

基于拓扑优化的平面 2-DOF 柔顺并联机构构型设计

朱志强, 熊艳红

(湖北职业技术学院, 孝感 432000)

摘要: **目的** 运用拓扑优化技术设计一种平面 2-DOF (Degrees-of-Freedom) 柔顺并联机构, 使其具有微米级别的微运动特性。**方法** 依据平面 2-DOF 并联原型机构的受力情况进行运动特性分析, 基于同构封闭矢量映射原理构建平面 2-DOF 柔顺并联机构的微分运动 Jacobian 矩阵, 表达多自由度的柔顺并联机构从输入到输出间各关节的运动关系。定义柔度为优化目标函数, 微分运动 Jacobian 矩阵为运动条件, 材料体积分数为约束条件, 构建平面 2-DOF 柔顺并联机构材料属性的有理近似模型, 并运用移动渐进线法优化求解。**结果** 优化后的平面 2-DOF 柔顺并联机构构型在 x 方向的位移为 -0.0089 mm, 在 y 方向的位移为 0.0053 mm, 同时, 其沿 x 方向和 y 方向的微位移理论值为 -0.0031 mm 和 0.0067 mm。**结论** 与并联原型机构的运动特性相比, 平面 2-DOF 柔顺并联机构优化后的微运动特性具有一致性, 均为微米级。

关键词: 同构封闭矢量映射原理; 平面 2-DOF 柔顺并联机构; Jacobian 矩阵; 移动渐近线法; 微运动特性
中图分类号: TB486; TH11 文献标识码: A 文章编号: 1001-3563(2019)05-0202-07

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2019.05.028

Configuration Design of Planar 2-DOF Compliant Parallel Mechanism Based on Topology Optimization

ZHU Zhi-qiang, XIONG Yan-hong

(Hubei Polytechnic Institute, Xiaogan 432000, China)

ABSTRACT: The paper aims to design a planar 2-DOF compliant parallel mechanism with the topology optimization technology to make it have kinetic characteristics at the micron level. The kinetic characteristic was analyzed according to the loading situation of planar 2-DOF parallel prototype mechanism. The kinetic differential Jacobian matrix of planar 2-DOF compliant parallel mechanism was built based on isomorphic closed vector mapping principle to show the kinematic relations of the joints from input to output in multiple DOF compliant parallel mechanism. In this paper, the optimization model of rational approximation of material properties for planar 2-DOF compliant parallel mechanism was built, which defined the compliance as the optimization objective function, the differential kinetic Jacobian matrix as kinetic condition and the material volume ratio as constraint condition. The Moving Asymptotes Method was used to solve the optimization problem. For the configuration of planar 2-DOF compliant parallel mechanism after optimization, its displacement in x and y direction was -0.0089 mm and 0.0053 mm; however, the theoretical displacement in x and y direction was -0.0031 mm and 0.0067 mm. Results showed that the differential kinetic characteristics of planar 2-DOF compliant parallel mechanism optimal configuration is consistent with its parallel prototype mechanism, and the positional accuracy is achieved at the micron level.

收稿日期: 2018-07-04

基金项目: 湖北省教育厅科学技术研究项目 (B2018458)

作者简介: 朱志强 (1981—), 男, 硕士, 湖北职业技术学院副教授, 主要研究方向为机械设计。

KEY WORDS: isomorphic closed vector mapping principle; planar 2-DOF compliant mechanism; Jacobian matrix; moving asymptotes method; differential kinetic characteristic

并联机构具有刚度高、承载能力强、惯量较小和无累积位置误差等优点,已被广泛应用于精密定位装置^[1]。柔顺机构通过材料自身的弹性变形实现相对运动和力的传递,具有无装配、免润滑和无摩擦磨损等优点,近年来也成为热点研究之一^[2]。

相关学者对并联机构和柔顺机构进行了研究,为了所设计的机构同时具备 2 种机构的特性,余跃庆等^[3]将并联机构中的刚性运动副,采用“伪刚体模型”设计出具有一致运动特性的柔性铰链进行替换。由于该“堆叠式”方法所设计的柔顺并联机构性能,常取决于研究者的设计经验,该机构不仅运动学复杂难求^[4],且刚度偏小,抑制振动的能力偏弱,不利于精密定位装置中的应用^[5]。

文中基于同构的封闭矢量映射原理,分析了平面 2-PRR 并联机构的运动学问题。依据推导的平面 2-PRR 并联机构运动雅可比矩阵,运用拓扑优化技术对平面 2-PRR 柔顺并联机构进行整体化最佳构型的设计。

首先,对传统平面 2-PRR 并联机构进行工况条件分析,研究其运动学问题并采用同构的封闭矢量映射法构建平面 2-PRR 柔顺并联机构的微分运动 Jacobian 矩阵。其次,定义柔顺为优化目标,微分运动 Jacobian 矩阵为运动条件,材料体积分数为约束条件构建平面 2-PRR 柔顺并联机构的 RAMP 优化数值模型。然后,运用 MMA 算法求解平面 2-PRR 柔顺并联机构的优化模型,并基于 SolidWorks 对优化结果的边界进行光滑曲线拟合。最后,基于 OptiStruct 对优化构型进行力学仿真分析,通过优化前后的微分运动特性,验证理论推理的正确性和优化结果的可行性。

1 平面 2-DOF 原型并联机构构型

文中以某企业食品包装流水线中对产品位置的精密检测为出发点,将设备中的平面二自由度并联机构精密定位装置进行结构优化研究。该机构通过定、动平台及两者间的支链装配而成,其中,定平台为矩形框,移动副为驱动副,转动副固结点为动平台,见图 1。当该机构的驱动副受驱动力作用时,动平台输出端实现 x, y 轴的平动,运动工作空间可控。

分析 2-PRR 并联原型机构,构建极坐标系,见图 2。图 2 中,以 x 轴和 y 轴在定平台左下角的交点处为原点,正 x 方向为过原点水平向右,正 y 方向为过原点竖直向上。定平台原点处与移动副 P_1, P_2 间的距离为 p_1, p_2 ; 2 条支链转动副间的连杆长度均为 l ; 2 条支链在动平台 D 处是转动副 R_1^1 和 R_2^2 的重合点。

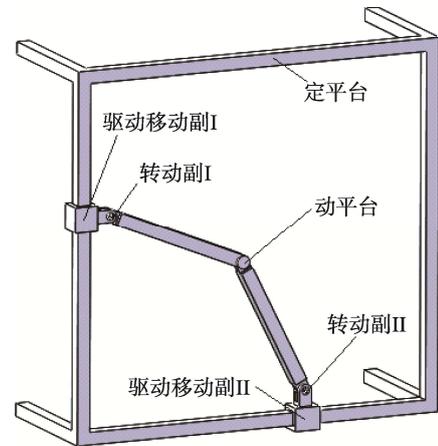


图 1 2-PRR 并联原型机构

Fig.1 2-PRR parallel prototype mechanism

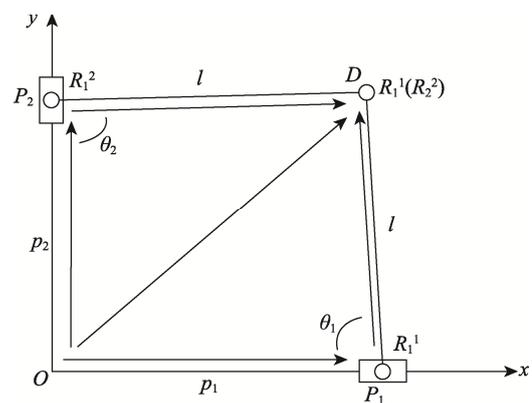


图 2 2-PRR 并联机构坐标

Fig.2 Coordinate of 2-PRR parallel mechanism

2 基于矢量同构映射的微分雅各比矩阵

以平面 2-DOF 并联原型机构为参考,为了使拓扑优化设计的平面 2-PRR 柔顺并联机构与其有一致的微运动特性,依据运动学原理对 2-PRR 并联原型机构进行运动 Jacobian 矩阵进行推导,并作微分化处理,得到 2-PRR 柔顺并联机构的微分运动 Jacobian 矩阵。

2.1 2-PRR 并联机构运动学分析

课题研究将图 2 的 2-PRR 并联机构作为设计思路,通过驱动移动副 P_1, P_2 的运动,使动平台 D 实现平面二自由度的运动特性。基于《机器人学》中的几何解析法并结合封闭矢量映射原理,分析 2-PRR 并联机构的运动学问题并推算出微分运动 Jacobian 矩阵。并联机构因不易求运动学正解,而易于根据动

平台在空间的位置求出其运动学逆解,依据并联机构运动学逆解的唯一性,设动平台 D 的位置坐标为 (x,y) , 可得:

$$\begin{cases} p_1 = x + \sqrt{l^2 - y^2} \\ p_2 = y - \sqrt{l^2 - x^2} \end{cases} \quad (1)$$

对式(1)中关于 x 和 y 的偏导数求解, 可得:

$$\begin{cases} \dot{p}_1 = \dot{x} + \frac{l-y}{\sqrt{l^2 - y^2}} \dot{y} \\ \dot{p}_2 = \dot{y} - \frac{l-x}{\sqrt{l^2 - x^2}} \dot{x} \end{cases} \quad (2)$$

对式(2)以 $\dot{p} = J \cdot \dot{u}$ 形式变换得:

$$\begin{pmatrix} \dot{p}_1 \\ \dot{p}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{l-y}{\sqrt{l^2 - y^2}} \\ -\frac{l-x}{\sqrt{l^2 - x^2}} & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

对于平面 2-PRR 并联机构, 已知动平台 D 在直角坐标系中的位置, 所求关于输入-输出端的矩阵为运动 Jacobian 矩阵, 该矩阵反映了机构输入端通过各关节与输出端之间的空间映射关系。

2.2 2-PRR 并联机构运动雅克比矩阵

基于式(3)的运动 Jacobian 矩阵, 文中采用同构封闭映射原理, 对柔顺并联机构的微分运动 Jacobian 矩阵进行推导。

分析 2 条封闭支链 OP_1D 和 OP_2D , 得

$$\begin{cases} \overline{OD} = \overline{OP_1} + \overline{P_1D} \\ \overline{OD} = \overline{OP_2} + \overline{P_2D} \end{cases} \quad (4)$$

当支链 OP_1D 中, 连杆 P_1D 的运动参数为 θ_1 , 则动平台 D :

$$\begin{cases} x_1 = p_1 - l \cdot \cos \theta_1 \\ y_1 = l \cdot \sin \theta_1 \end{cases} \quad (5)$$

经微运动后变为 $\theta_1 + \Delta\theta_1$ 时, 得:

$$\begin{cases} x'_1 = p'_1 - l \cdot \cos(\theta_1 + \Delta\theta_1) \\ y'_1 = l \cdot \sin(\theta_1 + \Delta\theta_1) \end{cases} \quad (6)$$

基于《高等数学》的等价无穷小原理, 可得 $\cos\Delta\theta_1 \approx 1$, $\sin\Delta\theta_1 \approx \Delta\theta_1$, $\Delta x \approx x_1 - x'_1$, $\Delta y \approx y_1 - y'_1$ 。结合微分运动特性和式(5—6), 得到:

$$\begin{cases} \Delta x = l \cdot \Delta\theta_1 \cdot \sin \theta_1 - \Delta p_1 \\ \Delta y = l \cdot \Delta\theta_1 \cdot \cos \theta_1 \end{cases} \quad (7)$$

对式(7)的中间变量 $\Delta\theta_1$ 消元得:

$$-l \cdot \Delta x \cdot \cos \theta_1 + l \cdot \Delta y \cdot \sin \theta_1 = l \cdot \Delta p_1 \cdot \cos \theta_1 \quad (8)$$

当支链 OP_2D 中, 连杆 P_2D 的运动参数为 θ_2 , 动平台 D 为:

$$\begin{cases} x_2 = l \cdot \cos \theta_2 \\ y_2 = p_2 - l \cdot \sin \theta_2 \end{cases} \quad (9)$$

经微运动后变为 $\theta_2 + \Delta\theta_2$ 时:

$$\begin{cases} x'_2 = l \cdot \sin(\theta_2 + \Delta\theta_2) \\ y'_2 = p'_2 + l \cdot \cos(\theta_2 + \Delta\theta_2) \end{cases} \quad (10)$$

对中间变量 $\Delta\theta_2$ 消元得:

$$-l \cdot \Delta x \cdot \cos \theta_2 + l \cdot \Delta y \cdot \sin \theta_2 = l \cdot \Delta p_2 \cdot \sin \theta_2 \quad (11)$$

从而, 联立式(8)和式(11), 得到 2-PRR 柔顺并联机构的微分运动 Jacobian 矩阵为:

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & \tan \theta_1 \\ \cot \theta_2 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \Delta p_1 \\ \Delta p_2 \end{pmatrix} \quad (12)$$

式中: $(\Delta x \ \Delta y)^T$ 为动平台的微分输出量; $(\Delta p_1 \ \Delta p_2)^T$ 为机构驱动移动副的微分输入量。其中, 雅克比矩阵为:

$$J = \begin{pmatrix} -1 & \tan \theta_1 \\ \cot \theta_2 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \quad (13)$$

式(13)为 2-PRR 柔顺并联机构的操作末端与各运动副间的空间映射关系。为使其与 2-PRR 并联原型机构具有一致的运动特性, 在优化模型的构建中需设定输入输出的运动 Jacobian 矩阵。

2.3 2-PRR 柔顺并联机构微运动特性

假设机构在某个运动状态下的参数为 $\theta_1 = 2\pi/3$ 和 $\theta_2 = 3\pi/4$ 时, 基于 Matlab 可求得式(13)的微分 Jacobian 矩阵:

$$J = \begin{pmatrix} -0.5293 & 0.0194 \\ 12.8617 & 0.5293 \end{pmatrix}$$

当输入端受载时产生的微运动为 $[\Delta p_1 \ \Delta p_2]^T = [0.0005 \ 0.0005]^T$, 依据 $[\Delta x \ \Delta y]^T = J \cdot [\Delta p_1 \ \Delta p_2]^T$ 可推算出动平台输出端的微运动参数为:

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.0031 \\ 0.0067 \end{pmatrix}$$

3 平面 2-DOF 柔顺并联机构工况条件

分析图 1 中 2-PRR 并联原型机构在实际应用中的约束和受载情况, 分析出 2-PRR 柔顺并联机构的工况条件, 见图 3。

图 3 中, 以定平台固定约束为边界条件, 以压电陶瓷为动力源驱动移动副产生微位移, 常取 $F_{in1} = F_{in2} = 500 \text{ N}$, 使动平台实现二自由度的微米级运动特性。文中采用拓扑优化技术设计了 2-PRR 柔顺并联机构的最佳构型, 这是一种整体联接的隐式铰链形式, 对于先前引入“伪刚体模型”设计的柔性铰链, 该方法设计出的铰链具有较高的可靠性, 对该机构改善微米级精密定位精度具有一定的研究意义。

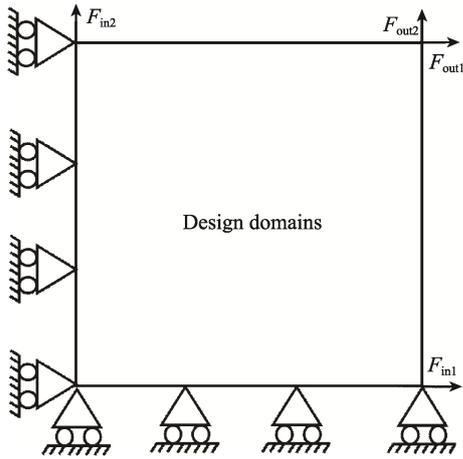


图 3 2-PRR 柔顺并联机构工况条件
Fig.3 Loadstep condition of 2-PRR compliant parallel mechanism

3 平面 2-DOF 柔顺并联机构优化模型

3.1 RAMP 材料插值模型

如何运用合理的材料插值模型，构建优化问题的数值模型，在结构优化问题中十分重要。变密度法^[6-7]是引入材料人为密度并与材料的弹性模型建立函数关系：

$$E_e = f(x_e) \cdot E_0 \quad (14)$$

式中：\$E_e\$ 为单元 \$e\$ 的弹性模量；\$x_e\$ 为单元 \$e\$ 的材料密度；\$f(x_e)\$ 为单元 \$e\$ 的材料密度与弹性模型间的函数关系；\$E_0\$ 为初始的材料弹性模量。

材料属性的有理近似模型^[8] (RAMP 模型) 属于变密度法的一种，因能有效地消除优化过程中的低密度区域，在优化设计领域中被广泛应用。它是基于有理函数并引入惩罚因子，构成关于材料弹性模量和单元密度的函数关系式，该式对优化过程中材料中间密度进行二值化处理。

RAMP 的材料插值模型为：

$$E(x_e) = \frac{x_e}{1+q \cdot (1-x_e)} \cdot E_0 \quad (15)$$

式中：\$E(x_e)\$ 为插值后单元 \$e\$ 的弹性模量；\$x_e\$ 为单元 \$e\$ 的材料密度；\$q\$ 为惩罚因子，取正整数；\$E_0\$ 为结构初始弹性模量。

3.2 平面 2-DOF 柔顺并联机构优化模型

文中对平面 2-DOF 柔顺并联机构定义柔度为优化目标，微分运动 Jacobian 矩阵为运动条件，材料体积分数为约束条件构建结构优化问题的 RAMP 优化模型：

$$\begin{cases} \max f(x) = \frac{E_{MS}}{E_S} = \sum_{e=1}^n \frac{1}{2} \left(\frac{u_{e2}^T k_e u_{e1}}{u_{e3}^T k_e u_{e3}} + \frac{u_{e4}^T k_e u_{e5}}{u_{e6}^T k_e u_{e6}} \right) \\ \text{条件} \begin{cases} \begin{bmatrix} F_{in1} \\ F_{in2} \end{bmatrix} = J \cdot \begin{bmatrix} F_{out1} \\ F_{out2} \end{bmatrix}, \\ KU_1 = F_{in1}, KU_2 = F_{out1}, KU_3 = F_{out1}, \\ KU_4 = F_{in2}, KU_5 = F_{out2}, KU_6 = F_{out2}, \\ V = \int_{\Omega} x_e d\Omega \leq V_0 \end{cases} \end{cases} \quad (16)$$

式中：\$E_{MS1}, E_{MS2}\$ 为受载处 \$F_{in1}, F_{in2}\$ 与运动端 \$F_{out1}, F_{out2}\$ 相互作用的互应变能；\$u_{e1}\$ 为单元 \$e\$ 在受载处 \$F_{in1}\$ 作用下的位移场；\$u_{e2}\$ 为单元 \$e\$ 在运动端 \$F_{out1}\$ 作用下的位移场；\$u_{e3}\$ 为单元 \$e\$ 在运动端 \$F_{out1}\$ 作用下引起相应受载处的位移；\$u_{e4}\$ 为单元 \$e\$ 在输入端 \$F_{in2}\$ 作用下的位移场；\$u_{e5}\$ 为单元 \$e\$ 在输出端 \$F_{out2}\$ 作用下的位移场；\$u_{e6}\$ 为单元 \$e\$ 在运动端 \$F_{out2}\$ 作用下引起相应受载端位移；\$K\$ 为整体刚度矩阵；\$x_e\$ 为单元 \$e\$ 相对密度，为 \$0 < x_{min} \leq x_e \leq 1\$；\$x_{min}\$ 为单元最小密度，为免去整体刚度矩阵发生奇异，\$x_{min}=0.001\$；\$V\$ 为优化的体积；\$V_0\$ 为给定的体积约束。

3.3 移动渐进线法

移动渐进线法^[9-10] (MMA 算法) 在 1987 年由 Svanbger 提出的，该算法是结构响应函数在设计点的泰勒展开，依据凸线性化进行近似。MMA 算法是用显式移动近似子问题的解来逼近原问题的解。

基于 MMA 算法的结构优化模型为：

$$\begin{cases} \min f_0(x) + a_0 z + \sum_{i=1}^m (c_i y_i + \frac{1}{2} d_i y_i^2) \\ \text{条件} \begin{cases} f_i(x) - a_i z - y_i = 0 & y_i \geq 0, z \geq 0 \\ x_j^{\min} \leq x_j \leq x_j^{\max} & j = 1, 2, \dots, n \\ i = 1, 2, \dots, m \end{cases} \end{cases} \quad (17)$$

式中：\$a_i, c_i\$ 和 \$d_i\$ 均为大于等于 0 的实常数，且满足 \$c_i + d_i > 0\$；\$x\$ 为设计变量 \$x_1, x_2, \dots, x_n\$ 的集合，且 \$x_j^{\min}, x_j^{\max}\$ 为给定的设计变量上下限；\$f_i(x)\$ 为优化问题中目标约束响应函数，\$i=0, \dots, m\$；\$y, z\$ 为附加设计变量，且 \$y = (y_1, y_2, \dots, y_m)\$。

对式 (17) 的隐式求解，主要运用显式子问题方程组的最优解进行逐步近似处理，因此，构造显式子问题尤为重要，MMA 算法中显示子问题构造：

$$\begin{cases} \min \bar{f}_0^{(i)} + a_0 z + \sum_{i=1}^m (c_i y_i + \frac{1}{2} d_i y_i^2) \\ \text{条件} \begin{cases} \bar{f}_i^{(i)}(x) - a_i z - y_i \leq 0 \\ \alpha_j^{\min} \leq x_j \leq \beta_j^{\max} \\ i = 1, 2, \dots, m \\ j = 1, 2, \dots, n \end{cases} \end{cases} \quad (18)$$

式中：\$\bar{f}_i^{(i)}(x)\$ 为基于特定的设计变量，由函数

$f_i(x)$ 经一阶泰勒级数展开所得,该函数具有可分离凸线性。其中, $\overline{f_i^{(i)}}(x)$ 函数为:

$$\overline{f_i^{(i)}}(x) = \sum_{j=1}^n \frac{p_{ij}^{(i)}}{u_j^{(i)} - x_j} + \frac{q_{ij}^{(i)}}{x_j - l_j^{(i)}} + r_i^{(i)} \quad (19)$$

式(19)中:

$$\begin{cases} q_{ij}^{(k)} = (x_i^{(k)} - l_j^{(k)})^2 \left(\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x^{(k)}) \right)^- + k_{ij}^{(k)} \right) \\ p_{ij}^{(k)} = (u_i^{(k)} - x_j^{(k)})^2 \left(\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x^{(k)}) \right)^+ + k_{ij}^{(k)} \right) \\ r_i^{(k)} = f_i(x^{(k)}) - \sum_{j=1}^n \left(\frac{p_{ij}^{(k)}}{u_j^{(k)} - x_j^{(k)}} + \frac{q_{ij}^{(k)}}{x_j^{(k)} - l_j^{(k)}} \right) \\ \alpha_j^{(k)} = \max \{ x_j^{\min}, 0.9l_j^{(k)} + 0.1x_j^{(k)} \} \\ \beta_j^{(k)} = \min \{ x_j^{\max}, 0.9u_j^{(k)} + 0.1x_j^{(k)} \} \\ \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x^{(k)}) \right)^+ = \max \{ 0, \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x^{(k)}) \} \\ \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x^{(k)}) \right)^- = \max \{ 0, -\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x^{(k)}) \} \end{cases} \quad (20)$$

而式(20)中的 $l_j^{(k)}$ 和 $u_j^{(k)}$, 更新准则为, $k=1,2$

时:

$$\begin{cases} l_j^{(k)} = x_j^{(k)} - \gamma_j^{(k)} (x_j^{\max} - x_j^{\min}) \\ u_j^{(k)} = x_j^{(k)} + \gamma_j^{(k)} (x_j^{\max} - x_j^{\min}) \end{cases} \quad (21)$$

当 $k \geq 3$ 时:

$$\begin{cases} l_j^{(k)} = x_j^{(k)} - \gamma_j^{(k)} (x_j^{(k-1)} - l_j^{(k-1)}) \\ u_j^{(k)} = x_j^{(k)} + \gamma_j^{(k)} (u_j^{(k-1)} - x_j^{(k-1)}) \end{cases} \quad (22)$$

式中:

$$\gamma_j^{(k)} = \begin{cases} 0.7 (x_j^{(k)} - x_j^{(k-1)})(x_j^{(k-1)} - x_j^{(k-2)}) < 0 \\ 1.2 (x_j^{(k)} - x_j^{(k-1)})(x_j^{(k-1)} - x_j^{(k-2)}) > 0 \\ 1 (x_j^{(k)} - x_j^{(k-1)})(x_j^{(k-1)} - x_j^{(k-2)}) > 0 \end{cases} \quad (23)$$

$$k_{ij}^{(k)} = 10^{-3} \left| \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x^{(k)}) \right| + \frac{10^{-5}}{x_j^{\max} - x_j^{\min}}, \quad (24)$$

$i = 0, 1 \dots m, j = 1 \dots n$

4 优化结果仿真分析与实验测试

4.1 基于 RAMP-MMA 的优化结果

平面 2-PRR 柔顺并联机构的材料为普通钢,弹性模量 $E=210 \text{ GPa}$,泊松比 $\mu=0.3$,密度 $\rho=0.0079 \text{ g/mm}^3$ 。

依据平面 2-PRR 柔顺并联机构工况条件,见图 3,基于 Matlab 的语言程序,对式(16)的平面二自由度柔顺并联机构 RAMP 优化模型进行程序编写,运用移动渐进线算法进行优化求解^[11-13],经过 66 步优化迭代求得优化后的平面二自由度柔顺并联机构最佳构型,见图 4。目标函数关于设计变量在迭代过程

中的收敛情况见图 5,从图 5 中可以看到,柔度值在前 10 步下降得很快,第 11 步后的柔度值开始趋于稳定收敛。

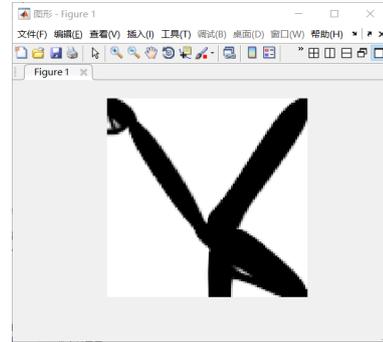


图 4 2-PRR 柔顺并联机构优化结果
Fig.4 Optimization result of 2-PRR compliant parallel mechanism

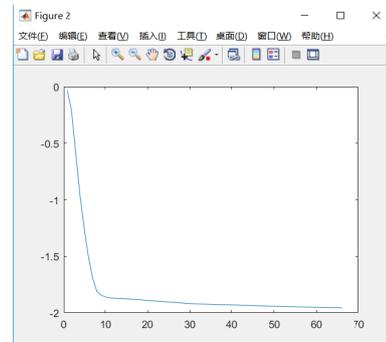


图 5 优化迭代曲线
Fig.5 Optimized iteration curve

4.2 基于 SolidWorks 的优化模型提取

依据平面 2-PRR 柔顺并联机构的优化结果,运用 SolidWorks 做边界光滑处理,获取清晰边界的平面 2-PRR 柔顺并联机构 CAD 模型,基于 HyperMesh 进行有限元前处理,见图 6。

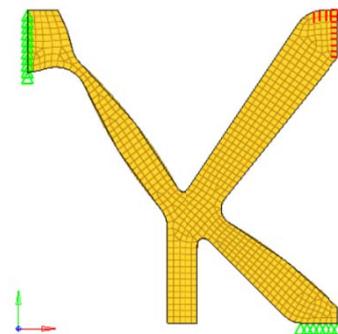


图 6 2-PRR 柔顺并联机构优化 CAD 模型
Fig.6 Optimized CAD model of 2-PRR compliant parallel mechanism

5.3 优化结果的仿真分析

对于平面 2-PRR 柔顺并联机构最佳构型,运用 OptiStruct 并在同等工况条件下进行静力学分析,得

到构型整体应力分布情况，见图 7。图 7 中，平面 2-PRR 柔顺并联机构的最大应力集中于约束支链和运动支链联接处，应力最大为 62.68 MPa，小于材料屈服强度，符合材料设计要求。

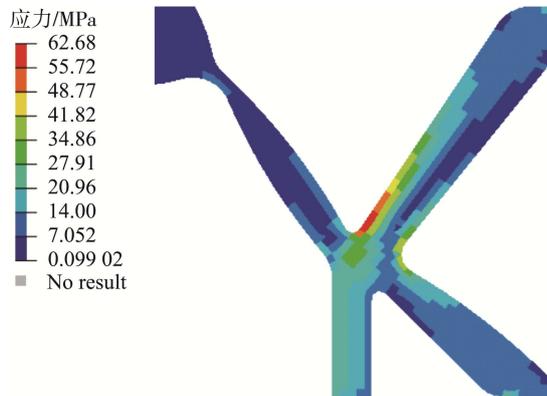
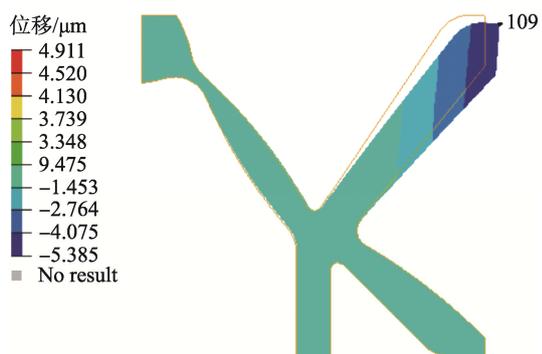


图 7 2-PRR 柔顺并联机构应力分布
Fig.7 Stress distribution of 2-PRR compliant parallel mechanism

得到沿着 x 和 y 方向的位移分布情况，见图 8。



a 沿 x 方向运动特性



b 沿 y 方向运动特性

图 8 2-PRR 柔顺并联机构运动特性
Fig.8 Kinetic performance of 2-PRR compliant parallel mechanism

平面 2-PRR 柔顺并联机构理论解^[14-15]和运用 OptiStruct 的静力学仿真分析结果，见表 1。

根据图 9 中沿着 x 和 y 方向的位移分布云图和表 1 中的理论仿真参数值，优化后的平面 2-PRR 柔顺并联机构构型与理论计算值处于同一数量级，优化后的

表 1 优化后动平台运动特性
Tab.1 Kinetic performance of moving plate after optimization

方向	理论数值/mm	仿真数值/ μm
沿 x 方向位移	-0.0031	-8.926
沿 y 方向位移	0.0067	5.314

平面 2-PRR 柔顺并联机构与平面 2-PRR 并联原型机构具有一致的微分运动同构性。

4.4 实验测试

基于边界光滑处理后的平面 2-PRR 柔顺并联机构，对其 CAD 模型进行加工制造并基于实验室的位移设备进行精密实验测试，见图 9。

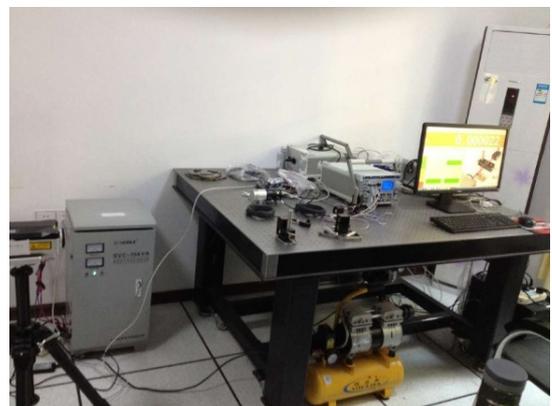


图 9 实验测试
Fig.9 Experimental measurement

通过激光追踪器测到该平面 2-PRR 柔顺并联机构沿 x 和 y 方向的位移分别为 $3.812 \mu\text{m}$ 和 $1.440 \mu\text{m}$ 。通过实验测试可得，该机构具有微运动特性且位移达到微米级别，与定位装置的设计精度要求相比，在合理的误差范围。该测试结果表明拓扑优化技术在平面 2-PRR 柔顺并联机构设计中的可行性，同时，还验证了对于该机构设计过程中的理论解析和仿真验证。

5 结语

以 2-PRR 并联机构为研究对象，运用同构封闭矢量映射原理构建了平面 2-PRR 柔顺并联机构的微分 Jacobian 矩阵。定义柔度为优化问题的目标函数，微分运动 Jacobian 矩阵为运动条件，材料体积为约束条件构建 RAMP 优化模型，并基于 MMA 算法进行求解。所得结论如下。

1) 基于微米级输入量，运用同构的封闭矢量映射原理求出了平面 2-PRR 柔顺并联机构的微分 Jacobian 矩阵，并求沿着 x 和 y 方向的位移位移量。

2) 通过 Matlab 程序实现了多输入-多输出的运动 Jacobian 矩阵关系构建，实现平面 2-PRR 柔顺并

联机构的构型优化设计。

3) 采用 SolidWorks 对优化结果的光滑处理并运用 HyperMesh 进行有限元前处理, 基于 OptiStruct 对其静力学分析。位移云图中得到平面 2-PRR 柔顺并联机构具有沿着 x 和 y 方向的位移量分别为 $-8.926 \mu\text{m}$ 和 $5.314 \mu\text{m}$, 处于微米级, 且和所推的理论值相比处于同一数量级。该方法可为并联机构乃至相关紧密结构件的结构优化设计提供重要的理论依据。

4) 对平面 2-PRR 柔顺并联机构实验测试, 得到沿 x 和 y 方向的位移分别为 $3.812 \mu\text{m}$ 和 $1.440 \mu\text{m}$ 。表明该机构的运动特性达微米级别, 与定位装置的设计精度要求相比, 该微运动特性在合理误差范围, 因此拓扑优化技术在平面 2-PRR 柔顺并联机构中具有可行性。

参考文献:

- [1] 宋马军, 陈健伟, 张荣兴, 等. 基于 SolidWorks & SimMechanics 对 3-UPU 并联机器人运动学仿真及控制[J]. 机床与液压, 2015, 43(21): 13—18.
SONG Ma-jun, CHEN Jian-wei, ZHANG Rong-xing, et al. Research of Kinematics Simulation of 3-UPU Parallel Manipulator and Control System Based on SolidWorks & SimMechanics[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2015, 43(21): 13—18.
- [2] 朱大昌, 宋马军. 平面整体式三自由度全柔顺并联机构拓扑优化构型设计及振动频率分析[J]. 振动与冲击, 2016, 35(3): 27—33.
ZHU Da-chang, SONG Ma-jun. Configuration Design with Topology Optimization and Vibration Frequency Analysis for 3-DOF Planar Integrated Fully Compliant Parallel Mechanism[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(3): 27—33.
- [3] 余跃庆, 徐齐平. 柔顺机构 PR 伪刚体动力学建模与特性分析[J]. 农业机械学报, 2013, 44(3): 225—229.
YU Yue-qing, XU Qi-ping. Dynamic Modeling and Characteristic Analysis of Compliant Mechanisms Based on PR Pseudo-rigid-body Model[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(3): 225—229.
- [4] 李仕华, 句彦儒, 马琦翔, 等. 新型 3-RRRRR 并联微动平台的位置及误差分析[J]. 中国机械工程, 2014, 25(23): 3142—3146.
LI Shi-hua, JU Yan-ru, MA Qi-xiang, et al. Analysis of Position and Error for A Novel 3-RRRRR Parallel Micromanipulator[J]. China Mechanical Engineering, 2014, 25(23): 3142—3146.
- [5] 朱大昌, 宋马军, 李雅琼. 平面两自由度全柔顺微运动并联机构的拓扑优化设计[J]. 机械设计, 2015, 32(10): 15—18.
ZHU Da-chang, SONG Ma-jun, LI Ya-qiong. Topological Optimization Design of Full Compliant Parallel Micro-motion Mechanism under Plane Two Degree-of-freedom[J]. Journal of Machine Design, 2015, 32(10): 15—18.
- [6] 焦洪宇, 周奇才, 李文军, 等. 基于变密度法的周期性拓扑优化[J]. 机械工程学报, 2013, 49(13): 132—138.
JIAO Hong-yu, ZHOU Qi-cai, LI Wen-jun, et al. Periodic Topology Optimization Using Variable Density Method[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(13): 132—138.
- [7] MARTINEZ J M. A Note on the Theoretical Convergence Properties of the SIMP Method[J]. Struct Multi-disc Optim, 2005, 29: 319—323.
- [8] 张晖, 刘书田, 张雄. 考虑自重载荷作用的连续体结构拓扑优化[J]. 力学学报, 2009, 41(1): 98—103.
ZHANG Hui, LIU Shu-tian, ZHANG Xiong. Topology Optimization of Continuum Structures Subjected to Self-weight Loads[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2009, 41(1): 98—103.
- [9] SVANBERG K. The Method of Moving Asymptotes: A New Method for Structural Optimization[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1987, 24(2): 359—373.
- [10] 张云清, 罗震, 陈立平, 等. 基于移动渐近线方法的结构多刚度拓扑优化设计[J]. 航空学报, 2006, 27(6): 1209—1215.
ZHANG Yun-qing, LUO Zhen, CHEN Li-ping, et al. Topological Optimization Design for Multiple Stiffness Structures Using Method of Moving Asymptotes[J]. Acta Aeronautica ET Astronautica Sinica, 2006, 27(6): 1209—1215.
- [11] SIGMUND O. A 99 Line Topology Optimization Code Written in Matlab[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2007, 4573(21): 120—127.
- [12] BENDSOE M P. Optimization of Structural Topology, Shape and Material[M]. Berlin, Heidelberg, New York: Shape & Material, 1995.
- [13] HER I, CHANG J C. A Linear Scheme for the Displacement Analysis of Micropositioning Stages with Flexure Hinges[J]. Transactions of the ASME, Journal of Mechanical Design, 1994, 116(3): 770—776.
- [14] SIGMUND O. Design of Multiphysics Actuators Using Topology Optimization-Part I Two-material Structures[J]. Comput Methods Appl Mech Engrg, 2001, 190: 6577—6664.
- [15] SIGMUND O. Design of Multiphysics Actuators Using Topology Optimization-Part II One-material Structures[J]. Compute Methods Appl Mech Engrg, 2001, 490: 6605—6627.