

基于自相似性与稀疏表示的超分辨率算法

李治贤, 谌贵辉, 李忠兵
(西南石油大学, 成都 610500)

摘要: **目的** 为了解决当前稀疏表示的超分辨率算法效果依赖参与训练的数据的问题, 结合图像的自相似性, 提出一种基于自相似性与稀疏表示相结合的超分辨率算法。 **方法** 算法利用图像的多维自相似性, 构建多维图像金字塔, 采用改进的相似块搜索策略, 得到对应的高低分辨率图像块作为训练样本, 然后对样本进行字典训练, 最后根据稀疏表示得到超分辨率图像。 **结果** 实验结果显示, 文中算法在峰值信噪比 (PSNR) 和结构相似度 (SSIM) 上优于其他算法, 对于实验图像而言, PSNR 平均提升了 0.5 dB。 **结论** 提出的超分辨率算法未引入外部数据库, 具有较好的效果, 能够用于超分辨率重建。

关键词: 自相似性; 图像金字塔; 字典训练; 稀疏表示

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2019)09-0231-07

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2019.09.036

Super-Resolution Algorithm Based on Self-similarity and Sparse Representation

LI Zhi-xian, CHEN Gui-hui, LI Zhong-bing

(Southwest Petroleum University, Chengdu 610500, China)

ABSTRACT: The paper aims to propose a super-resolution algorithm based on the self-similarity and sparse representation in combination with the self-similarity of images to solve the problem that the effect of the current sparse representation super-resolution algorithm depends on the training data. In the algorithm, the multi-dimensional self-similarity of images was used to construct a multi-dimensional image pyramid, and the improved similarity block search strategy was used to obtain the high and low resolution image blocks as training samples. The dictionary training was carried out to the samples. Finally, the super-resolution image was obtained according to sparse representation. The experimental results showed that the proposed algorithm was superior to other algorithms in peak signal to noise ratio (PSNR) and structural similarity (SSIM). For the experimental images, the average PSNR was increased by 0.5 dB. The proposed super-resolution algorithm does not need external database and has a good effect. It can be used for super-resolution reconstruction.

KEY WORDS: self-similarity; image pyramid; dictionary training; sparse representation

工业生产和科学研究对图像分辨率的要求越来越高。图像的分辨率可从硬件和软件两方面提升, 从硬件的角度来讲, 主要是减少像素传感器的面积和增加像素传感器的规模。由于受到工艺和成本等问题的限制, 像素传感器等硬件设备的提升存在极限, 所以

基于软件的超分辨率重建技术近年来成为了图像处理领域的热门话题之一^[1]。

图像超分辨率的概念由 Harris^[2]和 Goodman^[3]提出, 经过长时间的发展, 算法大致分为 3 类: 基于插值的超分辨率方法, 如双线性插值和双三次插值等;

收稿日期: 2019-01-16

基金项目: 南充市科技战略合作项目 (18SXHZ0041); 南充市科技战略合作项目 (NC17SY4001); 西南石油大学科研“启航计划” (2015QHZ027)

作者简介: 李治贤 (1994—), 男, 西南石油大学硕士生, 主攻图像处理与模式识别。

通信作者: 谌贵辉 (1971—), 男, 西南石油大学教授, 主要研究方向为机器视觉算法及应用。

基于重建的超分辨率方法,如 Irani 和 Peleg 提出的迭代反向投影法 (IBP) 和 Nguyen 提出的正则化法等;基于学习的超分辨率方法,如 Yang 提出的稀疏表示法和 Timofte 提出的邻域回归法等。从输入图像的张数来看,超分辨率算法可以分为多帧图像的超分辨率重建和单帧图像的超分辨率重建,文中所提出的算法属于单帧图像超分辨率重建算法^[4]。

结合图像的多维自相似性和在线字典学习,进一步优化超分辨率算法。与传统的稀疏表示的算法不同,文中算法无需引入外部数据库,而是将输入图像进行相似性统计后,形成高低分辨率图像块样本,使用图像自身的高低分辨率关系进行训练。训练的字典相较于传统算法更适用于输入图像的重建,得到更好的效果。

1 图像超分辨率重建算法

文中超分辨率算法分为训练阶段和重建阶段。训练阶段首先将输入的低分辨率图像多维亚采样,构造超低分辨率图像金字塔,再对输入的低分辨率图像和超低分辨率图像金字塔中的图像分块,得到超低分辨率图像块和低分辨率图像块,然后采用自适应阈值寻找相似块,得到对应的高低分辨率相似块样本,最后将高低分辨率相似块样本联合训练,得到高低分辨率字典。重建阶段根据输入的低分辨率图像和训练得到的低分辨率字典,计算得到稀疏向量,再根据稀疏向量和高分辨率字典得到高分辨率图像块,最后根据图像起始的分块情况,重建得到高分辨率图像。文中算法的整个流程见图 1。

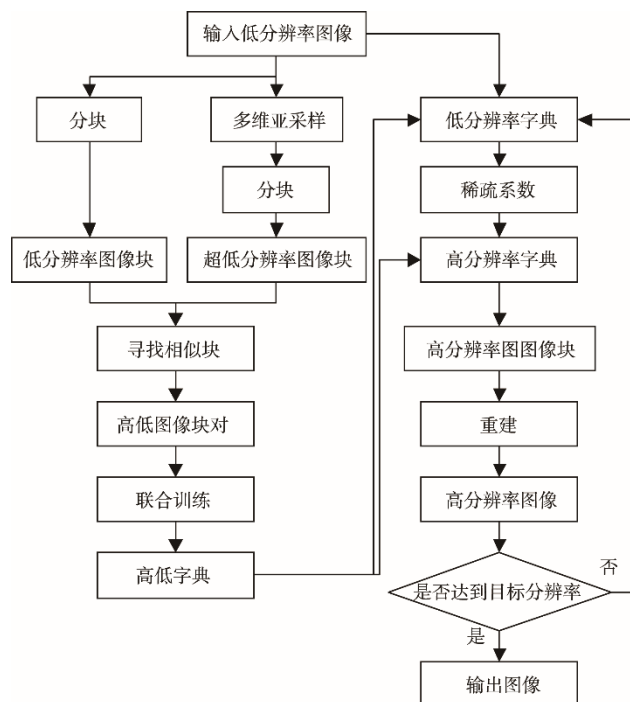


图 1 超分辨率算法流程

Fig.1 Process of super resolution algorithm

1.1 图像多维亚采样

Glasner^[5]等人发现将单张图像分割为图像块后,这些图像块会在同尺度及跨尺度的维度上存在非局部的多次重复,并将这种性质称之为图像的自相似性。Glasner 等人利用此性质实现了图像的超分辨率重建算法,算法首先构造图像金字塔,然后根据图像金字塔对应的高低分辨率图像关系重建图像。传统的图像金字塔将输入的二维图像在纵横方向上同时降质,称之为双向亚采样。使用传统的图像金字塔仅得到单个维度的降质信息,在寻找相似块的时候得到的相似块个数较少。文中在传统图像金字塔的基础上,增加仅对横坐标方向和仅对纵坐标方向上的亚采样,采用文中的方式可以得到更多的相似块,采样方式见图 2。

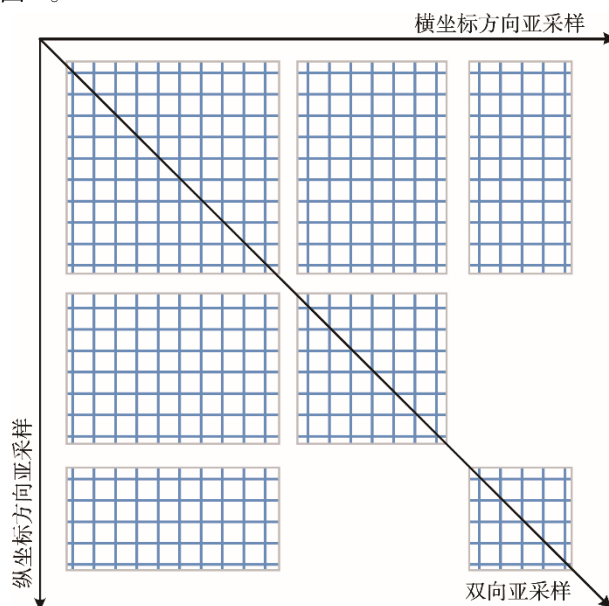


图 2 文中亚采样方式

Fig.2 Sub sampling method in this paper

图像的降质过程主要有形变、模糊、噪声和下采样等,由于形变等因素在超分辨率算法中并不常见,所以降质过程只考虑模糊和下采样过程。首先采用 5×5 的高斯算子对图像滤波,进行模糊处理,然后采用双三次插值算法对图像进行亚采样,根据亚采样的倍数,得到横坐标、纵坐标和双向的降质结果。为了验证方法对相似块的影响,对 Yang^[6]的训练库中的 60 幅图像进行了相似性检测,将图像分别用传统双向亚采样方法和多维亚采样方法亚采样到 0.85, 0.75, 0.65, 0.5, 0.33 倍,再将原图和亚采样图像分块为 5×5 的小块,并定义为 X 和 Y , X 和 Y 的相似性度量采用欧氏距离,公式如下:

$$d = \sqrt{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (x_{(i,j)} - y_{(i,j)})^2} \quad (1)$$

式中: $x_{(i,j)}$ 和 $y_{(i,j)}$ 分别表示块 X 和 Y 中的元素; M 和 N 为每个块的维度; d 为 2 个图像之间的欧氏距

离。文中设定阈值为 60, 对训练库中的图像进行检测, $d < 6$ 为相似块, 分别计算出具有 n (1~6) 个相似块以上的图像块占所有图像块的比例, 结果见表 1。

可以看出, 改进后的方式可以得到更多的相似块, 利用改进后的亚采样方式可以组合成更多的高低分辨率图像块样本, 便于之后的字典训练。

表 1 相似块比例的检测结果
Tab.1 Detection result of proportion of similar blocks

%

缩小倍数	采用方法	相似块数量					
		大于1	大于2	大于3	大于4	大于5	大于6
0.85	传统方式	81.38	80.46	79.65	78.79	76.52	74.65
	改进方式	86.79	85.64	84.31	83.28	81.79	80.85
0.75	传统方式	78.335	77.13	75.37	73.89	72.22	70.65
	改进方式	84.54	82.32	80.09	78.89	77.78	77.04
0.65	传统方式	75.74	72.59	70.65	69.35	67.69	66.39
	改进方式	81.76	79.91	78.06	76.94	75.65	74.44
0.5	传统方式	70.00	65.83	62.96	60.56	58.06	55.09
	改进方式	79.54	77.69	75.09	74.07	72.32	71.20
0.33	传统方式	52.41	43.24	35.87	30.49	24.61	20.84
	改进方式	70.50	68.49	66.18	64.04	61.85	59.26

1.2 构造高低分辨率图像块样本

文中算法与传统的稀疏表示超分辨率算法不同, 传统算法设置数据库, 将多张图片降质, 形成高低分辨率图像样本。文中利用图像的自相似性, 首先将图像通过双线性插值, 得到亚采样后的小尺度图像, 然后将图像通过双线性放大得到与原图像尺度一样的伪图像, 对应位置的图像块构成高低分辨率图像块样本, 再对图像采用 1.1 节提到的多维图像金字塔和自适应相似块寻找策略, 来构造更多的高低分辨率图像块样本。其中自适应相似块寻找策略公式如下:

$$d = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [X_{(i,j)} - Y_{(i,j)}]^2}}{M \times N} + a \quad (2)$$

$n \times n$

式中: $X_{(i,j)}$ 表示原图像中第 i 行, 第 j 列的像素点的值; $Y_{(i,j)}$ 表示伪图像中第 i 行, 第 j 列的像素点的值; M 和 N 分别表示图像的行数和列数; n 为图像分块的大小; a 为常数, 文中通过实验, 设置 a 为 10。将寻找到的相似块与原图像块构成新的高低分辨率图像块样本, 再加上之前得到的高低分辨率图像块样本, 构成最终的训练样本。通过文中方法, 无需引入额外的数据库进行训练和提前训练, 可以实现字典的在线学习^[7]。

1.3 字典训练与稀疏表示

稀疏表示实际上是一种信号分解的过程, 通过一个事先得到的字典, 将输入的信号表示成字典中的原子的线性组合。在图像超分辨率算法中, 利用先验知识, 将高分辨率图像块 X_h 和低分辨率图像块 X_l 进行训练, 得到高分辨率字典 D_h 和低分辨率字典 D_l , 由

于字典的大小远大于训练图像块的维度, 所以 D_h 和 D_l 称为过完备字典^[8]。对于任意的输入图像块 x , 都可以由过完备字典 D 中的原子的稀疏线性组合来表示:

$$x = D \times \alpha \quad (3)$$

式中: α 为稀疏向量, α 的稀疏性由其中的 0 元素的个数来度量, 0 元素的个数越多, α 越稀疏。因为过完备字典具有冗余性, 所以图像块 x 在字典 D 下的表示并不是唯一的, 而这些解中最稀疏的解 α 为要求出的解^[9]。为了得到稀疏向量, 可以使用 l_0 范数进行正则化, 问题转化为如下公式:

$$\min \|\alpha\|_0, \text{ s.t. } x = D_l \times \alpha \quad (4)$$

式中: $\|\alpha\|_0$ 表示 l_0 范数, 是指稀疏向量 α 中 0 元素的个数。文中利用输入的低分辨率图像块 x 求解 α 的 l_0 最小化问题:

$$\alpha = \arg \min (\|x - D_l \alpha\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_0) \quad (5)$$

式中: λ 参数是为了平衡稀疏度和对 x 估计的精度。由于式 (5) 中的 l_0 最小化问题在数学上为 NP 难问题, 所以一般采用贪心算法求解。文中将 l_0 最小化问题在 α 足够稀疏的情况下用 l_1 最小化问题来近似求解^[10], 得到如下公式:

$$\alpha = \arg \min (\|x - D_l \alpha\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_1) \quad (6)$$

式中: $\|\alpha\|_1$ 表示 α 的 l_1 范数, l_1 范数为 l_0 范数的最优凸近似, 将问题转化为求解凸优化问题。上述稀疏表示算法在超分辨率重建的过程中有一个重要的问题, 高分辨率图像块和低分辨率图像块的稀疏表示要存在关联性, 即对于训练给出的高分辨率图像块在高分辨率字典 D_h 下, 和低分辨率图像块在低分辨率字典 D_l 下存在相同的稀疏向量 α 。为了得到相同的稀疏向量, 采用联合训练的方式^[11-12], 公式如下:

$$(D_h, D_l, \alpha) = \min_{D_h, D_l, \alpha} \sum_{i=1}^L \left[\frac{1}{N} \|x_i - D_h \alpha\|_2^2 + \frac{1}{M} \|y_i - D_l \alpha\|_2^2 + \lambda \left(\frac{1}{N} + \frac{1}{M} \right) \|\alpha\|_1 \right] \quad (7)$$

式中: D_h 和 D_l 分别为高低分辨率字典; α 为稀疏向量; $x = \{x_1, x_2, x_3 \dots x_L\}$ 为输入的高分辨率训练图像块, $y = \{y_1, y_2, y_3 \dots y_L\}$ 为输入的低分辨率训练图像块; M 和 N 表示高低分辨率图像块在矢量下的维度, 式(7)可以改写为:

$$(D_c, \alpha) = \min_{D_c, \alpha} \sum_{i=1}^L (\|X_c - D_c \alpha\|_2^2 + \bar{\lambda} \|\alpha\|_1) \quad (8)$$

式中:

$$D_c = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{N}} D_h, \frac{1}{\sqrt{M}} D_l \end{bmatrix}^T \quad (9)$$

$$X_c = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{N}} x, \frac{1}{\sqrt{M}} y \end{bmatrix}^T \quad (10)$$

$$\bar{\lambda} = \lambda \left(\frac{1}{N} + \frac{1}{M} \right) \quad (11)$$

通过上述的联合训练方式, 将高低分辨率图像块联系起来, 训练样本中的高分辨率图像块和低分辨率图像块拥有相同的稀疏向量。

1.4 基于自相似性和稀疏表示的超分辨率算法

将图像的自相似性特性与图像的稀疏表示相结合, 假设放大倍数为 s , 具体处理步骤如下所述。

1) 输入低分辨率图像 LP, 将图片高斯滤波后, 采用双三次插值法亚采样到 $1/s$ 倍, 然后再用双三次插值法上采样 s 倍, 得到伪低分辨率图像 LLP。将 LP 和 LLP 分为大小为 5×5 的图像块, 对应位置的 LP 块和 LLP 块构成一组高低分辨率图像块样本 $x_1 = [x_1^h, x_1^l]$ 。

2) 将步骤 1) 中的输入图像采用 1.1 中的方式进行多维亚采样, 得到超低分辨率图像, 然后将超低分辨率图像分块, 利用 1.2 中的相似块寻找策略寻找到 LP 块对应的相似块, 构成一组高低分辨率图像块样本 $x_2 = [x_2^h, x_2^l]$ 。

3) 将 x_1, x_2 合并为训练图像块样本 $x = [x^h, x^l]$, 其中 $x^h = [x_1^h, x_2^h]$, $x^l = [x_1^l, x_2^l]$, 为了减少训练过程的冗余, 对 x^l 提取特征, 采用图像的一阶导数和二阶导数作为特征^[13], 利用式(12)和(13)进行提取:

$$f_1 = [-1 \ 0 \ 1], f_2 = f_1^T \quad (12)$$

$$f_3 = [1 \ 0 \ -2 \ 0 \ 1], f_4 = f_3^T \quad (13)$$

将式(12)和(13)中的 4 个向量作为卷积核, 对图像块 x^l 集进行卷积操作, 最终得到 4 张梯度图像, 分别为 $x_1^l, x_2^l, x_3^l, x_4^l$, 设置新的训练样本 $x = [x^h, x_2^l, x_3^l, x_4^l]$, 其中 x^h 为高分辨率训练样本, $x_1^l, x_2^l, x_3^l, x_4^l$ 为低分辨率训练样本。

4) 为了使高分辨率图像和低分辨率图像拥有一样的稀疏向量, 采用 1.3 节中的联合训练的方式训练得到字典 $D_c = [D_h, D_l]$, 初始字典为符合高斯分布的随机数, 字典的大小设置为 512, 参数 $\lambda = 0.1$ 。将步骤 1) 中的输入图像块 LP 插值放大, 得到高分辨率图像块 HP, 将 HP 与 D_l 利用式(6)求出 α , 再利用式(3), 将 α 与 D_h 线性组合, 求得最终的高分辨率图像块 SHP, 按照步骤 1) 中的分块顺序组合图像, 得到最终的高分辨率图像。

2 实验结果与分析

使用选自 Glasner 和 Yang 实验数据库中的 10 张图像进行实验: Baby 和 Lena 为人脸图像, 该类图像具有大量的人脸特征; Butterfly 和 Bird 为动物图像, 该类图像具有大量的纹理细节; Chip1 和 Chip2 为电器元件图像, 该类图像具有大量的边缘细节; Nature1 和 Nature2 为自然风景图像, 该类图像具有大面积的平滑区域; Checkmap1 和 Checkmap2 为视力检测图像, 该类图像具有复杂的色彩。实验将在 InterCorei5 四核处理器, 8 GB 内存, 1 T 硬盘, Windows 操作系统的 PC 机上实现。实验将双三次插值 (Bilicubic)、Yang 的稀疏表示超分辨率算法 (SCSR)、Zeyde 的稀疏表示超分辨率算法 (Zeyde)^[14]、基于领域回归的超分辨率算法 (ANR)^[15]、自适应领域回归超分辨率算法 (A+)^[16] 作为对比算法。

选择峰值信噪比 (PSNR) 和结构相似度 (SSIM) 作为图像质量的客观评价指标^[17-18], PSNR 和 SSIM 的数值越高, 说明图片的质量越好, 与原图像更为接近。将 RGB 彩色图像转换到 YCbCr 空间, 由于人眼视觉系统仅对亮度分量敏感 (Y 分量), 对色彩分量 (Cb 分量、Cr 分量) 不敏感, 所以文中算法只处理 Y 分量, Cb 分量和 Cr 分量采用传统的线性插值法放大即可。

将放大倍数设置为 2, 字典大小设置为 512, 正则化参数设置 $\lambda = 0.1$, 考虑到算法的复杂度和运行时间, 将图像分割为 5×5 的不重叠小块。由实验可知, 字典训练阶段迭代 20 次后基本收敛, 将字典训练的迭代次数设置为 30 次, 算法在 MATLABR2016a 上进行仿真, 文中算法与 5 种对比算法的 PSNR 和 SSIM 评价指标结果见表 2。

由表 2 可以看出, 针对不同类型的图像, 文中算法在 PSNR 和 SSIM 客观评价指标上均有较好的效果, 对于实验的 10 幅图像而言, 文中算法相比于其他算法在 PSNR 客观评价指标上平均提升了 0.5 dB。而对于 SSIM 客观评价指标, 在 Baby 和 Chip1 这 2 张图像上略低于其他算法, 因为文中算法只引入了输入图像的结构信息, 并未像其他算法引入大量的数据进行训练。对于输入图像的纹理, 结构信息较少的情

表 2 不同算法的客观评价指标对比
Tab.2 Comparison of objective evaluation indexes amongdifferent algorithms

图像	评价方式	算法					
		双三次插值	SCSR	Zeyde	ANR	A+	文中算法
Baby	PSNR	28.96	29.65	30.86	30.60	29.99	30.92
	SSIM	0.9409	0.9455	0.9558	0.9545	0.9497	0.9554
Lena	PSNR	30.96	31.94	32.92	33.13	32.38	33.29
	SSIM	0.9805	0.9837	0.9870	0.9877	0.9859	0.9878
Butterfly	PSNR	26.11	28.13	29.33	29.17	27.76	29.86
	SSIM	0.9574	0.9731	0.9781	0.9770	0.9676	0.9792
Bird	PSNR	30.29	31.07	33.26	32.77	31.52	34.25
	SSIM	0.9695	0.9764	0.9821	0.9805	0.9742	0.9838
Chip1	PSNR	31.35	32.67	34.45	34.52	33.2155	34.54
	SSIM	0.9745	0.9788	0.9862	0.9861	0.9799	0.9812
Chip2	PSNR	24.37	25.80	26.26	26.30	25.69	27.32
	SSIM	0.9379	0.9608	0.9615	0.9620	0.9532	0.9664
Nature1	PSNR	28.18	29.30	29.41	29.52	29.44	29.54
	SSIM	0.9139	0.9338	0.9350	0.9370	0.9369	0.9406
Nature2	PSNR	27.00	27.64	27.85	27.83	27.72	27.85
	SSIM	0.9034	0.9217	0.9223	0.9227	0.9225	0.9227
Checkmap1	PSNR	30.57	32.78	33.48	33.85	33.91	34.26
	SSIM	0.9465	0.9584	0.9732	0.9765	0.9790	0.9820
Checkmap2	PSNR	20.25	20.88	20.92	20.95	21.03	22.40
	SSIM	0.8007	0.8401	0.8408	0.8445	0.8482	0.8765
Average	PSNR	27.80	28.98	29.87	29.86	29.27	30.42
	SSIM	0.9325	0.9472	0.9522	0.9528	0.9497	0.9576

况下，文中算法对结构信息提升不大。综合考虑，文中算法在客观评价指标上优于其他算法。

Butterfly 和 Checkmap2 两张图像的实验结果分别见图 3 和 4。图 3 中 Butterfly 的处理结果可以看出，Yang 的算法与原图相比存在一定的失真，A+算

法在黄色的斑点上出现明显的纹理,Zeyde 和 ANR 算法在边界上存在较为严重的混叠现象。图 4 中 Checkmap2 的处理可以看出，文中算法对于点与点之间的连接处的处理明显好于其他算法。综合考虑，文中算法在主观评价上优于其他算法。

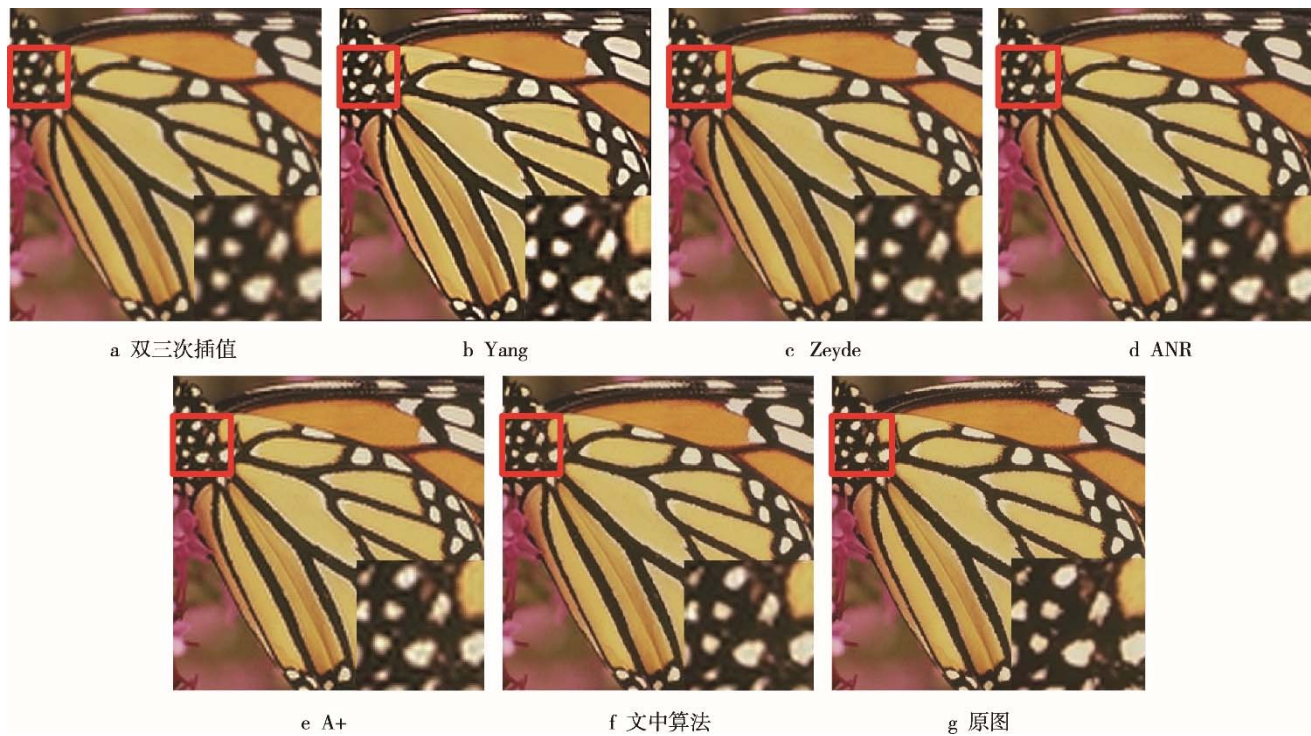


图 3 不同算法对于 Butterly 的处理结果对比
Fig.3 Processing results of Butterly based on different algorithms

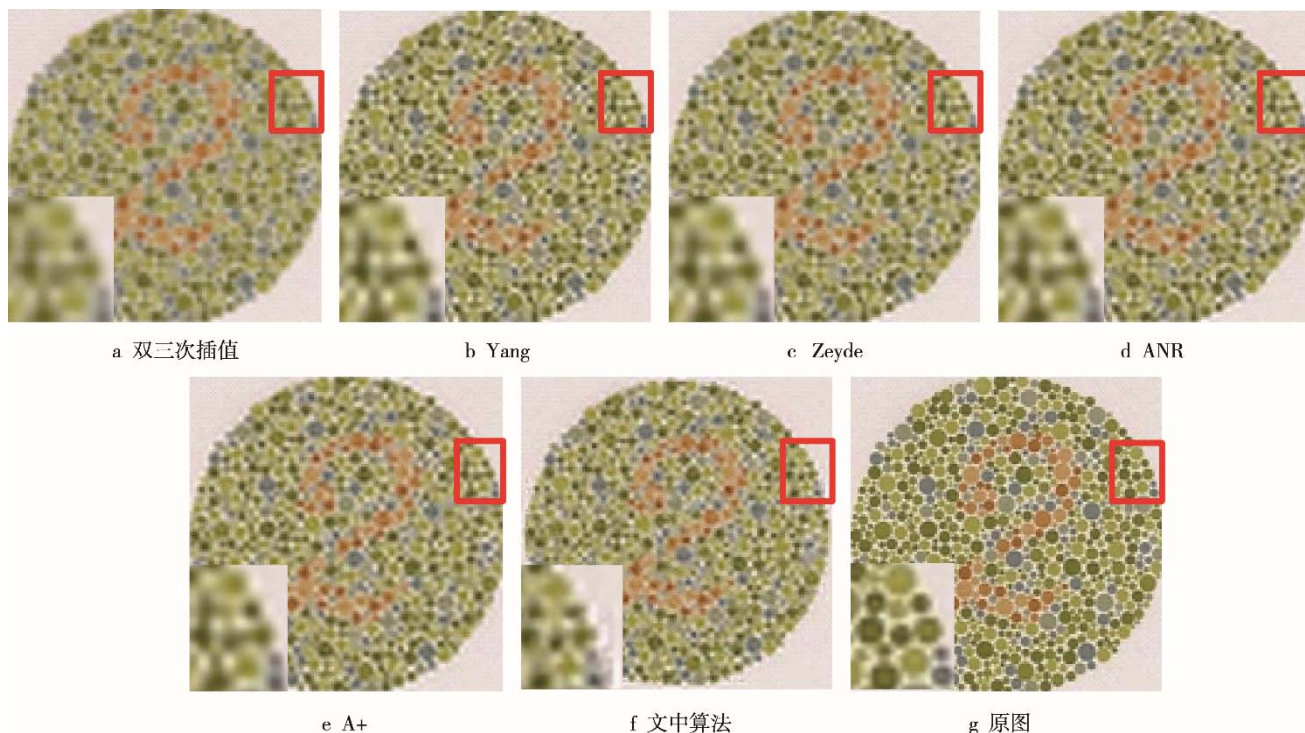


图4 不同算法对于 Checkmap2 的处理结果对比

Fig.4 Processing results of Checkmap2 based on different algorithms

3 结语

文中提出了一种基于自相似性和稀疏表示的超分辨率算法。为了获得稀疏表示中的字典学习样本,利用图像的相似性,对图像进行多维亚采样,并利用自适应的相似块搜索策略,将输入图像构造出高低分辨率图像块样本,然后采用联合训练,得到高低分辨率字典。将输入图像与低分辨率字典结合,计算出稀疏向量,将稀疏向量与高分辨率字典结合,得出高分辨率图像。实验证明,算法对于不同类型的图像均有较好的效果,相较于其他算法在 PSNR 指标上平均提升了 0.5 dB,并在 SSIM 指标上也有较好的表现。

参考文献:

- [1] 刘帅,朱亚杰,薛磊.一种结合稀疏表示和纹理分块的遥感影像超分辨率方法[J].武汉大学学报(信息科学版),2015,40(5):578—582.
LIU Shuai, ZHU Ya-jie, XUE Lei. Remote Sensing Image Super-resolution Method Using Sparse Representation and Classified Texture Patches[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2015, 40(5): 578—582.
- [2] HARRIS J L. Diffraction and Resolving Power[J]. JOSA, 1964, 54(7): 931—933.
- [3] GOODMAN J W, GUSTAFSON S C. Introduction to Fourier Optics[J]. Optical Engineering, 1996, 35(5): 1513—1513.
- [4] 倪浩,阮若林,刘芳化.基于双正则化参数的在线字典学习超分辨率重建[J].计算机应用研究,2016,33(3):911—915.
NI Hao, RUAN Ruo-lin, LIU Fang-hua. Image Super-resolution Based on Online Dictionary Learning with Two Regularization Parameters[J]. Application Research of Computers, 2016, 33(3): 911—915.
- [5] GLASNER D, BAGON S, IRANI M. Super-resolution From a Single Image[C]//The IEEE International Conference on Computer Vision, Kyoto, Japan, 2009.
- [6] YANG J, WRIGHT J, HUANG T, et al. Image Super-resolution as Sparse Representation of Raw Image Patches[C]//IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2008: 1—8.
- [7] 鹿璇,汪鼎文,石文轩.利用在线字典学习实现图像超分辨率重建的算法[J].武汉大学学报(信息科学版),2018,43(5):719—725.
LU Xuan, WANG Ding-wen, SHI Wen-xuan. Image Super-resolution with On-line Dictionary Learning[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2018, 43(5): 719—725.
- [8] YANG J, WRIGHT J, HUANG T, et al. Image Super-resolution via Sparse Representation[J]. IEEE Trans Image Process, 2010, 19(11): 2861—2873.
- [9] JIANG J, MA X, CAI Z, et al. Sparse Support Regression for Image Super-Resolution[J]. IEEE Photonics Journal, 2015, 7(5): 1—11.
- [10] YANG C Y, YANG M H. Fast Direct Super-resolution by Simple Functions[C]//IEEE International Conference on Computer Vision IEEE, 2014: 561—568.
- [11] LI Q, LU Z, SUN C, et al. Single Image Super-

- resolution Based on Nonlocal Similarity and Sparse Representation[C]// IEEE China Summit and International Conference on Signal and Information Processing. IEEE, 2015: 156—160.
- [12] 潘宗序, 禹晶, 肖创柏, 等. 基于自适应多字典学习的单幅图像超分辨率算法[J]. 电子学报, 2015, 43(2): 209—216.
- PAN Zong-yu, YU Jing, XIAO Chuang-bo, et al. Single Image Super Resolution Based on Adaptive Multi-Dictionary Learning[J]. ACTA Electronica Sinica, 2015, 43(2): 209—216.
- [13] DONG C, LOY C C, HE K, et al. Image Super-resolution Using Deep Convolutional Networks[J]. IEEE Aransactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2016, 38(2):295—307.
- [14] ZEYDE R, ELAD M, PROTTER M. On Single Image Scale-up Using Sparse-representations[C]// Proceedings of the 7th International Conferences on Curves and Surfaces, 2010: 711—730.
- [15] TIMOFTE R, DE V, GOOL L V. Anchored Neighborhood Regression for Fast Example-Based Super-Resolution[C]// IEEE International Conference on Computer Vision. IEEE, 2014: 1920—1927.
- [16] TIMOFTE R, SMET V D, GOOL L V. A+: Adjusted Anchored Neighborhood Regression for Fast Super-Resolution[C]// Asian Conference on Computer Vision. Springer, Cham, 2015: 111—126.
- [17] 康凯. 图像超分辨率重建研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2016.
- KANG Kai. The Research on Image Super-resolution Reconstruction[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2016.
- [18] 黄德天, 黄炜钦, 云海娇, 等. 正则化技术和低秩矩阵在稀疏表示超分辨率算法中的应用[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2018, 30(5): 868—877.
- HUANG De-tian, HUANG Wei-qin, YUN Hai-jiao, et al. Application of Regularization Technique and Low-Rank Matrix in Super-Resolution Algorithm via Sparse Representation[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2018, 30(5): 868—877.