

推料四杆机构参数优化与运动精度分析研究

吴金文¹, 田祎²

(1.南京工业大学浦江学院, 南京 211222; 2.商洛学院, 商洛 726000)

摘要: **目的** 对于四杆机构在包装推料应用中, 其运动轨迹与理论要求差别较大, 不能很好地满足高精度包装产品需求的问题, 拟采用改进蚁群算法来优化四杆机构几何参数。**方法** 引入二维坐标系建立四杆机构几何参数, 通过数学关系式推导运动轨迹点的坐标方程式。分析四杆机构几何参数变量, 构造多目标优化误差函数, 添加四杆机构运动约束条件。引用改进蚁群算法对四杆机构几何参数进行多目标优化, 采用数学软件 Matlab 对优化结果进行误差仿真验证。**结果** 仿真结果表明, 四杆机构参数优化后, 横向和纵向的平均误差、均方根误差降低, 横向的平均误差和均方根误差分别降低了 55.9%和 59.1%, 纵向的平均误差和均方根误差分别降低了 56.7%和 53.5%。**结论** 采用改进蚁群算法优化四杆机构几何参数, 提高了四杆机构在包装中的定位精度。

关键词: 四杆机构; 运动轨迹; 几何参数; 改进蚁群算法; 平均误差

中图分类号: TB486; TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2018)21-0163-05

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2018.21.029

Parameter Optimization and Motion Precision Analysis of Pushing Four-bar Mechanism

WU Jin-wen¹, TIAN Yi²

(1.Nanjing Tech University Pujiang Institute, Nanjing 211222, China; 2.Shangluo College, Shangluo 726000, China)

ABSTRACT: At present, the four-bar mechanism in the application of packaging thrust material, its motion trajectory and theoretical requirements are quite different, can not meet the needs of high precision packaging products. In this regard, the improved ant colony algorithm was used to optimize the geometric parameters of the four-bar linkage. Two dimensional coordinate systems were introduced to establish the geometric parameters of the four-bar mechanism. Coordinate equation of the trajectory points was derived through mathematical relations. The geometric parameter variables of the four-bar linkage were analyzed and the multi-objective optimization error function was constructed. At the same time, the motion constraint conditions of the four-bar mechanism were added. The improved ant colony algorithm was used have multi-objective optimization on the geometric parameters of the four-bar mechanism. The mathematical software Matlab was used to carry out the error simulation verification of the optimization results. The simulation results show that the average error and root mean square error of the four-bar linkage mechanism were reduced after optimization. The mean and root mean square errors of the crosswise were decreased by 55.9% and 59.1% respectively. The mean and root mean square errors of the longitudinal were decreased by 56.7% and 53.5% respectively. The improved ant colony rithm could optimize the geometrical parameters of four-bar mechanism and improve the positioning accuracy of four-bar mechanism in packaging.

KEY WORDS: four-bar mechanism; trajectory of motion; geometric parameters; improved ant colony algorithm; average error

平面连杆机构具有如下优点: 承载力大, 产生的压强小; 磨损相对较小; 圆柱面或平面加工容易, 方

便机构实现转动或移动。四杆机构是平面连杆机构中最简单的机构, 是研究多杆机构的基础, 广泛应用于

收稿日期: 2017-07-02

基金项目: 南京工业大学浦江学院校级课题 (njpj2017-2-04); 江苏省自然科学基金 (BK2014682)。

作者简介: 吴金文 (1984—), 男, 硕士, 南京工业大学浦江学院讲师, 主要研究方向为先进制造技术。

医学、汽车、航空及包装等许多领域^[1-2]。随着电子自动化的普及,四杆机构运动轨迹的精度要求也越来越高,因此,如何提高四杆机构运动轨迹的精度,是包装加工高精度产品急需解决的问题之一。

针对四杆机构运动产生较大误差问题,研究者对四杆机构理论方法进行大量研究。例如:丁必荣^[3]采用蜜蜂进化型蚁群算法优化四杆机构几何参数,构造四杆机构优化数学模型,对优化结果进行了比较和分析,降低了四杆机构运动轨迹误差,但是蜜蜂进化型蚁群算法在搜索过程中,容易产生局部最优解。何俊^[4]采用 Matlab 工具箱函数优化四杆机构几何参数,采用 Matlab 软件工具箱的优化功能,实现多目标约束条件下的连杆轨迹点的优化设计,优化后的四杆机构运动轨迹精度满足设计要求,但是优化后的四杆机构几何参数容易陷入局部最优解。成诚^[5]采用遗传算法耦合序列二次规划混合算法优化四杆机构几何参数,构造了四杆机构运动轨迹误差数学模型,分析了机构运动的可靠性,从而提高了四杆机构运动轨迹的定位精度,但是四杆机构数学模型是非线性,求解难度较大。对此,文中采用改进蚁群算法优化四杆机构的几何参数。

1 四杆机构运动轨迹

在平面直角坐标系中,建立包装推料四杆机构简图模型,见图1。

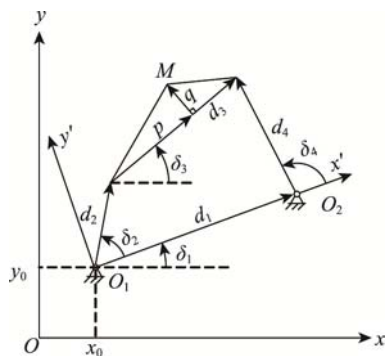


图1 四杆机构平面模型简图

Fig.1 Diagram of plane model of four-bar mechanism

由图1可知,四杆机构连杆组成的封闭矢量位置方程式^[6-7]为:

$$\vec{d}_2 + \vec{d}_3 = \vec{d}_1 + \vec{d}_4 \quad (1)$$

式中: d_1 为机架的长度; d_2 为主动连接杆的长度; d_3 为连接杆的长度; d_4 为被动连接杆的长度。

假设机架初始位置角度为 $\delta_1=0$,则矢量方程式(1)变换后为:

$$\begin{cases} d_2 \cos \delta_2 + d_3 \cos \delta_3 = d_1 + d_4 \cos \delta_4 \\ d_2 \sin \delta_2 + d_3 \sin \delta_3 = d_4 \sin \delta_4 \end{cases} \quad (2)$$

式中: δ_1 为机架 d_1 初始位置角度; δ_2 为主动连接杆 d_2 运动的角度; δ_3 为连接杆 d_3 运动的角度; δ_4 为被动连接杆 d_4 相对机架运动的角度。

式(2)经过变换后为:

$$\begin{cases} L_1 \cos \delta_4 - L_2 \cos \delta_2 + L_3 = \cos(\delta_2 - \delta_4) \\ L_1 \cos \delta_3 + L_4 \cos \delta_2 + L_5 = \cos(\delta_2 - \delta_3) \end{cases} \quad (3)$$

式中: $L_1=d_1/d_2$, $L_2=d_1/d_4$, $L_3=(d_2^2-d_3^2+d_4^2+d_1^2)/2d_2d_4$, $L_4=d_1/d_3$, $L_5=(d_4^2-d_1^2-d_2^2-d_3^2)/2d_2d_3$ 。

根据方程组(3)求解 δ_3 和 δ_4 ,其表达式为:

$$\begin{cases} \delta_3 = 2 \arctan \left(\frac{-E \pm \sqrt{E^2 - 4DF}}{2D} \right) \\ \delta_4 = 2 \arctan \left(\frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \right) \end{cases} \quad (4)$$

式中: $A=\cos \delta_2 - L_1 - L_2 \cos \delta_2 + L_3$, $B=E=-2 \sin \delta_2$, $C=L_1 - (L_2+1) \cos \delta_2 + L_3$, $D=\cos \delta_2 - L_1 + L_4 \cos \delta_2 + L_5$, $F=L_1 + L_5 + (L_4-1) \cos \delta_2$ 。

四杆机构运动轨迹点M在相对坐标系 $O_1-x'y'$ 中横坐标和纵坐标关系式为:

$$\begin{cases} M_{x'} = d_2 \cos \delta_2 + p \cos \delta_3 - q \sin \delta_3 \\ M_{y'} = d_2 \sin \delta_2 + p \sin \delta_3 + q \cos \delta_3 \end{cases} \quad (5)$$

相对坐标系的原点位置在绝对坐标系中为 (x_0, y_0) ,同时,旋转一个角度 δ_1 ,因此,四杆机构运动轨迹点M在绝对坐标系中的关系式为:

$$\begin{cases} M_X = M_1 \cos \delta_1 - M_2 \sin \delta_1 + x_0 \\ M_Y = M_1 \sin \delta_1 + M_2 \cos \delta_1 + y_0 \end{cases} \quad (6)$$

式中: $O-xy$ 为绝对坐标系; M_X 为四杆机构运动轨迹点的横坐标; M_Y 为四杆机构运动轨迹点的纵坐标; (x_0, y_0) 为相对坐标系在绝对坐标系中的位置点。

2 运动轨迹误差函数

2.1 几何参数变量

当四杆机构几何参数不同时,主动连杆 d_2 旋转就会导致M点的运动轨迹发生变化,因此,选择以下几何参数作为运动轨迹M点的优化设计参数,分别为 $d_1, d_2, d_3, d_4, p, q, x_0, y_0, \delta_1$ 和 δ_2 。由10个参数组成的几何变量为:

$$X = [d_1, d_2, d_3, d_4, p, q, x_0, y_0, \delta_1, \delta_2^n] \quad (7)$$

式中: δ_2^n 为位置角度 δ_2 的n等份。

2.2 运动轨迹误差函数

四杆机构运动轨迹在运动过程中主要产生的误差分为2个部分:自身运动产生的误差;约束条件导致的误差。采用欧几里得距离的平方和构造四杆机构第1部分误差函数。在 $O-xy$ 绝对坐标系中,运动轨迹目标点 M_d^i 由横向和纵向组成,见式(8)。

$$M_d^i = [M_{Xd}^i; M_{Yd}^i]^T \quad (8)$$

四杆机构运动轨迹随着主动连杆的变化而变化, 主动连杆输入角 δ_2^i 变化会形成一系列的运动轨迹点 M^i , 实际运动轨迹点 M^i 与主动连杆输入角的关系式为:

$$M^i = [M_X^i; M_Y^i]^T = [M_X(\delta_2^i); M_Y(\delta_2^i)]^T \quad (9)$$

因此, 实际运动轨迹点与目标运动轨迹点所构成的误差函数为:

$$f(M) = \sum_{i=1}^N \left[(M_{Xd}^i - M_X^i)^2 + (M_{Yd}^i - M_Y^i)^2 \right] \quad (10)$$

式中: N 为运动轨迹点的总数目。

四杆机构通过机架固定在机器中, 其运动轨迹会受到机架及几何参数尺寸的约束。根据约束条件构造第 2 部分误差函数, 约束条件需要满足以下 3 个条件。

1) 四杆机构必须满足曲柄存在的条件, 由格拉晓夫准则^[8-9]可知, 四杆长度尺寸满足不等式:

$$2[\min(d_1, d_2, d_3, d_4) + \max(d_1, d_2, d_3, d_4)] < (d_1 + d_2 + d_3 + d_4) \quad (11)$$

2) 主动连杆输入角度 δ_2^i 必须按照顺序进行排列, 即为从大到小或者从小到大, 取值范围 $[0, 2\pi]$ 。

3) 几何参数设计变量位于指定的范围内, 连杆尺寸为正值。

由自身误差和约束误差 2 个部分构造的误差函数为:

$$f = \sum_{i=1}^N \left[(M_{Xd}^i(X) - M_X^i(X))^2 + (M_{Yd}^i(X) - M_Y^i(X))^2 \right] + u_1 h_1(X) + u_2 h_2(X) \quad (12)$$

式中: $h_1(X)=0$ 为四杆机构满足曲柄条件; $h_1(X)=1$ 为四杆机构不满足曲柄条件; $h_2(X)=0$ 为主动连杆输入角 δ_2 满足排列序列; $h_2(X)=1$ 为主动连杆输入角 δ_2 不满足排列序列; u_1 和 u_2 为约束因子。

3 改进蚁群算法

蚁群算法是一种启发式搜索算法, 主要通过正反馈和分布式协作寻找最优值^[10-11]。蚁群算法由 2 个部分组成: 状态转移规则和信息素更新规则。在 t 时刻, 蚂蚁 k 在 i 位置选择 j 位置的转移概率^[12-13]为:

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha(t) \eta_{ij}^\beta(t)}{\sum_{s \in a_k} \tau_{is}^\alpha(t) \eta_{is}^\beta(t)}, & j \in a_k \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (13)$$

式中: τ_{ij} 为位置 ij 间的信息素强度; η_{ij} 为能见度系数; a_k 为蚂蚁 k 下一次移动位置; α 为蚂蚁运动过程积累信息; β 为蚂蚁运动过程启发信息。

随着时间的变化, 蚂蚁移动的路径信息强度也随之改变。蚂蚁每完成一次循环后, 其各个路径信息素都会发生更新, 更新方程^[12-13]为:

$$\tau_{ij}(t+1) = \rho \tau_{ij}(t) + \Delta \tau_{ij}(t, t+1) = \rho \tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^m \Delta \tau_{ij}^k(t, t+1) \quad (14)$$

式中: $\Delta \tau_{ij}^k(t, t+1)$ 为蚂蚁 k 在 $(t, t+1)$ 时刻留在路径 (i, j) 上的信息素量; $\Delta \tau_{ij}(t, t+1)$ 为该次循环中路径 (i, j) 上的信息素增量; ρ 为信息素系数。

文中采用改进蚁群算法优化四杆机构几何参数, 对于误差函数的解可能是多个, 但是, 在约束条件下的解是唯一的。将蚁群随机分布后得到蚂蚁的初始位置, 计算每只蚂蚁信息素的初始值, 通过转移概率, 判断蚂蚁是否进行局部或者全局搜索, 蚂蚁每移动一次, 信息素更新一次, 如此循环直到获得最优解。具体步骤如下所述。

1) 定义蚁群在可行域内的初始位置。

2) 根据误差函数确定信息素 τ , 其方程式^[13]为:

$$\tau = -f(M) \quad (15)$$

信息素的值与误差函数相反, 文中求解误差函数最小值, 即为信息素的最大值。因为 $f(M)$ 正向趋于 0, 信息素就负向趋于 0, 不容易判断信息素的浓度, 所以采用平均信息素值 τ_m 进行判断, 其方程式为:

$$\tau_m = \text{mean}(-f(M)) \quad (16)$$

3) 根据式 (16) 计算平均信息素, 并且确定最优值 τ_b 。

4) 根据转移概率 P_{ij} 判断蚁群是否进行局部或者全局搜索, 其方程式^[14-15]为:

$$P_{i,j} = \frac{\tau_b - \tau_{i,j}}{\tau_b} \quad (17)$$

式中: i 为蚁群移动次数; j 为蚂蚁序号; τ_{ij} 为蚁群第 i 次移动后第 j 只蚂蚁对应的信息素值。

将 P_{ij} 与转移概率常数 P_0 进行比较, 若 $P_{ij} < P_0$, 则采用局部搜索, 否则采用全局搜索。

5) 蚂蚁每次完成搜索后, 进行重新判断, 若 $\tau_{ij}^{\text{new}} < \tau_{ij}^{\text{old}}$, 蚂蚁信息素保持不变, 若 $\tau_{ij}^{\text{new}} > \tau_{ij}^{\text{old}}$, 更新蚂蚁信息素。

6) 蚁群每次完成循环后, 对蚂蚁信息再次更新, 更新方程式^[14-15]为:

$$\tau_{i+1,j} = \rho \tau_{i,j}^{\text{old}} + \tau_{i,j}^{\text{new}} \quad (18)$$

7) 迭代过程反复进行, 若迭代次数小于最大循环次数, 转至步骤 4), 否则跳出循环, 输出最优解。

4 运动轨迹误差仿真

根据四杆机构运动轨迹误差函数和约束条件, 采用改进蚁群算法对四杆机构几何参数进行优化, 优化参数设置: 由于改进蚁群收敛速度快, 蚁群数量为 20, 最大迭代次数设置为 50, 信息素系数为 0.9。采用改进蚁群算法优化后的四杆机构几何参数见表 1。

表 1 四杆机构优化前后参数
Tab.1 Parameters of four-bar mechanism before and after optimization

参数	d_1/mm	d_2/mm	d_3/mm	d_4/mm	p/mm	q/mm	x_0/mm	y_0/mm	δ_1/rad	δ_2^1/rad	δ_2^2/rad	δ_2^3/rad	δ_2^4/rad	δ_2^5/rad	δ_2^6/rad
优化前	49.98	9.26	16.95	49.98	38.46	2.12	32.34	29.62	0.88	6.12	0.18	0.46	0.71	0.96	1.38
优化后	49.86	5.14	5.95	49.86	18.94	1.24	14.58	-12.66	0.48	4.84	0.41	0.68	0.94	1.26	2.32

由于 M 点运动轨迹主要集中在坐标系 y 轴正轴方向, 同时为了简化计算过程, 选择 6 个目标点作为四杆机构 M 点的运动轨迹, 定义的目标运动轨迹点为 $M_d^i = [(0,0), (1.9,5.9), (6.9,9.5), (13.1,9.5), (18.1,5.9), (20,0)]$ 。运动轨迹 M 点根据定义的目标点拟合后的曲线见图 2。图 2 曲线反应了四杆机构 M 点的运动轨迹路径。

根据图 2 曲线可知, 四杆机构运动轨迹能够较好的采用 Matlab 软件对 M 点实际运动轨迹所产生的误差进行仿真, 优化前后的横向误差仿真结果见图 3, 优化前后的纵向误差仿真结果见图 4。目标点横向和纵向误差仿真数据对比见表 2。

由图 3—4 可知, 优化后横向和纵向产生的最大误差降低。由表 2 可知, 优化前, 横向产生的平均误差为 0.397 mm, 纵向产生的平均误差为 0.612 mm; 优化后, 横向产生的平均误差为 0.175 mm, 纵向产生

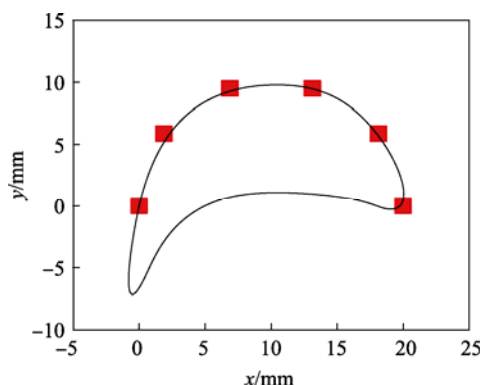


图 2 目标点运动轨迹拟合曲线
Fig.2 Trajectory fitting curve of target point

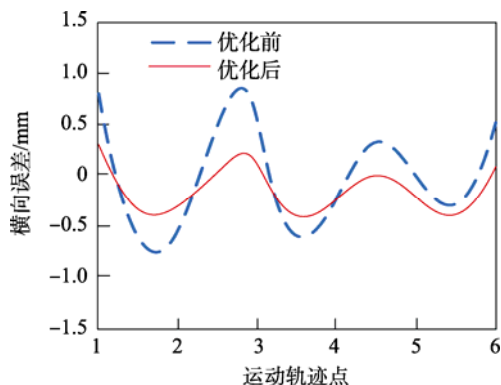


图 3 优化前后横向误差仿真结果
Fig.3 Simulation results of lateral error before and after optimization

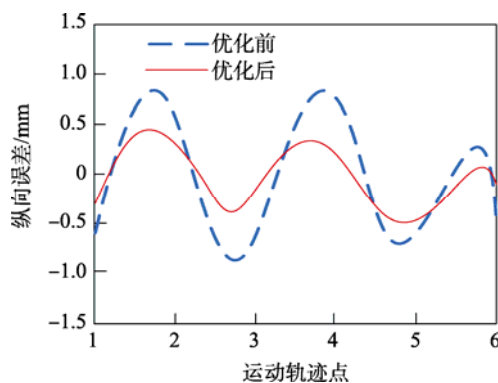


图 4 优化前后纵向误差仿真结果
Fig.4 Simulation results of longitudinal error before and after optimization

表 2 目标点误差仿真数据
Tab.2 Data on error simulation of target point mm

指定点	横向平均 误差	纵向平均 误差	横向均方 根误差	纵向均方 根误差
优化前	0.397	0.612	0.47	0.62
优化后	0.175	0.265	0.192	0.288

的平均误差为 0.265 mm, 横向和纵向平均误差分别降低了 55.9% 和 56.7%。优化前, 横向产生的均方根误差为 0.470 mm, 纵向产生的均方根误差为 0.620 mm; 优化后, 横向产生的均方根误差为 0.192 mm, 纵向产生的均方根误差为 0.288 mm, 横向和纵向均方根误差分别降低了 59.1% 和 53.5%, 因此, 采用改进蚁群算法优化后四杆几何参数, 不仅平均误差大幅度下降, 而且整体误差波动较小, 效果较好。

5 结语

文中引入改进蚁群算法研究了四杆机构运动轨迹的精度, 主要结论如下所述。

1) 创建了四杆机构运动简图模型, 通过数学方法推导运动轨迹横向和纵向坐标方程式, 确定四杆机构运动条件和优化参数变量。

2) 采用改进蚁群算法优化四杆机构参数变量, 横向和纵向产生的平均误差降低, 误差整体波动较小。

3) 改进蚁群算法不仅可以优化四杆机构参数变量, 为四杆机构运动误差的深入研究提供了理论依据, 对于其他机构参数变量优化也同样适用。

参考文献:

- [1] 柯尊芒, 鹿新建, 冯华伟, 等. 双曲柄多连杆压力机滑块运动曲线研究[J]. 精密成形工程, 2013, 5(4): 16—19.
KE Zun-mang, LU Xin-jian, FENG Hua-wei, et al. Research on Slider Motion Curves of Double Crank Press[J]. Journal of Netshape Forming Engineering, 2013, 5(4): 16—19.
- [2] 杜建军. 平面连杆机构运动误差分析系统的开发[D]. 沈阳: 东北大学, 2012.
DU Jian-jun. The Development of Kinematic Error Analysis System of Planar Linkage Mechanism[D]. Shenyang: Northeastern University, 2012.
- [3] 丁必荣, 石鸽娅. 基于蜜蜂进化型遗传算法的四杆机构优化设计[J]. 现代机械, 2008(6): 9—10.
DING Bi-rong, SHI Ge-ya. Optimization Design of Four Bar Mechanism Based on the Improved Ant Colony Algorithm[J]. Modern Machinery, 2008(6): 9—10.
- [4] 何俊, 冯鉴. 基于 Matlab 的平面连杆机构预定轨迹优化设计[J]. 煤矿机械, 2010, 31(3): 36—38.
HE Jun, FENG Jian. Optimal Design of Linkages Achieving Destined Track Based on Matlab[J]. Coal Mine Machinery, 2010, 31(3): 36—38.
- [5] 成诚. 平面轨迹机构的可靠性稳健设计[D]. 成都: 西华大学, 2014.
CHENG Cheng. Reliability Robust Synthesis of Planar Path Mechanisms[D]. Chendu: Xihua University, 2014.
- [6] SHARIATI M, NOROUZI M. Optimal Synthesis of Function Generator of Four-bar Linkages Based on Distribution of Precision Points[J]. Meccanica, 2013, 46(5): 1009—1018.
- [7] 郎诗慧, 辛洪兵. 糖果包装机推糖机构的运动精度分析[J]. 包装工程, 2017, 38(5): 49—56.
LANG Shi-hui, XIN Hong-bing. Kinematic Accuracy of Candy Pusher of Candy Packaging Machine[J]. Packaging Engineering, 2017, 38(5): 49—56.
- [8] RADOVAN R B, STEVAN R D. Control of the Optimum Synthesis Process of a Four-bar Linkage Whose Point on the Working Member Generates the Given Path[J]. Applied Mathematics and Computation, 2014, 217(23): 9767—9775.
- [9] 杨帆. 轨迹生成四杆机构优化及仿真研究[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2016(10): 36—40.
YANG Fan. Optimization and Simulation Study of Path Generating Four-bar Mechanisms[J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2016(10): 36—40.
- [10] 张尤赛, 辛莉. 基于蚁群算法的体绘制视点优化[J]. 江苏科技大学学报(自然科学版), 2013, 27(3): 270—273.
ZHANG You-sai, XIN Li. Viewpoint Optimization Based on Ant Colony Algorithm for Volume Rendering[J]. Journal of Jiangsu University of Science and Technology(Natural Science Edition), 2013, 27(3): 270—273.
- [11] 史恩秀, 陈敏敏, 李俊, 等. 基于蚁群算法的移动机器人全局路径规划方法研究[J]. 农业机械学报, 2014, 45(6): 54—56.
SHI En-xiu, CHEN Min-min, LI Jun, et al. Research on Method of Global Path-planning for Mobile Robot Based on Ant-colony Algorithm[J]. Journal of agricultural machinery, 2014, 45(6): 54—56.
- [12] 杨平乐, 崔晓燕, 刘树森. 基于改进蚁群算法的物流网络[J]. 江苏科技大学学报(自然科学版), 2014, 28(2): 167—170.
YANG Ping-le, CUI Xiao-yan, LIU Shu-sen. Logistics Network Based on Improved Ant Colony Algorithm[J]. Journal of Jiangsu University of Science and Technology(Natural Science Edition), 2014, 28(2): 167—170.
- [13] FERNANDO E B, ALEX F A. Improving the Interpretability of Classification Rules Discovered by an Ant Colony Algorithm: Extended Results[J]. Evolutionary Computation, 2016, 24(3): 386—407.
- [14] NASIMI R, IRANI R, MORADI B. An Improved Ant Colony Algorithm-based ANN for Bottom Hole Pressure Prediction in Underbalanced Drilling[J]. Petroleum Science and Technology, 2014, 30(13): 1308—1315.
- [15] SKINDEROWICZ R. An improved Ant Colony System for the Sequential Ordering Problem[J]. Computers and Operations Research, 2017, 86(5): 2—15.

更正启事

因作者疏忽, 2018 年第 19 期发表的论文《基于 QR 码和 DWT-SVD 分解的双水印算法》错将国家自然科学基金号写错, 特在此更正为: 基金项目: 国家自然科学基金面上项目(41571346); 国土资源部退化及未利用土地整治工程重点实验室项目(SXDJ2017-2016KCT-23); 中央高校智库项目(310823151007)

《包装工程》编辑部

2018 年 11 月 1 日