

图文信息技术

基于 Radon 变换与 Schur 分解的彩色图像水印算法

孙彦飞, 陈青

(上海理工大学, 上海 200093)

摘要: **目的** 针对彩色图像盲水印算法较为复杂且抗旋转能力差等问题, 结合矩阵 Schur 分解和 Radon 变换提出一种抗旋转攻击的彩色图像盲水印算法。**方法** 该算法首先提取彩色宿主图像的 U 通道图像, 其次对 U 通道图像经 NSCT 变换后的低频分量进行分块处理, 将每个像素块分解为对称矩阵和反对称矩阵, 最后对每块对称矩阵进行 Schur 分解, 将二值水印嵌入至分解后上三角矩阵的最大特征值中。提取水印信息时, 利用 Radon 变换对含水印图像进行几何校正后再进行水印提取操作。**结果** 文中算法提取水印相似度较高, 其 NC 值达到 0.9414; 结构相似性较高, 其 SSIM 值达到 0.9183。**结论** 该水印算法在常规信号处理攻击、抗旋转攻击下均具有极强的鲁棒性。

关键词: 重构彩色图像; 非下采样 Contourlet 变换; Schur 分解; Radon 变换; 几何校正

中图分类号: TP309.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2018)21-0183-06

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2018.21.033

Color Image Watermarking Algorithm Based on Radon Transform and Schur Decomposition

SUN Yan-fei, CHEN Qing

(University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

ABSTRACT: The work aims to propose a color image blind watermarking algorithm resistant to rotation attacks in view of such problems as the complex color image blind watermarking algorithm with poor anti-rotation ability, and combined with Schur decomposition and Radon transform. Firstly, the proposed algorithm extracted the U channel image of color host image, and then divided the low frequency components of U channel image after NSCT transform into blocks to decompose each pixel block into symmetric and anti-symmetric matrix. Finally, the Schur decomposition of each symmetric matrix was conducted, and the binary watermark was embedded in the maximum eigenvalue of the decomposed upper triangular matrix. For the extraction of watermark information, Radon transform was used to extract the watermark after the geometric correction of watermark image. The proposed algorithm extracted watermarks with high similarity and its NC value reached 0.9414. The structural similarity was high and its SSIM value reached 0.9183. The watermarking algorithm is highly robust against conventional signal processing attacks and anti-rotation attacks.

KEY WORDS: reconstructed color image; NSCT; Schur decomposition; Radon transform; geometric correction

数字水印技术作为一种数据保护和版权认证的方法, 逐渐发展成现今信息领域的一个研究热点^[1]。彩色图像水印算法是采用 RGB 格式的宿主图像, 通过改变其离散小波变换^[2-3] (DWT) 的低频系数来对彩色图像进行水印的嵌入与提取, 但彩色图像 R、G、B 等 3 通道的相关性对水印算法的影响较大, 水印信息

易被破坏^[4], 因此, 找到一种优良的彩色图像嵌水印方法尤为重要。在水印嵌入的众多方法中最为常见的是在空间域和变换域嵌水印, 而大量实验结果证明变换域嵌入算法的鲁棒性更好^[5]。Cunha AL D^[6]等实现了一种具有多方向性、多尺度特征且满足平移不变要求的非下采样 Contourlet 变换(NSCT), 能去除 Gibbs

收稿日期: 2018-07-24

基金项目: 国家自然科学基金(61672354)

作者简介: 孙彦飞(1994—), 女, 上海理工大学硕士生, 主攻数字水印。

通信作者: 陈青(1962—), 女, 博士, 上海理工大学副教授, 主要研究方向为信号处理。

失真,更精确地描述图像的边缘、轮廓和纹理等信息。刘凡^[7]等提出了基于矩阵 Schur 分解的彩色图像盲水印方案,以矩阵 Schur 分解理论为基础,结合 Arnold 置乱^[8]和图像分块原理实现水印提取,该算法运算简单可抵抗常规信号攻击,但未结合变换域处理,不能抵抗旋转攻击。何冰^[9]提出用四元数实矩阵表征原图,计算实数字矩阵的 Radon 变换不变矩,利用少量低阶 Radon 变换不变矩构建零水印信息,但四元数矩阵计算量大,算法复杂,不适用于实时性要求较高的情形,且该算法受常规攻击提取水印效果差。

文中结合非下采样 Contourlet 变换、矩阵 Schur 分解和 Radon 变换等 3 大理论,提出一种新的抵抗旋转攻击的彩色图像水印算法。

1 算法原理

1.1 NSCT 变换

NSCT 变换的结构见图 1。图像经过非下采样塔式滤波器的多尺度处理,将图像分解为高频分量和低频分量,高频分量经多方向地处理后得到多个子分量,对低频分量则继续迭代分解,分解为下一层的高频分量以及低频分量。NSCT 的多尺度分解为非下采样塔形分解,其方向滤波采用的是非下采样方向滤波组,NSCT 变换只有上采样,分解过程中滤波器中的失真很小,有利于更好地保持图像的边缘信息和轮廓结构,水印嵌入至一层 NSCT 分解的低频分量中,利用 NSCT 变换获取低频系数来嵌入水印信息。

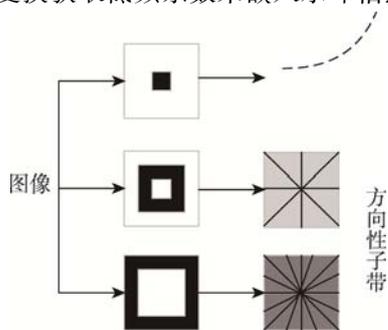


图 1 NSCT 变换示意
Fig.1 NSCT transform diagram

1.2 矩阵 Schur 分解

Schur 分解继承了 SVD 分解稳定性等优点的同时弥补了时间复杂度较高的缺点。Schur 分解定理: 设矩阵 $A \in C^{n \times n}$, A 的特征值为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, 则存在酉矩阵 $U \in C^{n \times n}$ 与上三角矩阵 $T \in C^{n \times n}$ 使得式(1)成立。

$$U^H A U = T \begin{bmatrix} \lambda_1 & t_{12} & \dots & t_{1n} \\ & \lambda_2 & & t_{2n} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: U^H 为矩阵 U 的共轭转置矩阵。

任意一个 n 阶方阵 A , 则存在唯一的对称矩阵 B 和反对称矩阵 C , 使得 $A=B+C$ 。其中, $B=1/2(A+A^T)$, $C=1/2(A-A^T)$ ^[10]。假设矩阵 A 受到扰动后变为 $A+\beta A$, 则对称矩阵 B 对此扰动产生的变化为 βB , 对称矩阵 B 进行 Schur 分解后的上三角矩阵 T 对角线上的元素产生的变化为 $\beta \lambda$, 可得:

$$\|\beta A\|_2 = \frac{1}{2} \|\beta A + (\beta A)^T\|_2 \geq \|\beta B\|_2 \geq |\beta \lambda| \quad (2)$$

式中: $\|\cdot\|_2$ 为矩阵 A 的 2 范数; β 为常数; 式(2)表明, 矩阵 A 受到扰动后变为 $A+\beta A$ 时, 其对称矩阵 B 进行 Schur 分解后得到的上三角矩阵 T 产生的变化要小于矩阵 A 的变化, 因此可以将水印信息嵌入到上三角阵 T 中。

1.3 Radon 变换

二维 Radon 变换就是数字图像矩阵在某一指定角度射线方向上做投影变换, 直角坐标系直线方程可表示为 $\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$, 其中 $f(x,y)$ 为 l 上的点, ρ 为坐标原点到线 l 上的距离, θ 表示线 l 法线方向的夹角; 连续图像的 Radon 变换定义见式(3)。

$$R(\rho, \theta) \left\{ f \left(\frac{x}{a}, \frac{y}{a} \right) \right\} = a P \left(\frac{\rho}{a}, \theta \right), \quad a \neq 0 \quad (3)$$

式中: θ 为角度; ρ 为直线距离坐标原点的最短距离; a 为尺度因子; $f(x,y)$ 为图像上某一像素点 (x,y) 的灰度值^[11], 变换示意图 2。

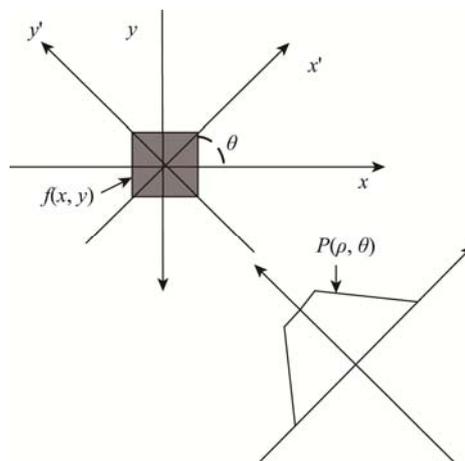


图 2 Radon 变换示意
Fig.2 Radon transform diagram

原始图像进行 0° 的 Radon 变换得参考向量 R_0 , 随后 R_0 在 IPR 信息版权保护中心注册保存, 提取水印时只需将待校正图像与 R_0 对比, 故该校正算法是盲检测。Radon 变换检测算法^[12]流程见图 3。

1) 将待检测的图像进行角度为 θ 的 Radon 变换, $\theta \in (-180^\circ \sim 179^\circ)$, 检测增量为 1° , 可得到 360 个检测向量 $R(\theta)$ 。

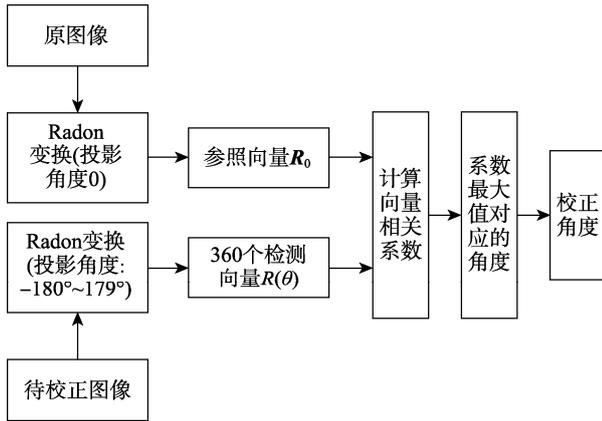


图 3 Radon 变换检测算法
Fig.3 Radon transform detection algorithm

2) 根据式(4)计算每一个检测向量 $R(\theta)$ 与参照向量 R_0 的相关系数。其中系数最大值对应的检测向量与参照向量最相似，系数最大值对应的角度即是图像的旋转角度。

$$NC(i) = \frac{\sum R_0 R_i(\theta)}{\sqrt{\sum (R_0 R_0^*) \sum (R_i(\theta) R_i^*(\theta))}}, \quad i \in [-180, 179] \quad (4)$$

2 水印算法

2.1 水印嵌入的算法

水印嵌入的过程见图 4。

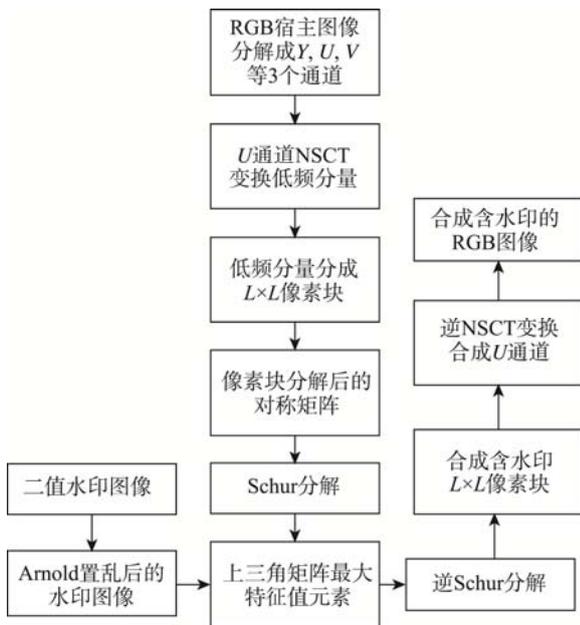


图 4 水印嵌入
Fig.4 Watermark embedding

文中将 RGB 彩色宿主图像转换成 YUV 格式，根据人眼视觉掩蔽特性，相对于色彩的改变，人眼对明视度的变化更为敏感，故文中算法选择将水印信息

嵌入到代表色度的 U 通道。具体水印嵌入过程如下所述。

1) 为增加水印嵌入算法鲁棒性和安全性，将像素大小为 $N \times N$ 的二值水印图像 W ，通过进行 Arnold 置乱操作得到待嵌入水印图像信息 W' 。

2) 算法能有效地抵抗旋转攻击，文中使用 Radon 变换进行角度的检测和矫正，根据 1.3 节的步骤在水印嵌入前将原始宿主图像 H 进行 0° 的 Radon 变换得参考向量 R_0 ，并对参考向量 R_0 进行保存。

3) 原始宿主图像 H 选用像素大小为 $M \times M$ 的彩色图像，将其分解成 Y, U, V 等 3 个通道，提取 U 通道图像进行一层 NSCT 变换^[13]。为了提高水印算法的鲁棒性和透明性，水印嵌入至一层 NSCT 分解的低频分量 X_0 中。

4) 对低频分量 X_0 进行分块处理，将低频分量划像素大小为 $L \times L$ 的非重叠像素块 $A_n, n=1, 2, 3, \dots$ 。再将像素块 A_n 分解为对称矩阵 B_n 与反对称矩阵 C_n 之和。

5) 取每个像素块的对称矩阵 B_n 进行 Schur 分解，根据式 (1) 得到分解后的上三角矩阵 T_n ，找到矩阵 T_n 的最大值元素 T_{\max} 及其所在位置坐标 (i, j) 。然后按照式 (5) 将水印信息嵌入至最大值元素 T_{\max} 中^[14]。

$$T'_{\max} = \begin{cases} T_{\max} - \text{mod}(T_{\max}, Q) + \delta \times Q & W_1 = '1' \\ T_{\max} - \text{mod}(T_{\max}, Q) + (1 - \delta) \times Q & W_1 = '0' \end{cases} \quad (5)$$

式中： W_1 为要嵌入的水印； T'_{\max} 为 T_{\max} 经水印嵌入被修改后的结果； Q 为水印嵌入强度； δ 为水印嵌入系数。

6) 修改后的矩阵 T_n 进行矩阵 Schur 分解逆运算后得到对称矩阵 B_n ， B_n 与反对称矩阵 C_n 合成像素块矩阵 $A_n, n=1, 2, 3, \dots$ 。全部像素块 A_n 重新组合为低频子带 X'_0 再进行 NSCT 逆变换获得含水印信息的 U 通道图像 U' 。

7) 含水印信息的 U 通道图像与原始宿主图像的 Y, V 分量重新组合，转换为 RGB 格式后获得含水印的彩色图像 H' 。

2.2 水印提取算法

水印提取过程是水印嵌入算法的逆过程，具体流程见图 5。

1) 将原始图像进行 0° 的 Radon 变换后得到的参考向量 R_0 与校正图像的待检测向量 $R(\theta)$ 对比。取水印嵌入时已保存的参考向量 R_0 ，根据 1.3 节中 Radon 变换检测算法的步骤，确定检测向量与参考向量相关系数的最大值所对应的角度，即图像的旋转角度，随后进行已嵌入水印图像的角度校正。

2) 将校正后的 RGB 含水印图像转换成 YUV 图像格式，提取 U 通道图像并进行一层 NSCT 变换操作，得到低频子带 X_1 。

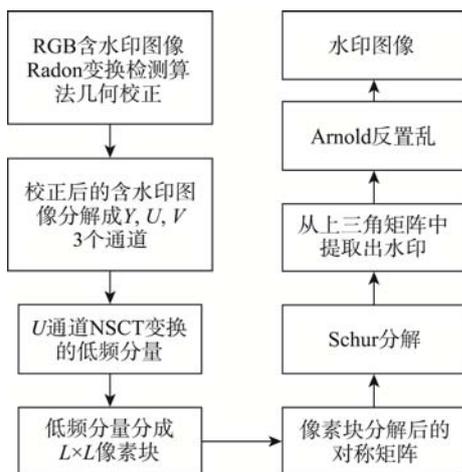


图5 水印提取
Fig.5 Watermark extraction

水印提取结果以及 PSNR 和 SSIM 值等。文献[7]中图像 PSNR 值在 40 dB 左右,由表 1 数据知,多幅含水印图像与原始宿主图像基本一致, PSNR 均值为 49.4660 dB, SSIM 值也接近 1,这表明该算法的不可见性优于文献[7]。同时,未受攻击时提取出的水印 NC 值均为 1,提取出的水印图像与原水印图像基本无差别。



图6 原始宿主和水印图像
Fig.6 Original host and watermark image

表1 含水印图像及提取水印实验结果
Tab.1 Watermarked image and experiment results of watermark extraction

图片	含水印图像	提取水印	PSNR/dB	SSIM	NC
Lena			49.7178	0.9981	1
airplane			49.2342	0.9986	1
baboon			49.1176	0.9992	1
pepper			49.7945	0.9981	1

3) 对低频子带 X_1 进行分块处理,将其划分为像素大小 $L \times L$ 的无重叠像素块 A_{1n} ($n=1, 2, 3 \dots$),再将像素块 A_{1n} 分解为对称矩阵 B_{1n} 与反对称矩阵 C_{1n} 之和。

4) B_{1n} 进行 Schur 分解,每个 B_{1n} 按照式(1)分解可得一个上三角矩阵 T^n ,根据嵌入算法中的最大值元素 T_{max} 的坐标 (i, j) 找到矩阵 T^n 中坐标为 (i, j) 的元素 $T_{1n}(i, j)$,随后按照式(1)提取水印图像信息 W' 。

$$W' = \begin{cases} 0 & \text{mod}(T_{1n}(i, j), Q) < Q/2 \\ 1 & \text{mod}(T_{1n}(i, j), Q) \geq Q/2 \end{cases} \quad (6)$$

5) 水印图像信息 W' 进行 Arnold 逆变换,然后合成,最终提取出二值水印 W 。

3 实验结果及分析

一般情况下,用水印的不可见性和鲁棒性来评价水印算法的性能。文中采用峰值信噪比 (PSNR, 表示同一原始宿主图像 H 与其对应含水印信息的宿主图像 H' 的相似程度) 及结构相似度 SSIM^[15] 来衡量水印的不可见性;用归一化相关系数 NC 衡量水印被攻击后的鲁棒性。通常 PSNR 值越大或者 SSIM 值越趋于 1,说明嵌入水印的不可见性越好;NC 值越趋于 1,提取的水印就越接近原始水印图像,说明水印的鲁棒性越好。

文中实验使用 Matlab 平台对上述算法进行仿真实验。原始宿主图像选用与文献[7]相同的彩色图像 Lena, airplane, baboon, pepper, 像素为 512×512 ; 选用二值图像作水印图像,像素为 32×32 ,见图 6。实验选用的 $L \times L$ 分块为 8×8 ,水印嵌入强度 Q 为 80,嵌入系数 δ 为 0.75。

1) 不可见性测试。分别在多幅大小均为 512×512 原始宿主图像中嵌入大小为 32×32 的二值图像作水印图像,表 1 给出了未受攻击时水印嵌入后的图像、

2) 鲁棒性测试。为了进一步验证水印算法的鲁棒性,对含水印信息的标准 Lena 和 airplane 图像进行椒盐噪声、均值滤波、1/16 剪切、1/4 剪切、75%JPEG 压缩和 50%JPEG 压缩等常规信号攻击,然后提取水印信息,实验结果见表 2。由于该算法的水印信息嵌入到三角矩阵的最大元素中,在含水印图像在遭受常规信号处理攻击后,分块矩阵的特征值变化不大,实验数据显示 SSIM 值均超过 0.9100, PSNR 稳定在 44.9443 dB 以上,水印能够清楚地提取出来。与文献[7]的 NC 值相比,文献[7]算法在受到剪切攻击以及均值滤波攻击时,影响了攻击区域的水印,鲁棒性较弱,文中算法的 NC 值在受到常规攻击依然能够保持在 0.9500 以上,由此说明该算法鲁棒性优于文献[7]等一般算法,对常规数字图像处理攻击呈现出鲁棒性较好的特点。

3) 抵抗旋转攻击测试。文献[7]中由于改变了像素点的空间位置,旋转攻击对水印信息变动大,因此未能有效抵抗旋转攻击,导致提取的水印失真。针对几何攻击对图像水印提取的影响,算法应具有良好的

表 2 常规信号攻击实验结果

Tab.2 Experiment results of conventional signal attack

攻击方式	图像	提取水印	文中算法			文献[7]
			PSNR	SSIM	NC	NC
椒盐噪声(0.01)	Lena		49.8513	0.9253	0.9500	0.9571
	airplane		48.9234	0.9361	0.9532	0.9252
均值滤波	Lena		44.9443	0.9183	1.0000	0.8749
	airplane		45.2386	0.9021	1.0000	0.8831
1/16 剪切	Lena		44.8942	0.9448	0.9670	0.8546
	airplane		44.0234	0.9200	0.9422	0.8230
1/4 剪切	Lena		49.8126	0.9448	0.9870	0.7534
	airplane		48.0244	0.9234	0.9394	0.7530
JPEG 压缩 75%	Lena		45.2397 0.9575	0.9575	1.0000	0.9999
	airplane		44.3375	0.9422	0.9999	0.9982
JPEG 压缩 50%	Lena		44.6322	0.9409	0.9613	0.8368
	airplane		43.2387 0.9409	0.9523	0.9236	0.9017

抗旋转攻击性能，因此文中在旋转攻击后使用 Radon 变换检测方法进行角度值估计，并结合原始图像经 0° 的 Radon 变换后的参考向量 R_0 与校正图像待检测向量 $R(\theta)$ 的对比，确定图像的旋转角度，对已嵌入水印图像的角度进行校正，校正完成后再进行水印的提取，这样可以保证算法良好的抗旋转攻击能力。对包含水印信息的 2 幅标准测试图像 Lena, airplane 分别进行 5°, 15°, 30°, 45°, 90°, 135° 的旋转攻击，结果见表 3。由表 3 数据可知，分别旋转 5°, 15°, 30°, 45°, 90°, 135° 攻击含水印图像后，NC 值均保持在 0.9658 以上。含水印图像经一系列旋转攻击后，对含水印图像进行 Radon 变换，检测系数最大值对应的角度即可得图像的旋转角度，检测到的角度经过精确矫正后继续提取水印图像，提取的水印图像视觉上可清晰识别，准确性高，体现出文中算法具有能够有效地抵抗旋转攻击的能力。

表 3 旋转攻击实验结果

Tab.3 Rotation attack experiment results

旋转角度/(°)	Lena		airplane	
	提取水印	NC	提取水印	NC
5		0.9658		0.9544
15		0.9704		0.9825
30		0.9704		0.97
45		0.9699		0.9732
90		1		1
135		0.9699		0.9778

综合文中算法不可见性、鲁棒性、抗旋转攻击能力的对比实验分析结果可知，该算法实验数据 PSNR

值均保持在 44.9443 dB 以上，SSIM 值均在 0.9021 以上，NC 值均在 0.9236 以上。由此说明文中算法宿主图像嵌入水印的不可见性好，含有水印的图像不仅能够很好地抵抗常规信号处理攻击，对旋转攻击的抵抗能力也极强，具有较强的鲁棒性。

4 结语

以矩阵 Schur 分解和 NSCT 变换理论为基础，结合 Radon 变换，提出了一种新的、可有效抵抗旋转攻击的彩色图像盲水印算法。提取过程无需原始宿主和水印图像，是一种盲提取方案。理论分析和实验结果表明该算法水印的不可见性良好，抵抗常规信号处理以及旋转攻击能力强，保持了较强的鲁棒性，具有一定的实用价值，可作为彩色图像水印技术的有力补充。

参考文献：

- [1] JIN C, WANG S H, JIN S W, et al. Robust Digital Watermark Technique for Copyright Protection[C]// International Symposium on Information Engineering and Electronic Commerce (IEEC09), 2009: 237—240.
- [2] AJILI S, HAJJAJI M A, MTIBAA A. Hybrid SVD-DWT Watermarking Technique Using AES Algorithm for Medical Image Safe Transfer[C]// International Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering, IEEE, 2016: 69—74.
- [3] MAKBOL N M, KHOO B E. A New Robust and Secure Digital Image Watermarking Scheme Based on the Integer Wavelet Transform and Singular Value Decomposition[J]. Digital Signal Processing, 2014, 33: 134—147.
- [4] ALI M, CHANG W A, PANT M, et al. An Image Watermarking Scheme in Wavelet Domain with Optimized Compensation of Singular Value Decomposition via Artificial Bee Colony[J]. Information Sciences, 2015, 301(C): 44—60.
- [5] ALI M, CHANG W A. An Optimized Watermarking Technique Based on Self-adaptive DE in DWT-SVD Transform Domain[J]. Signal Processing, 2014, 94(1): 545—556.
- [6] CUNHA AL D, ZHOU J, DO M N. The Nonsampled Contourlet Transform: Theory, Design, and Applications[J]. IEEE Trans Image Process, 2006, 15(10): 3089—3101.
- [7] 刘凡, 杨洪勇, 苏庆堂. 基于矩阵 Schur 分解的彩色图像盲水印算法[J]. 计算机应用研究, 2017, 34(10): 1—8.
LIU Fan, YANG Hong-yong, SU Qing-tang. Color Image Blind Watermarking Algorithm Based on Schur Decomposition[J]. Application Research of Comput-

- ers, 2017, 34(10): 1—8.
- [8] BARNI M, BARTOLINI F, PIVA A. Improved Wavelet-based Watermarking through Pixel-wise Masking[J]. IEEE Transactions on Image Processing A Publication of the IEEE Signal Processing Society, 2002, 10(5): 783—791.
- [9] 何冰. 基于 Radon 变换和四元数实矩阵的彩色图像水印算法[J]. 光学技术, 2016, 42(2): 166—171.
HE Bing. Zero Color Image Watermarking Based on Radon Transform and Quaternion Real Matrix Representation[J]. Optical Technology, 2016, 42(2): 166—171.
- [10] SU Q T, NIU Y G, WANG G, et al. Color Image Blind Watermarking Scheme Based on QR Decomposition[J]. Signal Processing, 2014, 94: 219—235.
- [11] ZHENG J Y, LING D H, LIANG J Z, et al. A DCT-BASED Digital Watermarking Algorithm for Image[C]// International Conference on Industrial Control and Electronics Engineering, IEEE, 2012: 1217—1220.
- [12] SU Q, NIU Y, LIU X, et al. Embedding Color Watermarks in Color Images Based on Schur Decomposition[J]. Optics Communications, 2012, 285(7): 1792—1802.
- [13] 严敏, 陈军. 基于 QR 分解的 Contourlet 域抗几何攻击水印算法[J]. 计算机应用研究, 2016, 33(9): 2813—2818.
YAN Min, CHEN Jun. Anti-geometric Attack Watermarking Algorithm Based on QR Decomposition in Contourlet Domain[J]. Application Research of Computers, 2016, 33(9): 2813—2818.
- [14] 汪祖辉, 孙刘杰, 蒋哲薇, 等. 一种抗几何攻击的小波域水印算法[J]. 包装工程, 2015, 36(21): 102—114.
WANG Zu-hui, SUN Liu-jie, JIANG Zhe-wei, et al. A Watermarking Algorithm Against Geometric Attack in DWT Domain[J]. Packaging Engineering, 2015, 36(21): 102—114.
- [15] ALI M, CHANG W A, PANT M. A Robust Image Watermarking Technique Using SVD and Differential Evolution in DCT Domain[J]. Optik-international Journal for Light and Electron Optics, 2014, 125(1): 428—434.