

瓦楞纸板成型与瓦楞辊齿顶的动态包角方程

陈水胜, 陈梦婷, 魏春梅, 周世棠
(湖北工业大学 机械工程学院, 武汉 430068)

摘要: **目的** 研究瓦楞辊齿顶动态包角变化规律, 优化瓦楞辊的楞型参数。 **方法** 建立瓦楞纸板成型过程中瓦楞辊的齿顶动态包角方程, 选取3组实际楞型参数, 对每一个不同的转动角度所对应的动态包角进行计算, 并用 Matlab 求解, 以确定在一个啮合周期内包角的变化规律及其影响参数。 **结果** 不同楞型参数瓦楞辊在工作时的总包角变化规律不同, 且该变化规律与实测工况一致; 瓦楞辊齿顶动态总包角的突变会导致瓦楞纸成型过程的振动和噪声明显增大, 从而降低成型质量、减短机器寿命。 **结论** 建立的动态总包角方程符合瓦楞纸板的实际成型过程, 为瓦楞辊的优化设计及误差分析奠定了理论基础。

关键词: 瓦楞辊; 齿顶; 楞型; 动态包角; 方程; 求解

中图分类号: TB484 文献标识码: A 文章编号: 1001-3563(2019)05-0209-05

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2019.05.029

Forming Process of Corrugated Board and Equation of Top Arc Dynamic Envelope Angle of Corrugating Roller

CHEN Shui-sheng, CHEN Meng-ting, WEI Chun-mei, ZHOU Shi-tang

(School of Mechanical Engineering, Hubei University of Technology, Wuhan 430068, China)

ABSTRACT: The paper aims to study the variation rule of the top arc dynamic envelope angle of corrugating roller, and optimize parameters of corrugated roller. In this paper, a dynamic enveloping angle equation of corrugating roller in forming of corrugated board was established to calculate the dynamic wrap angle corresponding to each different rotation angle with Matlab, to determine the variation rule of the angle of inclusion in a meshing period and its influence parameters. The enveloping angle of corrugated rolls with different corrugated shape parameters had different changing rules during operation, and the changing rules were consistent with the measured working conditions. The abrupt change of dynamic wrapping angle would cause the vibration and noise of the corrugated paper forming process, increase obviously, reduce the forming quality and shorten the machine life. The dynamic total envelope angle equation established in this paper is consistent with the actual forming process of corrugated board, which lays a theoretical foundation for the optimal design and error analysis of corrugated rolls.

KEY WORDS: corrugated roller; top of gear; corrugated type; dynamic envelope angle; equation; solve equations

瓦楞纸作为一种常用的纸质板材, 以其强度高、质量轻、绿色环保、便于加工运输等特性, 已成为全世界应用最广泛的包装材料^[1-3]。瓦楞纸的主要加工方式是将具有一定初始张力的原纸, 经过润湿和预热处理后, 导入上下瓦楞辊啮合区中, 两辊逐渐将原纸

对滚挤压至中心连线处, 形成瓦楞结构。在瓦楞纸的成型过程中, 原纸与瓦楞辊之间的相互作用力以及成型压力都会直接影响纸板的成型质量, 这也成为了业内长期研究的重要问题。

原纸在受压过程中, 内部所产生的最大张力, 不

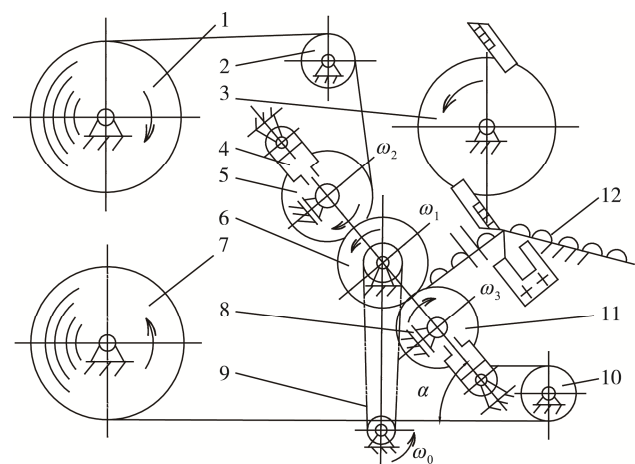
收稿日期: 2018-10-15

作者简介: 陈水胜 (1969—), 男, 硕士, 湖北工业大学副教授, 主要研究方向为机械设计制造及其自动化方向。

能超过原纸所能承受的极限拉力,否则原纸将会被拉断或撕裂。据啮合理论可知^[4],两辊啮合过程中齿顶与齿沟产生滑移,原纸就必然与齿顶产生相对滑移,继而在压力作用下产生滑动摩擦力,导致原纸所受张力变大^[5]。在原纸质量及瓦楞辊楞型尺寸一定的情况下,若初始张力不改变,则原纸与瓦楞辊总包角的大小会直接决定原纸内部最大张力的大小。王振林^[6]对瓦楞成型过程进行了分析,并讨论了总包角的计算方法,其过程虽指出了瓦楞辊齿形的不同会影响总包角的大小,但研究时还是视总包角为固定值进行计算。在瓦楞纸的实际成型过程中,各顶端包角和与原纸接触的顶弧个数会随着上下瓦楞辊的转动而不断变化,且两辊中心距呈加速度变化^[7],其加速度受瓦楞辊的楞型参数、齿数的影响,所以总包角的值是实时变化的^[8—10]。这种变化不仅会影响瓦楞纸板的成型质量,同时还会激起振动和噪声^[11]。

1 单面瓦楞机结构及啮合过程

单面瓦楞机系统^[12]见图1,瓦楞原纸经导向板A被传送至上瓦楞辊与下瓦楞辊啮合处,经上下瓦楞辊的成型啮合运动,形成瓦楞;光纸原纸在导向辊B的作用下被传送至下瓦楞辊与光纸辊啮合处,与下瓦楞辊上已成型的瓦楞结构粘合成瓦楞纸板^[13];最后根据需要,经断纸辊切割成不同尺寸瓦楞纸板。成型过程中,下瓦楞辊由电机通过传动链驱动,在机架上做固定轴转动;另外两辊保持接触需要恒定压力来决定纸板张力,故设有恒压装置4,即外力约束^[14]。



1.瓦楞原纸 2.导向辊 A 3.断纸辊 4.恒压装置 5.上瓦楞辊 6.下瓦楞辊 7.光纸原纸 8.机架 9.传动链 10.导向辊 B 11.光纸辊 12.瓦楞纸板

图1 单面瓦楞机系统

Fig.1 Single-sided corrugating machine system

瓦楞辊的齿型决定了纸板的楞型。文中所阐述的瓦楞纸板成型过程,由于两辊的齿型是非共轲齿廓,在啮合过程中每次只有1个齿啮合^[15],其中心距是变

速、周期性移动的^[16],因此为了满足楞型需要,文中首次提出动态总包角方程,并对纸板成型过程的动态总包角进行求解,从而优化瓦楞辊的齿型。

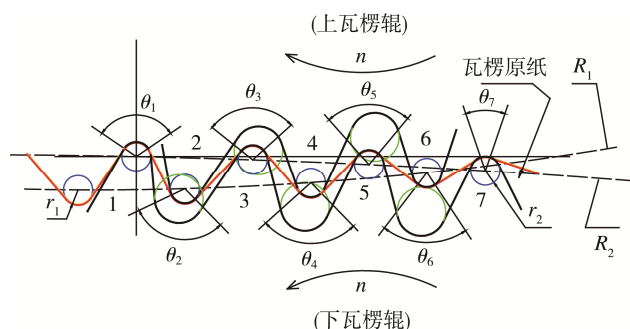


图2 瓦楞原纸成型过程及其包角的变化

Fig.2 Forming process of corrugated board and change of wrapping angle

放大上下瓦楞辊在某一瞬时啮合情况见图2,其中清楚地显示在瓦楞纸成型时,瓦楞原纸由啮入到啮出过程的包角变化规律,图2中 θ_n ($n=1,2,3,\dots$),即为原纸与不同楞齿接触时不同顶弧上的包角。由图2可知,上瓦楞辊做顺时针旋转运动,下瓦楞辊逆时针旋转,当原纸处于图2中位置7时,平直的瓦楞原纸由右端进入啮合区,此时具有相对于齿顶的最大线速度,此时原纸包角 θ_7 有最小值,产生的原纸内张力也最小。原纸处于位置2时,原纸与齿顶间的摩擦力很大,使得原纸相对于齿顶的滑动速度减小,此时瓦楞基本成型,瓦楞开始离开啮合区,原纸包角 θ_2 很大,产生的原纸内部拉力也很大。最后当原纸到达位置1时,下瓦楞辊的顶弧中心 O_1 正好转至上、下瓦楞辊的中心连线处,此时原纸与齿顶产生的相对滑移速度几乎为0,瓦楞纸啮出,原纸包角 θ_1 最大,产生的原纸内部张力也最大。

2 原纸对辊齿顶端总包角方程

结合瓦楞纸板成型过程与瓦楞辊齿顶的动态包角的关系,建立如图3所示的瓦楞辊顶弧圆心局部直角坐标图,原点 O 为下瓦楞辊中心点, y 轴是上下瓦楞辊中心连线,再以垂直于此中心连线且垂直于滚轴轴线的直线作为 x 轴,其正方向为辊齿啮入方位。考虑到瓦楞辊的实际尺寸大小与图幅显示比例的关系,对图3中 y 轴作折叠处理。当下瓦楞辊其中一个齿顶圆弧的圆心在 y 轴上时, $O_{i-1}, O_i, O_{i+1}, O_{i+2}$ 分别是在该时刻选取的4个首尾相连的齿顶圆弧的中心点,上瓦楞辊的齿顶圆弧中心为 O_{i-1}, O_{i+1} ,下瓦楞辊的齿顶圆弧中心为 O_i, O_{i+2} 。在该视图中,瓦楞辊的辊齿齿顶是圆弧形的,因此可将图2中原纸视为这4个齿顶圆弧公切线的连线,其切线与各圆的切点见图3。图3中显示仅为啮入部分坐标关系,啮出部分的瓦楞

辊顶弧圆心位置与图中啮入部沿 y 轴对称, 此处不进行赘述。

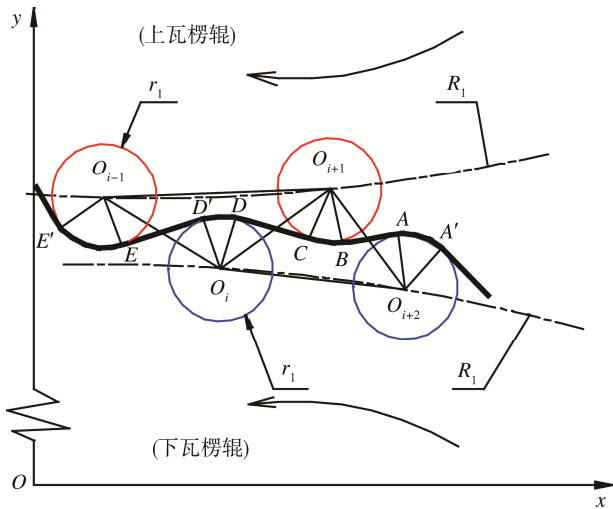


图 3 瓦楞辊顶弧圆心的局部坐标

Fig.3 Local coordinate for the top arc center of corrugating roller

图 3 中 R_1, R_2 分别为上、下顶弧圆心所在圆的半径; r_1 为齿顶圆弧半径; r_2 为齿根圆弧半径; h 为瓦楞辊分度圆心角, $h=2\pi/Z$ (Z 为齿数); $\overline{O_1O_2}$ 为两瓦楞辊中心距大小。则瓦楞辊顶弧中心坐标可表示为:

$$O_n = \begin{cases} x = R_1 \sin \frac{(2n-1)\varphi}{2} \\ y = R_1 \cos \frac{(2n-1)\varphi}{2} \end{cases} \quad (1)$$

其中, $n=1,2,3\dots Z$ 。那么图 3 中各齿顶圆弧的圆心坐标可表示为:

$$O_{i-1} : \begin{cases} x_{i-1} = R_1 \sin((i-2)h/2) \\ y_{i-1} = \overline{O_1O_2} - R_1 \cos((i-2)h/2) \end{cases} \quad (2)$$

$$O_i : \begin{cases} x_i = R_1 \sin((i-1)h/2) \\ y_i = R_1 \cos((i-1)h/2) \end{cases} \quad (3)$$

$$O_{i+1} : \begin{cases} x_{i+1} = R_1 \sin(ih/2) \\ y_{i+1} = \overline{O_1O_2} - R_1 \cos(ih/2) \end{cases} \quad (4)$$

$$O_{i+2} : \begin{cases} x_{i+2} = R_1 \sin((i+1)h/2) \\ y_{i+2} = R_1 \cos((i+1)h/2) \end{cases} \quad (5)$$

对图 2 所示瞬时位置进行分析计算。

1) 对下瓦楞辊有:

$$\text{设} \begin{cases} a = \overline{O_{i-1}O_i} = \sqrt{(x_{i-1} - x_i)^2 - (y_{i-1} + y_i)^2} \\ b = \overline{O_iO_{i+1}} = \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2} \\ c = \overline{O_{i-1}O_{i+1}} = \sqrt{(x_{i-1} - x_{i+1})^2 + (y_{i-1} - y_{i+1})^2} \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{则} \begin{cases} \angle O_{i-1}O_iO_{i+1} = \arccos \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2ab} \\ \angle O_{i-1}O_iD' = \arccos(2r_1/a) \\ \angle DO_iO_{i+1} = \arccos(2r_1/b) \end{cases} \quad (7)$$

故求得下瓦楞辊的各项顶弧包角:

$$\theta_i = \angle O_{i-1}O_iO_{i+1} - \angle O_{i-1}O_iD' - \angle DO_iO_{i+1} \quad (8)$$

式中: $i=1,3,5\dots$ 且 $\theta_i \in (0, \pi - \bar{\theta}_i)$, $\bar{\theta}_i$ 表示齿顶圆弧齿形角。

2) 对上瓦楞辊有:

$$\text{设} \begin{cases} a = \overline{O_{i+1}O_{i+2}} = \sqrt{(x_{i+1} - x_{i+2})^2 + (y_{i+1} - y_{i+2})^2} \\ b = \overline{O_iO_{i+1}} = \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2} \\ c = \overline{O_iO_{i+2}} = \sqrt{(x_i - x_{i+2})^2 + (y_i - y_{i+2})^2} \end{cases} \quad (9)$$

$$\text{则} \begin{cases} \angle O_iO_{i+1}O_{i+2} = \arccos \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \\ \angle O_iO_{i+1}C = \arccos(2r_1/b) \\ \angle BO_{i+1}O_{i+2} = \arccos(2r_1/a) \end{cases} \quad (10)$$

上瓦楞辊的顶弧包角

$$\theta_{i+1} = \angle O_iO_{i+1}O_{i+2} - \angle O_iO_{i+1}C - \angle BO_{i+1}O_{i+2} \quad (11)$$

式中: $i+1=2,4,6\dots$ 且 $\theta_{i+1} \in (0, \pi - \bar{\theta}_i)$, $\bar{\theta}_i$ 表示齿顶圆弧齿形角。

成型区内, 原纸进入啮合区的相对位置不同, 会影响最先接触的顶弧包角大小。将成型区内原纸绕过 N 个齿顶圆弧的包角相加, 即可得出瓦楞原纸对瓦楞辊顶端总包角的大小:

$$\Delta\theta = \sum_{n=1}^N \theta_n \quad (12)$$

各顶弧包角的大小跟随上、下瓦楞辊的转动而改变, 则总包角的大小也随之改变, 其计算方法需在固定状态时总包角计算方法的基础上, 将齿顶圆弧圆心的坐标设为与转动角度 k_{1t}, k_{2t} 相关的变量。各齿顶圆弧的圆心坐标变为:

$$O_{i-1} : \begin{cases} x_{i-1} = R_1 \sin((i-2)h/2 - k_{2t}) \\ y_{i-1} = \overline{O_1O_2} - R_1 \cos((i-2)h/2 - k_{2t}) \end{cases} \quad (13)$$

$$O_i : \begin{cases} x_i = R_1 \sin(((i-1) - k_{1t})h/2) \\ y_i = R_1 \cos(((i-1) - k_{1t})h/2) \end{cases} \quad (14)$$

$$O_{i+1} : \begin{cases} x_{i+1} = R_1 \sin((i - k_{2t})h/2) \\ y_{i+1} = \overline{O_1O_2} - R_1 \cos((i - k_{2t})h/2) \end{cases} \quad (15)$$

$$O_{i+2} : \begin{cases} x_{i+2} = R_1 \sin(((i+1) - k_{2t})h/2) \\ y_{i+2} = R_1 \cos(((i+1) - k_{2t})h/2) \end{cases} \quad (16)$$

在啮合区内, 每转过一个分度角 h , 运动规律就重复一次, 即为 1 个运动周期。计算动态总包角时,

只研究 1 个分度角内的啮合包角变化情况。

3 实例计算

表 1 所示 3 组原始数据,分别为日本某公司、国

内 2 家公司所生产的瓦楞辊 A 型辊具体参数^[17—18],表 1 中 3 种楞型参数的瓦楞辊在工作时的实测工况参数见表 2。

将上述数据导入 Matlab 软件,编写程序 0-1.m 对动态总包角进行求解,编程思路为:利用迭代法将

表 1 瓦楞辊楞型参数
Tab.1 Parameters of corrugating roller

型号	R_1/mm	R_2/mm	r_1/mm	r_2/mm	Z	$h/(\circ)$
日本某公司	138.76	137.76	1.51	1.79	103	3.5
国内A公司	139.96	136.48	1.2	1.43	80	4.5
国内B公司	124.22	122.7	1.48	1.7	120	3

表 2 不同型号瓦楞辊工况
Tab.2 Working conditions for different types of corrugating rollers

型号	中心距变加速度/($\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$)	瓦楞辊质量/kg	上下瓦楞辊惯性力/N	工作噪音/db	成品率/%
日本某公司	71.59	353.7	28 897	71	97.22
国内A公司	77.42	467.56	36 197	77	94.73
国内B公司	69.13	311.61	21 543	65	98.56

下瓦楞辊的转动角度从 0 开始以 Δk_{1r} 为微小增量逐次递增至 h , 计算每个转动角度所对应的动态包角,并确定总包角在每个啮合周期 $[0, h]$ 内的变化规律。所得总包角的变化曲线见图 4。

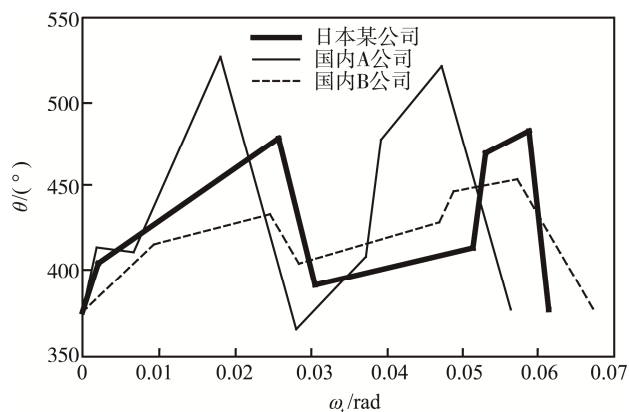


图 4 总包角的变化曲线
Fig.3 Variation diagram of total envelope angle

从图 4 可明显看出,国内 B 公司瓦楞辊各顶弧总包角的变化规律最平缓,A 公司瓦楞辊各顶弧总包角的变化规律突变最剧烈,日本公司瓦楞辊各顶弧总包角的突变情况其次。

将图 4 变化规律与表 2 对比,结果显示:总包角突变最剧烈的曲线,所对应的上下瓦楞辊中心距变加速度最快、上下瓦楞辊惯性力最大、工作噪音最大且成品率最低;总包角变化最平缓的曲线,对应的工况则与之相反。

由于影响瓦楞辊齿顶动态包角突变的因素较多,如瓦楞辊的结构参数会影响到包角的变化,可从其运

动力学和动力学相关参数进行优化设计。在运动学方面,如中心距变动速度、变动加速度等,与参数 r_1 , r_2 , R_1 , R_2 有关;在动力学方面,如壁厚或中凸度等,与参数 R_1 , R_2 , L , L_0 , R_0 有关^[18]。另外,瓦楞机工作时的车速、辊齿的制造工艺原理、纸板楞型所需的抗震抗压抗冲击强度、纸箱行业标准等,都对包角的突变影响较大。将这些影响因素作为数学模型优化的约束条件,以及如何选择不同参数以避免或减少瓦楞辊齿顶动态包角突变,都需通过非线性的超越函数进行几何规划求解,这些问题的研究成果将另外发表,故文中仅对瓦楞辊在工作时的总包角变化规律进行分析和论述。

4 结语

瓦楞机在工作过程中由于上、下瓦楞辊的转动,上、下瓦楞辊的中心距呈加速变化,与原纸相接触的顶弧个数也在改变,因此总包角的大小也呈周期性的变化。总包角的变化会引起原纸内部张力的变化,这种张力变化又反过来作用于瓦楞辊,使得各辊的受载不断改变,从而引起瓦楞机系统的动力激振。

通过文中建立的动态包角方程可知,上、下顶弧圆心所在圆的半径和齿顶、齿根圆弧半径等瓦楞辊齿形参数,会直接影响瓦楞辊各顶弧总包角的变化情况。动态包角方程所求得总包角变化规律,与所对应齿形参数的瓦楞辊实际工作情况一致。动态包角的突变越剧烈,瓦楞纸板成型过程中的振动和噪声越明显,成型质量越低,机器寿命越短,对纸板的成型质量以及工作环境引发噪声带来不利影响越大。该动态

包角方程为瓦楞辊的优化设计及误差分析奠定了理论基础。

参考文献:

- [1] KORAN Z, KAMDEM D P. The Bending Stiffness of Paperboard Corrugated[J]. TAPPI Journal, 1989(72): 175—179.
- [2] HAHN E K, CARTSSON L A, WE R B S. Edge-compression Fixture for Bucking Studies of Corrugated Board Panels[J]. Experimental Mechanics, 1992, 3(32): 252—258.
- [3] HAHN E K, RUDO A D, WESTERLIND B S. Compressive Strength of Edge-oated Corrugated Board Panels[J]. Experimental Mechanics, 1992, 3(32): 259—265.
- [4] 周世棠, 张旗, 魏兵, 等. 瓦楞辊啮合机理及啮合方程的建立[J]. 包装工程, 1992, 13(3): 133—138.
ZHOU Shi-tang, ZHANG Qi, WEI Bing, et al. Meshing Mechanism of Corrugating Roll and Its Meshing Equation[J]. Packaging Engineering, 1992, 13(3): 133—138.
- [5] 程锡璠. 瓦楞成型及有关瓦楞辊的设计问题[J]. 包装与食品机械, 1985(4): 11—19.
CHENG Xi-fan. Corrugating and Design of Corrugating Roll[J]. Packaging and Food Machinery, 1985(4): 11—19.
- [6] 王振林. 瓦楞原纸缠绕瓦楞辊顶端包角的计算[J]. 包装工程, 1993, 14(2): 69—72.
WANG Zhen-lin. Calculation of the Wrap Angle of the Corrugated Paper around The Corrugating Roller[J]. Packaging Engineering, 1993, 14(2): 69—72.
- [7] 黄孝成, 廖道训, 周世棠. 瓦楞纸板成型机理的研究[J]. 华中理工大学学报, 1997(11): 25—27.
HUANG Xiao-cheng, LIAO Dao-xun, ZHOU Shi-tang. The Study of Forming Mechanism of Corrugated Cardboard[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 1997(11): 25—27.
- [8] 刘丕群, 杜群贵, 关文锦. 瓦楞机动辊振动特性的研究[J]. 机械设计与制造, 2013(2): 137—139.
LIU Pi-qun, DU Qun-gui, GUAN Wen-jin. Research on Vibration Characteristics of the Corrugated Motor Roller[J]. Machinery Design & Manufacture, 2013(2): 137—139.
- [9] 李波. 瓦楞辊啮合特性分析及优化方法的研究[D]. 邯郸: 河北工程大学, 2014.
LI Bo. The Corrugated Roller Meshing Characteristics Analysis and Research on Optimization Method[D]. Handan: Hebei University of Engineering, 2014.
- [10] 魏春梅, 魏兵, 周世棠. 高速单面瓦楞机系统的研究综述[J]. 包装工程, 2007, 28(5): 175—176.
WEI Chun-mei, WEI Bing, ZHOU Shi-tang. Overview on High Speed Single Sided Corrugating Machines[J]. Packaging Engineering, 2007, 28(5): 175—176.
- [11] CARL R, MARSCHKE P W. Single Facer with Resilient Small Diameter Corrugating Roll: US, 2001/0014644A1[P]. 2001.
- [12] ZHOU Shi-tang. Primary Vibration Analysis of Single-Sided Corrugating Machine System[C]// Proceedings of International Conference on Mechanical Transmissions and Mechanisms (MTM'97), Tianjin: 262—265.
- [13] 任双文. 自动瓦楞机粘结与调试[J]. 印刷技术, 1996(8): 43—44.
REN Shuang-wen. Adhesion and Debugging of Automatic Corrugating Machine[J]. Printing Technology, 1996(8): 43—44.
- [14] 黄孝成. 高速瓦楞纸板成型机的运动学与动力学研究[D]. 武汉: 华中理工大学, 1998.
HUANG Xiao-cheng. Kinematics and Dynamics of High Speed Corrugated Board Forming Machine[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 1998.
- [15] 尚雯, 杜群贵. 单面瓦楞机光辊机构动力学分析[J]. 振动与冲击, 2017, 36(2): 77—82.
SHANG Wen, DU Qun-gui. Dynamic Analysis on the Pressure Roller Mechanism of the Single-sided Corrugating Machine[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(2): 77—82.
- [16] 熊桂超, 杜群贵. 单面瓦楞机的瓦楞辊机构中心距变动方程[J]. 科学技术与工程, 2011, 11(22): 5290—5294.
XIONG Gui-chao, DU Qun-gui. Center Distance Variation Equation of Corrugating Roll Mechanism of Single Side Corrugating Machine[J]. Science Technology and Engineering, 2011, 11(22): 5290—5294.
- [17] 周世棠, 安红刚, 柯晖, 等. 高速瓦楞辊啮合与纸板成型理论[J]. 机械设计与研究, 2000(1): 49—51.
ZHOU Shi-tang, AN Hong-gang, KE Hui, et al. High Speed Corrugating Roll Engagement and Paperboard Forming Theory[J]. Machine Design & Research, 2000(1): 49—51.
- [18] 柯晖, 周世棠, 魏春梅, 等. 单面瓦楞机高速瓦楞辊齿形参数的优化设计[J]. 包装工程, 2000, 21(2): 30—33.
KE Hui, ZHOU Shi-tang, WEI Chun-mei, et al. Parameter Optimization of High Speed Corrugating Roller for Single Side Corrugating Machine[J]. Packaging Engineering, 2000, 21(2): 30—33.