

2-SPR/RUPR 并联机构的逆运动学与可达工作空间分析

马世豪, 李瑞琴, 宁峰平, 杨路, 周杰

(中北大学 机械工程学院, 太原 030051)

摘要: **目的** 提出一种 2-SPR/RUPR 并联机构, 用于在任意曲面上的雕刻与喷绘。**方法** 基于螺旋理论建立 2-SPR/RUPR 并联机构的螺旋矩阵, 使用修正的 G-K 公式计算出机构的自由度。采用几何法和 D-H 法求解并联机构的位置逆解。通过三维动态法进行机构工作空间的搜索, 再将数据点导入 Matlab 中进行工作空间的绘制。**结果** 求解得到 2-SPR/RUPR 并联机构的逆解, 且工作空间呈实心蘑菇云状, 给出了在曲面上雕刻和喷绘图案的实例。**结论** 该机构可以应用于曲面雕刻和喷绘, 使得刀具与曲面相垂直进而提升了雕刻与喷绘的效果, 可以实现任意曲面上的雕刻和喷绘。

关键词: 2-SPR/RUPR; 并联机构; 位置逆解; 工作空间; 雕刻与喷绘

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2019)09-0142-06

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2019.09.023

Inverse Kinematics and Reachable Workspace Analysis of 2-SPR/RUPR Parallel Mechanism

MA Shi-hao, LI Rui-qin, NING Feng-ping, YANG Lu, ZHOU Jie

(School of Mechanical Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China)

ABSTRACT: The work aims to propose a 2-SPR/RUPR parallel mechanism for engraving and painting on arbitrary surfaces. The screw matrix of 2-SPR/RUPR parallel mechanism was established based on screw theory. The degree of freedom of the mechanism was calculated by modified G-K formula. The position inverse of the parallel mechanism was solved by geometrical method and D-H method. The 3D dynamic method was used to search the workspace of the mechanism and then the data points were imported into MATLAB for drawing the workspace. The inverse solution of the 2-SPR/RUPR parallel mechanism was obtained, and the working space was a solid mushroom cloud. An example of engraving and inkjet printing pattern on a surface was given. The mechanism can be applied for engraving and painting on curved surface, so that the cutter is perpendicular to the curved surface, thereby improving the effect of engraving and painting, and can realize engraving and painting on any curved surface.

KEY WORDS: 2-SPR/RUPR; parallel mechanism; inverse kinematics; workspace; engraving and inkjet printing

少自由度并联机构具有结构简单、成本低和易于控制等优点^[1]。将少自由度并联机构应用于曲面的雕刻与喷绘可以降低控制难度、提高效率。于靖军等^[2]系统概述了用螺旋理论求并联机构的约束力

与约束力偶, 并表示出机构的运动的方法。FAN 等^[3]对 2T2R, 1T2R 和 2R 并联机构进行了综合。赵永生等^[4]采用 D-H 法分析了 5-UPS-PRPU 并联机构的位置反解。ZHAO 等^[5]对 6UPS/(3PRRR)+S 并联机构

收稿日期: 2018-12-24

基金项目: 山西省重点研发计划 (201803D421027); 山西省重点实验室基金 (XJZZ201702)

作者简介: 马世豪 (1993—), 男, 中北大学硕士生, 主攻并联机构学。

通信作者: 李瑞琴 (1964—), 女, 中北大学教授、博导, 主要研究方向为并联机构学与移动机器人。

以及其平衡性能进行了分析。孟宏伟等^[6]将 3-UPU 并联机构用于六足步行机器人并用几何法进行了运动学分析。

赵建文等^[7]提出了一种三维动态法用于求解 3-RPRP 球面并联机构的工作空间。蒋俊香等^[8]应用 Matlab 求解了 6-PUS-UPS 并联机器人的工作空间。WANG 等^[9-10]提出了一种新型的 3-PUU 并联机构以及对 3-PUU 并联机构进行了优化设计。贺磊盈等^[11]提出了一种可整周回转的 3T1R 混联机构,适用于轻型产品的分拣与包装。梁世杰等^[12]提出了一种 RPR/RRPR 球面并联机构用于在球面上雕刻图案,并进行了工作空间分析。叶勇^[13]对 4SPS+SPR 和 2UPU+SPR 并联机床法向加工任意 3D 自由曲面进行了仿真分析。SCHREIBER 等^[14]对 2(RPR)-2(RPR)R 并联机构进行了运动学分析以及轨迹规划。黄新帅^[15]对 3-RPS 并联机构进行建模,该机构应用于船用螺旋桨加工,并对其进行了控制算法研究。

文中提出一种 3 自由度的 2-SPR/RUPR 并联机构,可以实现在任意曲面上进行图案的雕刻和喷绘。

1 2-SPR/RUPR 并联机构的构型及自由度

2-SPR/RUPR 并联机构是由 1 个静平台、1 个动平台、2 条 SPR 支链(分别称为支链 SPR-I 和支链 SPR-II)和 1 条 RUPR 支链构成的非对称并联机构,见图 1。

在 2-RPS/RUPR 并联机构上建立坐标系,见图 2,动平台 $A_1A_2A_3$ 是正三角形,其外接圆半径为 r ,静平台 $B_1B_2B_3$ 也是正三角形,其外接圆半径为 R 。以静平台几何中心 O 为原点,建立静坐标系 $O-X_0Y_0Z_0$, Z_0 轴垂直于静平台向上, X_0 轴平行于 B_1B_2 , Y_0 轴通过 B_3 点。以动平台几何中心 O_1 为原点,建立动坐标系 $O_1-X_1Y_1Z_1$, Z_1 轴垂直于动平台平面向上, X_1 轴平行于

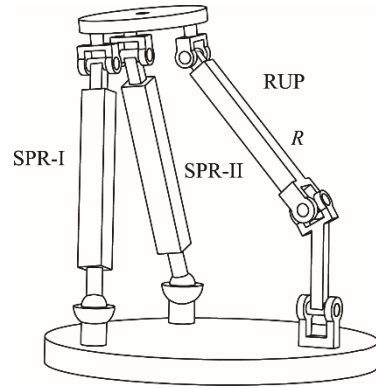


图 1 2-SPR/RUPR 并联机构模型

Fig.1 Model of 2-SPR/RUPR parallel mechanism

A_1A_2 。 Y_1 轴符合右手坐标系规则。

采用螺旋理论分析机构自由度,通过运动副螺旋将运动副表示,所有的运动螺旋构成运动螺旋系,通过螺旋系分析机构的自由度。先取支链 SPR-I 研究,其支链坐标系 $B_1-x_1y_1z_1$,其中 x_1 轴平行于 OB_3 , z_1 轴沿支链向上, y_1 轴符合右手规则,见图 2。其螺旋系为:

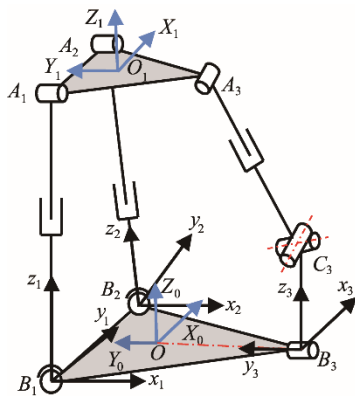
$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{11} &= (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ \mathcal{S}_{12} &= (0, 1, 0; 0, 0, 0) \\ \mathcal{S}_{13} &= (0, 0, 1; 0, 0, 0) \\ \mathcal{S}_{14} &= (0, 0, 0; 0, 0, c_1) \\ \mathcal{S}_{15} &= (1, 0, 0; 0, b_2, 0) \end{aligned} \quad (1)$$

有一个反螺旋为:

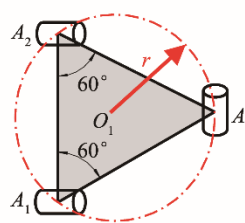
$$\mathcal{S}_1^r = (1, 0, 0; 0, 0, 0) \quad (2)$$

支链 SPR-II 也有一个相应的约束反螺旋。支链 RUPR 坐标系的建立与支链 SPR-I 类似,即:

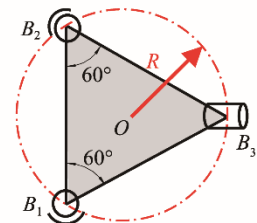
$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{31} &= (0, 1, 0; 0, 0, 0) \\ \mathcal{S}_{32} &= (0, 1, 0; a_1, 0, 0) \\ \mathcal{S}_{33} &= (1, 0, 0; 0, b_2, 0) \\ \mathcal{S}_{34} &= (0, 0, 0; 0, b_3, c_3) \\ \mathcal{S}_{35} &= (1, 0, 0; 0, b_4, c_4) \end{aligned} \quad (3)$$



a 2-SPR/RUPR坐标系



b 转动副在动平台上的布局



c 转动副在静平台上的布局

图 2 2-SPR/RUPR 并联机构构型及其坐标系

Fig.2 Configuration and coordinate system of 2-SPR/RUPR parallel mechanism

其反螺旋为：

$$\mathbf{S}_3^r = (0, 0, 0; 0, 0, 1) \quad (4)$$

综上所述, 2-SPR/RUPR 并联机构的动平台共承受 3 条支链作用的 3 个约束反螺旋, 包括 2 个约束力和 1 个约束力偶, 所以机构的自由度为绕 X_0 轴与 Y_0 轴的转动和沿 Z_0 轴的移动。根据修正的 Kutzbach-Grübler 公式计算机构的自由度 M 为 3, 即:

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i + \nu - \xi = 3 \quad (5)$$

式中: 机构无公共约束, 则机构的阶数 $d=6$; n 为包括机架在内的构件数目; g 为机构中运动副的数目; f_i 为第 i 个运动副的自由度数; 机构中无冗余约束, $\nu=0$; 机构中无局部自由度, $\xi=0$ 。

验证机构自由度为 3 个。在任意空间曲面上进行图案的雕刻和喷绘时, 需要 3 个自由度 (2 个转动, 1 个移动) 使得刀具与曲面相垂直, 进而提升雕刻与喷绘的效果。文中提出的机构在自由度上满足工程需要。

2 2-SPR/RUPR 并联机构的位置分析

2.1 SPR 支链的运动逆解

令 (x, y, z) 表示动平台原点 O_1 在静坐标下的位置矢量, (α, β, γ) 表示动平台绕 X_0, Y_0, Z_0 轴的转动角度。 l_1, l_2 表示 $B_i A_i (i=1, 2)$ 的长度, l_3 表示 $C_3 A_3$ 的长度。通过给定的机构末端位姿参数 $(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$ 来求解机构相应的驱动参数 l_1, l_2, l_3 , 该过程为机构的逆运动学。

在静坐标系 $O-X_0 Y_0 Z_0$ 下, $B_i (i=1, 2, 3)$ 点的坐标分别为 $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}R, \frac{1}{2}R, 0\right), \left(\frac{\sqrt{3}}{2}R, \frac{1}{2}R, 0\right), (0, -R, 0)$ 。在动坐标系 $O_1-X_1 Y_1 Z_1$ 下, $A_i (i=1, 2, 3)$ 点的坐标分别为 $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}r, \frac{1}{2}r, 0\right), \left(\frac{\sqrt{3}}{2}r, \frac{1}{2}r, 0\right), (0, -r, 0)$ 。

根据该机构的几何特点, 建立封闭矢量环方程, 得到等式如下。

$$\mathbf{B}_i \mathbf{A}_i = -\mathbf{OB}_i + \mathbf{OO}_1 + \mathbf{O}_1 \mathbf{A}_i, (i=1, 2) \quad (6)$$

$$|\mathbf{B}_i \mathbf{A}_i| = l_i, (i=1, 2) \quad (7)$$

$$\mathbf{OO}_1 = [x, y, z]^T \quad (8)$$

$\mathbf{O}_1 \mathbf{A}_i$ 和 $\mathbf{OB}_i (i=1, 2)$ 则可以分别表示为:

$$\mathbf{O}_1 \mathbf{A}_1 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}r, \frac{1}{2}r, 0\right)$$

$$\mathbf{O}_1 \mathbf{A}_2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}r, \frac{1}{2}r, 0\right)$$

$$\mathbf{OB}_1 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}R, \frac{1}{2}R, 0\right)$$

$$\mathbf{OB}_2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}R, \frac{1}{2}R, 0\right) \quad (9)$$

根据式 (5), 式 (6) 和式 (8), 可得:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_1 \mathbf{A}_1 &= \left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}(R-r), y - \frac{1}{2}(R-r), z\right)^T \\ \mathbf{B}_2 \mathbf{A}_2 &= \left(x - \frac{\sqrt{3}}{2}(R-r), y - \frac{1}{2}(R-r), z\right)^T \end{aligned} \quad (10)$$

根据式 (9) 可得, 该机构支链 SPR-I 和支链 SPR-II 的位置逆解计算方程组为:

$$\begin{aligned} \left\{x + \frac{\sqrt{3}}{2}(R-r)\right\}^2 + \left\{y - \frac{1}{2}(R-r)\right\}^2 + z^2 &= l_1^2 \\ \left\{x - \frac{\sqrt{3}}{2}(R-r)\right\}^2 + \left\{y - \frac{1}{2}(R-r)\right\}^2 + z^2 &= l_2^2 \end{aligned} \quad (11)$$

2.2 RUPR 支链的运动逆解

用 D-H 方法建立 RUPR 支链的坐标系, 见图 3, 相应的 D-H 参数见表 1。表 1 中, 参数 $l_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5$ 为变量; 参数 R, d, θ_4 为常量, $\theta_4=0$ 。

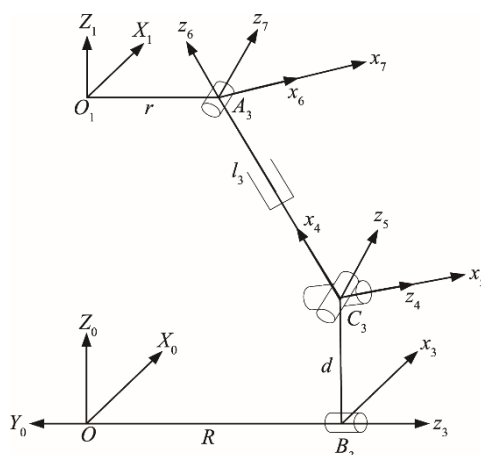


图 3 RUPR 支链坐标系

Fig.3 Coordinate system of the RUPR limb

表 1 2-SPR/RUPR 并联机构的 D-H 参数
Tab.1 D-H parameters of 2-SPR/RUPR parallel mechanism

连杆	变量	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i
1	θ_1	90°	0	R
2	θ_2	60°	0	d
3	θ_3	90°	0	0
4	θ_4	90°	0	l_3
5	θ_5	90°	0	0

动平台 O_1 相对于静平台 O 的变换矩阵 (公式中 c 表示 cos, s 表示 sin) 为:

$$T_{O_1-O}(x, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_5) =$$

$$\begin{bmatrix} c\theta_1 c\theta_2 c\theta_{35} - \frac{1}{2}s\theta_1 s\theta_2 c\theta_{35} - \frac{\sqrt{3}}{2}s\theta_1 s\theta_{35} & -c\theta_1 c\theta_2 s\theta_{35} + \frac{1}{2}s\theta_1 s\theta_2 s\theta_{35} - \frac{\sqrt{3}}{2}s\theta_1 c\theta_{35} & c\theta_1 s\theta_2 + \frac{1}{2}c\theta_2 s\theta_1 & M_1 \\ \frac{\sqrt{3}}{2}s\theta_2 c\theta_{35} - \frac{1}{2}s\theta_{35} & -\frac{1}{2}c\theta_{35} - \frac{\sqrt{3}}{2}s\theta_2 s\theta_{35} & -\frac{\sqrt{3}}{2}c\theta_2 & M_2 \\ s\theta_1 c\theta_2 c\theta_{35} + \frac{1}{2}c\theta_1 s\theta_2 c\theta_{35} + \frac{\sqrt{3}}{2}c\theta_1 s\theta_{35} & -s\theta_1 c\theta_2 s\theta_{35} - \frac{1}{2}c\theta_1 s\theta_2 s\theta_{35} + \frac{\sqrt{3}}{2}c\theta_1 c\theta_{35} & s\theta_1 s\theta_2 - \frac{c\theta_1 c\theta_2}{2} & M_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{式中: } M_1 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta_1 \cos \theta_3 - \frac{\sin \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3}{2} + \cos \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 \right) x - \frac{\sqrt{3}}{2} d_1 \sin \theta_1; M_2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta_2 \sin \theta_3 + \frac{1}{2} \cos \theta_3 \right) x - R - \frac{1}{2} d_1; M_3 = \left(\sin \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 + \frac{\cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta_1 \cos \theta_3 \right) x + \frac{\sqrt{3}}{2} d \cos \theta_1; \theta_{35} = \theta_3 + \theta_5。$$

通过 Z-Y-X 欧拉角 (α, β, γ) 表示动平台的姿态, 则:

$$T_{O_1-O}(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma) = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma & \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma & x \\ \sin \alpha \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma & \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma - \cos \alpha \sin \gamma & y \\ -\sin \beta & \cos \beta \sin \gamma & \cos \beta \cos \gamma & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

式中: 变量 $(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$ 为动平台的位姿参数。

通过比较 2 种转换矩阵式, 可以得到:

$$\theta_1 = \arcsin \sqrt{\frac{2 \cos^2 \beta \cos^2 \alpha + 1}{3}}$$

$$\theta_2 = \arcsin \frac{2\sqrt{3}}{3} \sqrt{\cos^2 \alpha \sin^2 \gamma - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta \cos^2 \gamma}$$

$$\theta_3 + \theta_5 =$$

$$\arccos \sqrt{\frac{1 + 4c^2 \alpha^2 \beta + 4s^2 \beta - 4(c \alpha s \beta s \gamma - s \alpha c \gamma)^2 - 4c^2 \beta s^2 \gamma}{6s^2 \theta_2}}$$

$$\theta_3 = \arcsin \left(\frac{2y + 2R + d}{l \sqrt{3 \sin^2 \theta_2 + 1}} \right) - C \quad \left(C = \arctan \frac{\sqrt{3}}{3 \sin \theta_2} \right),$$

$$l_3 = \sqrt{\left(x + \frac{\sqrt{3}}{2} d \sin \theta_1 \right)^2 + \left(y + R + \frac{1}{2} d \right)^2 + \left(z - \frac{\sqrt{3}}{2} d \cos \theta_1 \right)^2}$$

至此, 得到了所有支链的反解。

3 2-SPR/RUPR 并联机构的可达工作空间

2-SPR/RUPR 并联机构的结构参数和运动参数为: 静平台外接圆半径 $R=65 \text{ mm}$, 动平台外接圆半径 $r=30 \text{ mm}$, SPR 杆驱动杆杆长 $l_1=l_2=45 \text{ mm}$, RUPR 杆驱动杆杆长 $l_3=55 \text{ mm}$, R 副与 U 副之间的距离 $d=33 \text{ mm}$, U 副与水平面的夹角 $\theta=60^\circ$ 。

通过对机构的 3 个移动副添加驱动马达, 利用三维动态法^[11]进行工作空间包络面的绘制。搜索出的所有位置坐标点导入 Matlab 软件中, 绘制出并联机构的可达工作空间, 见图 4。

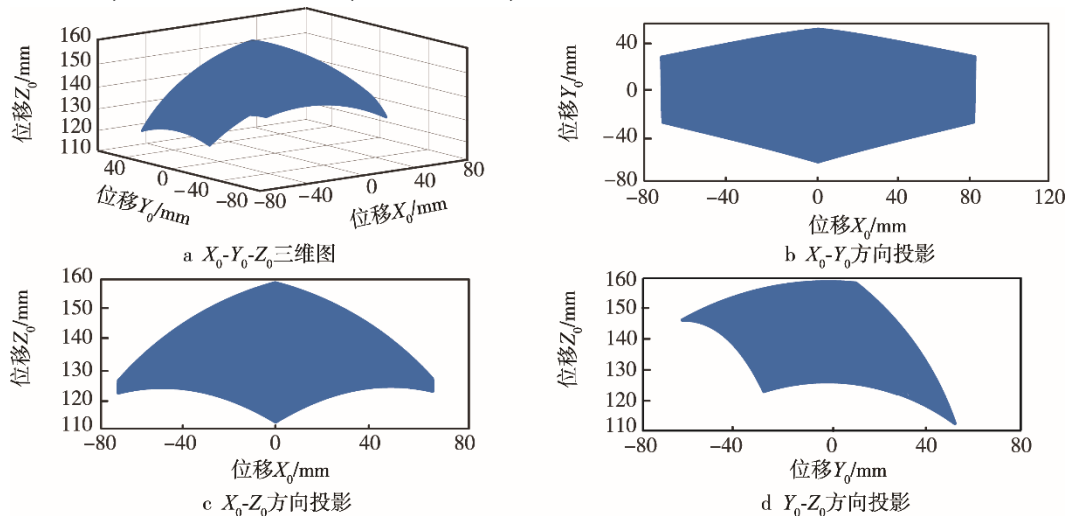


图4 2-SPR/RUPR 并联机构的可达工作空间

Fig.4 Reachable workspace of 2-SPR/RUPR parallel mechanism

从图 4 可以看出,机构的工作空间是关于 Y_0 轴对称。这也与支链 SPR-I 与支链 SPR-II 分布一致,并且机构的工作空间内部连续没有空洞,说明其运动性能良好。

4 雕刻与喷绘实例分析

2-SPR/RUPR 并联机构主要应用于在任意曲面上进行图案的雕刻与喷绘。通过对花瓣形图案的实例仿真,来验证机构在实际曲面加工的可行性。花瓣形图案见图 5。在椭球形表面上的雕刻仿真见图 6。

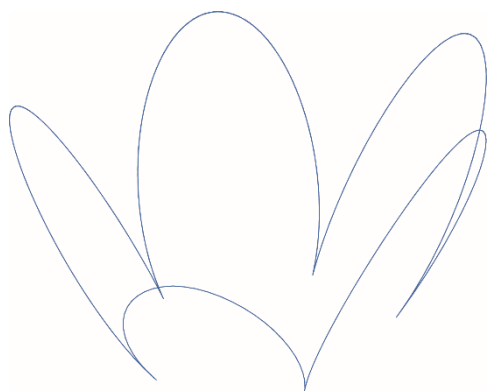


图 5 花瓣形图案
Fig.5 Petal pattern

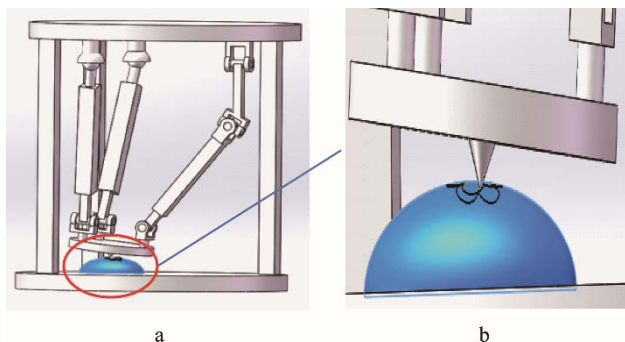


图 6 在椭球形表面雕刻图案
Fig.6 Engraving pattern on an ellipsoid surface

5 结语

利用螺旋理论求得 2-SPR/RUPR 并联机构的自由度,机构为三自由度。使用解析几何和 D-H 方法对机构的位置逆解进行了分析。利用三维动态法进行了机构工作空间的搜索,Matlab 进行工作空间的绘制,所得到的工作空间呈实心蘑菇云状。将三自由度的并联机构应用于曲面雕刻与喷绘,使得刀具与曲面相垂直进而提升雕刻与喷绘的效果,且通过实例分析,验证该机构可以完成任意曲面上的雕刻与喷绘等工作。

参考文献:

[1] 李瑞琴,郭为忠. 现代机构学理论与应用研究进展

[M]. 北京: 高等教育出版社, 2014.

LI Rui-qin, GUO Wei-zhong. Research Process on Theory and Application of Modern Mechanisms[M]. Beijing: Higher Education Press, 2014.

[2] 于靖军, 刘辛军, 丁希仑. 机器人机构学的数学基础(第 2 版)[M]. 北京: 机械工业出版社, 2016.

YU Jing-jun, LIU Xin-jun, DING Xi-lun. Mathematic Foundation of Mechanisms and Robotics[M]. Beijing: China Machine Press, 2016.

[3] FAN Cai-xia, LIU Hong-zhou, ZHANG Yan-bin. Type Synthesis of 2T2R, 1T2R and 2R Parallel Mechanisms[J]. Mechanism and Machine Theory, 2013, 61: 184—190.

[4] 赵永生, 郑魁敬, 李秦川, 等. 5-UPS/PRPU 5 自由度并联机床运动学分析[J]. 机械工程学报, 2004, 40(2): 12—16.

ZHAO Yong-sheng, ZHENG Kui-jing, LI Qin-chuan, et al. Kinematic Analysis of 5-DOF 5-UPS/PRPU Parallel Machine Tool[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(2): 12—16.

[5] ZHAO Yan-zhi, LIANG Bo-wen. The Constant Balancing 6UPS/(3PRRR)+S Parallel Mechanism and its Balancing Performance Analysis[J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 126: 79—91.

[6] 孟宏伟. 基于非对称 3-UPU 并联机构的六足步行机器人的研究[D]. 太原: 中北大学, 2018.

MENG Hong-wei. Research on Hexapod Walking Robot Based on Asymmetric 3-UPU Parallel Mechanism[D]. Taiyuan: North University of China, 2018.

[7] 赵建文. 可重构球面并联机构的构型设计与工作空间求解方法[D]. 太原: 中北大学, 2017.

ZHAO Jian-wen. Configuration Design and Workspace Solving Method of Reconfigurable Spherical Parallel Mechanism[D]. Taiyuan: North University of China, 2017.

[8] 蒋俊香. 6-PUS/UPS 并联机器人结构设计及理论分析[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2010.

JIANG Jun-xiang. Structural Design and Theoretical Analysis of a 6-PUS/UPS Parallel Manipulator[D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2010.

[9] WANG Li-ping, XU Hua-yang. A Novel 3-PUU Parallel Mechanism and its Kinematic Issues[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2016, 42: 86—102.

[10] WANG Li-ping, XU Hua-yang. Optimal Design of a 3-PUU Parallel Mechanism with 2R1T DOFs[J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 114: 190—203.

[11] 贺磊盈, 涂叶凯, 叶伟, 等. 一种可整周回转的新型 3T1R 并联机构运动学分析[J]. 机械工程学报, 2018, 54(11): 151—160.

- HE Lei-ying, TU Ye-kai, YE Wei, et al. Kinematics Analysis of a Novel 3T1R Parallel Manipulator with Full Rotational Capability[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 54(11): 151—160.
- [12] 梁世杰, 李瑞琴, 孟宏伟, 等. RPR/RRPR 球面并联机构的建模与工作空间分析[J]. *包装工程*, 2017, 38(23): 128—132.
- LIANG Shi-jie, LI Rui-qin, MENG Hong-wei, et al. Modeling and Workspace Analysis of RPR/RRPR Spherical Parallel Mechanism[J]. *Packaging Engineering*, 2017, 38(23): 128—132.
- [13] 叶勇. 4SPS+SPR 和 2UPU+SPR 并联机床法向加工 3D 自由曲面仿真[J]. *机械设计与研究*, 2015, 31(2): 16—19.
- YE Yong. Simulation of Three-dimensional Free-form Surface for Normal Machining by 4SPS+SPR and 2UPU+SPR Parallel Machine Tools[J]. *Machine Design and Research*, 2015, 31(2): 16—19.
- [14] SCHREIBER L T, GOSSELIN C. Kinematically Redundant Planar Parallel Mechanisms: Kinematics, Workspace and Trajectory Planning[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2018, 119: 91—105.
- [15] 黄新帅. 基于混联机构的船用螺旋桨加工装置及其控制算法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2014.
- HUANG Xin-shuai. Research of Hybrid Mechanism Machine and Control Algorithm for Marine Propeller Processing[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2014.