涉及到非圆齿轮的外啮合,因此,以外啮合模型为例进行分析。非圆齿轮外啮合数学模型见图 1。

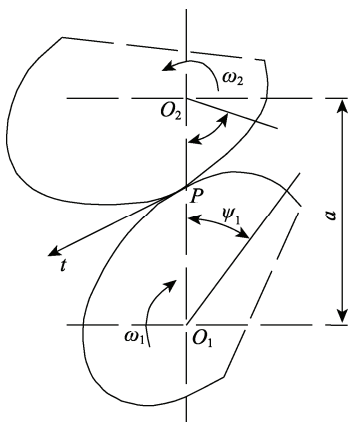


图 1 非圆齿轮外啮合模型

Fig.1 Non-circular gear external meshing model

非圆齿轮的设计难点在于齿轮的节曲线的设计,由图 1 和齿轮传动的理论知识可知,在啮合过程中总存在相对速度为 0 的 P 点,即瞬时传动节点。

$$\omega_1 \cdot O_1P = \omega_2 \cdot O_2P \quad (1)$$

由式 (1) 可以得知瞬时传动比, 可以表示为:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P} = \frac{a - O_1P}{O_1P} \quad (2)$$

当瞬时传动比 i_{12} 是变数时,瞬心 P 的位置及 O_1P 和 O_2P 是变化的。瞬心在齿轮 1, 2 回转平面上的轨迹,称为两齿轮的瞬心线,也就是齿轮的节曲线。

由式 (2) 可得主动轮 1 和从动轮 2 的节曲线方程为:

$$r_1(\psi_1) = \frac{a}{1 + i_{12}} \quad (3)$$

$$r_2(\psi_2) = a - r_1(\psi_1) = \frac{ai_{12}}{1 + i_{12}} \quad (4)$$

$$\psi_2 = \int_0^{\psi_1} \frac{1}{i_{12}} d\psi_1 \quad (5)$$

式 (3) 和 (4) 即为外啮合非圆齿轮的节曲线方程。按此式计算节曲线时,两极角的计量方向与相应的回转角速度方向相反,最终得到需要的非圆齿轮外形曲线。

2 数学模型的建立

由于齿轮之间均存间隙,齿轮之间的啮合并不是平稳的转动,相互啮合的齿轮之间而存在微小的相对运动。为了验证非圆齿轮之间相对运动关系以及动力学性能,建立了非圆齿轮之间的啮合数学模型进行分析。其模型见图 2。

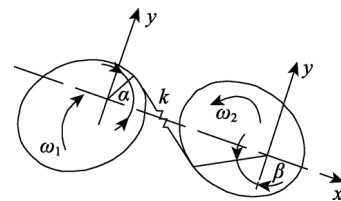


图 2 非圆齿轮的数学模型

Fig.2 Mathematical model of non-circular gears

结合图 2 和理论知识可知,非圆齿轮之间的相对运动方程为:

$$\delta = (x_r - x_p) \sin \alpha + (y_r - y_p) \cos \alpha + e(t) \quad (6)$$

式中: x_r, y_r 分别为主动齿轮的齿变形量的横纵坐标; x_p, y_p 分别为从动齿轮的齿变形量的横纵坐标; $e(t)$ 为在啮合过程中产生的啮合误差。

非圆齿轮系统中的主动齿轮的动力学方程为:

$$\begin{cases} m(\ddot{x}_s + 2\dot{\alpha}\dot{x}_s - \dot{\alpha}^2 x_s) + k_1 x_s \sin \alpha + k\delta = T_c \sin \alpha / r_1(\psi_1) \\ m(\ddot{y}_s + 2\dot{\alpha}\dot{y}_s - \dot{\alpha}^2 y_s) - k_1 x_s \cos \alpha + k\delta = T_c \cos \alpha / r_1(\psi_1) \end{cases} \quad (7)$$

式中: m 为主动齿轮的质量; x_s, y_s 分别为主动齿轮在 x, y 上的位移量; k_1 为主动齿轮与轴之间的刚度系数; T_c 为主动齿轮出的扭矩。

3 动力学建模与仿真

3.1 动力学建模

建立动力学的模型有多种方法,目前常用的有 Adams 直接建模法和第三方 CAD 软件导入法。鉴于非圆齿轮节曲线的特殊性,使用 Adams 之间建立模型存在较大的困难。为了尽可能降低模型的失真程

度,将理论计算出的节曲线数据导入 Adams 中,直接使用先前计算好的数据,这样不仅可以提高仿真模型的精度,还有助于以后的参数化优化设计,最后利用动力学软件的建模功能完成对模型的建立。建立好的模型见图 3。

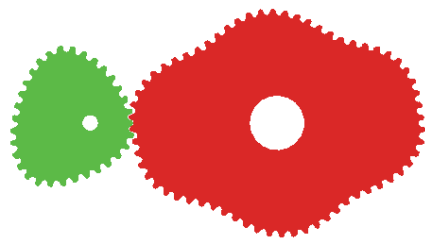


图3 动力学仿真模型
Fig.3 Dynamic simulation model

为了能够准确地对比在额定中心距时与圆形齿轮的动力学特性差异,需要对模型做出进一步的假设^[10]:忽略 Adams 的建模精度对模型的影响;齿轮模型作为刚体进行考虑^[11—15]。

3.2 仿真结果分析

非圆齿轮相比圆形齿轮具有自身的特性,为了验证在非圆齿轮的动力学特性,对比了在相同中心距和相同转速下的圆形齿轮与非圆齿轮的动力学曲线。

1) 非圆齿轮系统。非圆主动齿轮的啮合力曲线见图 4。

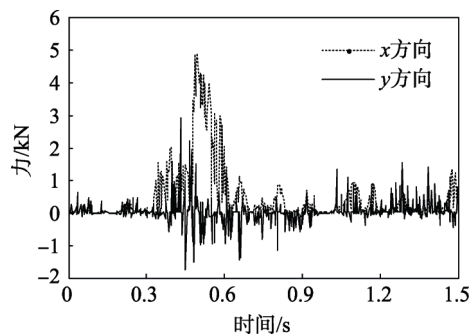


图4 非圆主动齿轮啮合力曲线
Fig.4 Meshing force curve of the non-circular driving gear

表1 非圆主动齿轮的啮合力
Tab.1 Meshing force of the non-circular driving gear N

方向	最大值	最小值
x	4875.1	-229.8
y	2915.8	-1734.9

由图 4 和表 1 可知,由于齿轮之间存在间隙,在啮合过程中存在微碰撞(即微小的振动),最终造成齿轮的啮合力是波动的,而非一条光滑曲线。

非圆主动齿轮 x 方向的啮合力要明显大于 y 方向。 x 方向上最大的啮合力为 4875.1 N, y 方向是最

大为 2915.8 N,相比 x 方向要平稳得多,其主要原因是随着主动齿轮的运动至“拐点”出, x 方向的啮合力发生突变,从而造成波峰的出现。

由于齿轮之间存在间隙,齿轮在啮合的过程中存在一定的振动。主动齿轮的啮合点加速度曲线见图 5,其数据见表 2。

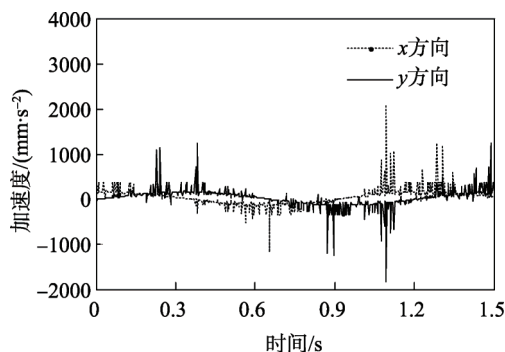


图5 主动齿轮啮合点加速度曲线
Fig.5 Acceleration curve of driving gear meshing point

表2 非圆齿轮啮合点的加速度
Tab.2 Acceleration of meshing point of non-circular gears mm/s^2

方向	最大值	最小值
x	2075.0	-1187.1
y	1243.5	-1834.1

由图 5 和表 2 可知,主动齿轮由于间隙和啮合刚度引起的振动在周向和径向上的程度相当,均在 $\pm 1000 \text{ mm/s}^2$ 附近波动。主动齿轮的振动造成此现象的另外一个重要原因是由于非圆齿轮偏心造成。为了降低主动非圆主动齿轮的振动,在设计非圆齿轮时,应尽量将其质心设计在转动中心轴附近。

2) 圆形齿轮系统。圆形齿轮的齿形是标准的渐开线,相比非圆齿轮的设计要简单得多,同样其应用也更为广泛。通过对比相同工况的圆形齿轮性能,得到不同齿轮的动力学曲线。圆形主动齿轮的啮合力曲线见图 6,其数据见表 3。

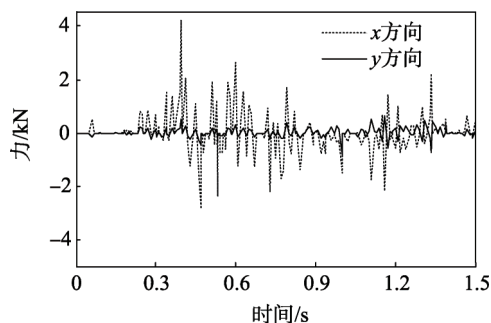


图6 圆形主动啮合力曲线
Fig.6 Circular driving meshing force curve

表 3 圆形主动齿轮间的啮合力
Tab.3 Meshing force between the circular driving gears

方向	最大值	最小值
x	4242.8	-2851.7
y	655.3	-800.3

图 6 和表 3 的数据表明,在相同的工况和中心距的情况下,圆形齿轮的最大啮合力要比非圆齿轮的啮合力小 500 N 左右,且无波峰出现,即说明了圆形齿轮要比非圆齿轮传动平稳。

为了对比非圆齿轮啮合点的加速度曲线,选取了主动齿轮上啮合点与非圆齿轮进行对比分析,主动齿轮啮合点的加速度曲线的影响见图 7,其数据见表 4。

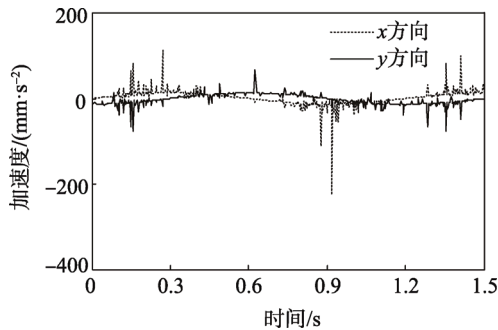


图 7 主动齿轮啮合点加速度曲线
Fig.7 Acceleration curve of driving gear meshing point

表 4 圆形齿轮啮合点的加速度
Tab.4 Acceleration of circular gear meshing point
mm/s²

方向	最大值	最小值
x	127.6	213.9
y	93.2	-87.5

由图 7 和表 4 可知,主动齿轮由于间隙和啮合刚度引起的振动在周向和径向上的程度相当,均在±100 mm/s²附近波动,相比非圆齿轮要小很多。造成此现象的主要原因是因为圆形齿轮的齿形相比非圆齿轮更加标准,啮合误差较小。

通过对比圆形齿轮与非圆齿轮的动力学性能可知,若圆形齿轮能满足设计需求的话,应尽量选取圆形齿轮;若需要使用非圆齿轮时,应尽可能的将其质心设计在转动中心轴附近。

4 结语

结合某自动包装机的需求,推导了非圆齿轮的节曲线的公式,建立非圆齿轮的数学模型,得到了其动力学方程;利用 Adams 开展动力学仿真研究,对比了圆形齿轮和非圆齿轮的动力学性能并得到其相应

曲线。
仿真结果表明,若圆形齿轮能满足设计需求的话,应尽量选取圆形齿轮;若需要使用非圆齿轮时,应尽量将其质心设计在转动中心轴附近。

通过对圆形齿轮和非圆齿轮的动力学性能对比,不仅得到了其动力学规律,还为以后的优化研究奠定了基础。

参考文献:

[1] 史勇,王生泽.含凹节曲线斜齿非圆齿轮参数化建模研究[J].机械传动,2013,37(11):74—77.
SHI Yong, WANG Sheng-ze. Parametric Modeling of Non-circular Helical Gear with Concave Curve[J]. Mechanical Transmission, 2013, 37(11): 74—77.

[2] 范素香,齐新华,候书林.基于 MATLAB 及 UG 偏心共轭非圆齿轮的设计[J].机械传动,2010,35(9):70—73.
FAN Su-xiang, QI Xin-hua, HOU Shu-lin. Design of Eccentric Conjugate Non-circular Gear Based on MATLAB and UG[J]. Mechanical Transmission, 2010, 35(9): 70—73.

[3] 许通,廉哲满.基于 Pro/E 和 CAXA 的渐开线非圆齿轮实体建模[J].机械工程师,2015(1):156—158.
XU Tong, LIAN Zhe-man. Involute Noncircular Gear Solid Modeling Based on Pro/E and CAXA[J]. Mechanical Engineer, 2015(1): 156—158.

[4] BOTMAN M. Epicyclic Gear Vibration[J]. Journal of Engineering for Industry, 1976, 1(3): 811—815.

[5] VEIEX P, FIAMAND L. Dynamic Response of Planetary Trains to Mesh Parameter Excitations[J]. Journal of Mechanical Design, 1996, 118(1): 7—14.

[6] 罗玉涛,陈营生.混合动力两级行星机构动力耦合系统动力学建模及分析[J].机械工程学报,2012,48(5):70—75.
LUO Yu-tao, CHEN Ying-sheng. Dynamic Modeling and Analysis of Dynamic Coupling System of Hybrid Two Stage Planetary Gear[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(5): 70—75.

[7] 孙智民,沈允文,李素有.封闭行星齿轮传动系统的动态特性研究[J].机械工程学报,2002,38(2):44—48.
SUN Zhi-min, SHEN Yun-wen, LI Su-you. Study on Dynamic Behavior of Encased Differential Gear Train[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(2): 44—48.

[8] 潜波,巫世晶,周广明,等.行星齿轮传动系统动力学特性研究[J].系统仿真学报,2009,21(20):6608—6625.
QIAN Bo, WU Shi-jing, ZHOU Guang-ming, et al. Research on Dynamic Characteristics of Planetary Gear Sets[J]. Journal of System Simulation, 2009, 21(20): 6608—6625.

- [9] 孙涛, 沈允文, 孙智民, 等. 行星齿轮传动非线性动力学模型与方程[J]. 机械工程学报, 2002, 38(3): 6—9.
SUN Tao, SHEN Yun-wen, SUN Zhi-min. Nonlinear Dynamics Model and Equation of Planetary Gear Transmission[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(3): 6—9.
- [10] 原永亮, 杨臻, 王圣辉. 基于 Adams 翻转机构的优化设计[J]. 包装工程, 2014, 35(11): 71—75.
YUAN Yong-liang, YANG Zhen, WANG Sheng-hui. Optimized Design for Turnover Mechanism Based on Adams[J]. Packing Engineering, 2014, 35(11): 71—75.
- [11] 席晓燕. 基于 ADAMS 的含间隙柔性酒瓶装箱机构的优化设计与动力学仿真[J]. 机械科学与技术, 2013, 32(8): 1195—1199.
XI Xiao-yan. Kinematics Simulation and Optimization Design of Flexible Wine Bottle Packing Machine with Clearance Based on ADAMS[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2013, 32(8): 1195—1199.
- [12] RAN M P, WANG Q, HOU D L, et al. Back Stepping Design of Missile Guidance and Control Based on Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2014, 27(3): 634—642.
- [13] NEILA M B R, TARAK D. Adaptive Terminal Sliding Mode Control for Rigid Robotic Manipulators[J]. International Journal of Automation & Computing, 2011, 8(2): 215—220.
- [14] 夏链, 肖传清, 韩江, 等. 基于 Adams 的多连杆机械式压力机动力学分析[J]. 重型机械, 2011(6): 67—70.
XIA Lian, XIAO Chuan-qing, HAN Jiang, et al. Adams-based Analysis of Dynamics for Multi-link Mechanical Press[J]. Heavy Machinery, 2011(6): 67—70.
- [15] 丁晓红, 李国杰. 箱型支撑结构加筋板布局设计方法研究[J]. 中国机械工程, 2012, 23(4): 449—453.
DING Xiao-hong, LI Guo-jie. Layout Design Optimization of Stiffener Plates Inside Housing Structures[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2012, 23(4): 449—453.