

缓冲与隔振

刚体碰撞约束柔性体局部撞击载荷特征分析

周岩, 肖世富

(中国工程物理研究院 总体工程研究所, 绵阳 621999)

摘要: **目的** 掌握碰撞局部撞击载荷及其特征, 为产品安全防护设计、碰撞响应分析与评估提供理论基础。**方法** 抽象刚体碰撞柔性体的共性特征, 分别将被撞击柔性体的碰撞局部刚度特性和整体结构效应表征为弹簧力-位移关系, 建立系统的二自由度刚-柔碰撞动力学模型, 应用数值方法系统分析刚柔碰撞局部撞击载荷的特征及不同因素的影响。**结果** 获得了刚体初始碰撞速度、柔性体碰撞局部刚度特性与整体结构效应等主要因素对局部撞击载荷时程、冲量、峰值和脉宽等撞击载荷特征的影响规律。**结论** 深化了刚-柔碰撞局部撞击载荷的认知, 为防护结构设计提供了理论基础。

关键词: 碰撞; 冲击防护设计; 撞击载荷

中图分类号: O313.4 文献标识码: A 文章编号: 1001-3563(2019)13-0150-10

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2019.13.022

Characteristics of Local Impact Force between Rigid Body and Constrained Flexible Body

ZHOU Yan, XIAO Shi-fu

(Institute of System Engineering, CAEP, Mianyang 621999, China)

ABSTRACT: The work aims to understand the local impact force and characteristics of collisions, so as to provide a theoretical basis for product safety protection design, and analysis and evaluation of impact response. The local stiffness characteristics and overall structural effects of the collided flexible body were respectively characterized as the spring force-displacement relationship by abstracting common features of rigid-flexible collision. A two-degree-of-freedom rigid-flexible collision dynamics model of the system was established. The characteristics and different influencing factors of local impact force between rigid body and constrained flexible body were analyzed systematically with numerical methods. The law of influences of the main factors such as the initial collision velocity of the rigid body, the local stiffness characteristics and the overall structural effect of the flexible body impact on the characteristics such as time history, impulse, peak and pulse width of the local impact force were obtained. The understanding of the local impact force of rigid-flexible collision is deepened to provide the theoretical basis for the protective structure design.

KEY WORDS: collision; impact protection design; impact force

碰撞是实际工程中的常见现象, 如坍塌落石对公路、铁路及其防护结构的撞击^[1-2], 船艇对大桥桥墩

的撞击^[3-4], 运输物品的异常跌落^[5-6], 机械系统中机构运动副间的碰撞^[7]等。碰撞产生的撞击载荷是评

收稿日期: 2019-02-01

基金项目: 国家重点研发计划 (2016YFB0201004)

作者简介: 周岩 (1994—), 男, 中国工程物理研究院总体工程研究所硕士生, 主攻柔性多体系统动力学。

通信作者: 肖世富 (1970—), 男, 博士, 中国工程物理研究院总体工程研究所研究员, 主要研究方向为柔性多体系统动力学与结构动力学。

估物体撞击程度以及分析被撞体响应的重要特征量，是产品防护设计的依据，特别是在产品概念设计阶段，尚未对产品进行详细设计，不可能基于产品整体结构精细建模来分析各部件性能是否满足设计需求，而是直接基于其可能经受的载荷及其特征进行设计和性能预计。综上所述，在产品冲击安全防护设计中，研究碰撞的局部载荷及其特征具有重要工程价值和意义。

对于碰撞局部效应的处理，目前主要采用离散和连续接触力等 2 类方法^[8-9]。其中离散方法将碰撞视作瞬时完成的离散过程，只考虑碰撞前和碰撞后 2 种状态，用恢复系数或冲量/动量^[10]表示碰撞过程中的相互作用以及机械能量的传递与损失，不能直接获得碰撞的局部撞击载荷。连续接触力方法是将碰撞过程视作一段时间内碰撞体间连续接触作用的过程，可以计算得到碰撞体间作用力随时间的变化历程。运用连续接触力方法解决碰撞问题，取得了一系列进展，如 Khulief 等^[11]提出了用线性弹簧阻尼模型近似模拟多体系统的碰撞过程，并给出了等效弹簧刚度系数、等效阻尼系数和等效质量的确定方法。Li 等^[12]提出了一种基于拟合方法的可行连续接触力模型，并由实验结果证实该连续接触力模型可用于预测平面旋转接头的接触特性。Shen 等^[13]提出了一种考虑恒定外力影响的连续接触力模型，比较了包括该模型在内的 4 种接触力模型下特殊弹跳球的动态响应。Duan 等^[14]基于连续接触力法研究了空间多连杆柔性多体系统的冲击动力学。针对工程中常见的柔性多体系统碰撞过程，白争锋等^[15]详细分析了系统接触碰撞条件，并基于非线性等效弹簧阻尼碰撞模型和库仑摩擦模型建立了含接触碰撞的柔性多体系统动力学模型。秦志英等^[16]通过详细推导恢复系数与模型参数间的关系，

阐明了连续碰撞力模型和刚性模型之间的区别与联系。目前的研究侧重于碰撞系统的响应规律研究，对碰撞载荷的特征及其影响因素鲜有报道，如李界全等^[17]研究了不同因素对桥墩撞击力的影响，结果表明撞击能量、车头变形、桥墩刚度和桥墩状态对撞击力有一定影响。郝雪清等^[18]研究了不同运动副材料对间隙机构动力学特性的影响，认为材料不同时，运动副的摩擦、刚度和阻尼等因素均能影响机构的动力学性能。

当前工程和碰撞动力学研究领域缺乏对物体碰撞局部撞击载荷特征的系统分析和总结。文中针对该不足之处，拟融合多体碰撞动力学的离散化建模和连续接触力建模等 2 大类建模方法，从唯象的角度抽象柔性体碰撞局部变形行为和柔性体结构特性典型特征，分别将其表征为弹簧力-位移关系，建立系统的刚-柔碰撞动力学模型。随后应用数值方法系统分析刚体碰撞柔性体的局部撞击载荷特征以及不同因素的影响规律，以期工程/结构冲击防护设计提供理论认知。

1 数学抽象模型

对于刚体碰撞柔性体，影响碰撞局部撞击载荷的因素主要有刚体的速度（动量或动能）、柔性体碰撞部位局部区域的材料变形性能以及柔性体的结构刚度等。将碰撞过程中柔性体碰撞局部区域和结构整体变形抽象为图 1 所示的概念模型，其中 m_1 为刚体的质量，其碰撞初始速度为 v_1 、碰撞开始后的位移为 x_1 ； m_2 为被碰撞柔性体的质量，碰撞开始后的位移为 x_2 ，碰撞局部唯象力-位移关系为 $F_1(\Delta x)$ ，柔性体结构刚度关系为 $F_2(\Delta x)$ 。

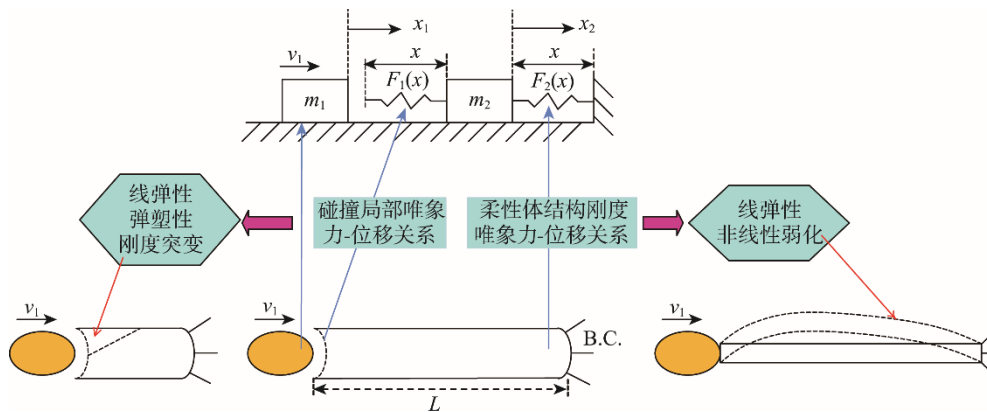


图 1 刚体碰撞柔性体抽象的概念模型

Fig.1 Abstract conceptual model of rigid body colliding flexible body

基于 Newton 第二定律，可得到系统的动力学模型为：

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + F_1 = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 - F_1 + F_2 = 0 \\ x_1(0) = 0, \dot{x}_1(0) = v_1 \\ x_2(0) = 0, \dot{x}_2(0) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

考虑以下柔性体碰撞局部的刚度特性情形。

1) 线弹性。

$$F_1(\Delta x) = k_1 \Delta x \quad (2)$$

式中： k_1 为柔性体碰撞局部的线性等效刚度；刚柔碰撞相对位移 $\Delta x = x_1 - x_2$ ，下同。

2) 弹塑性。只考虑碰撞局部区域的弹塑性，加

载时:

$$F_1(\Delta x) = \begin{cases} k_1 \Delta x & \Delta x \leq \varepsilon_s \\ k_1 \varepsilon_s + k_t (\Delta x - \varepsilon_s) & \Delta x > \varepsilon_s \end{cases} \quad (3)$$

式中: k_t 为柔性体碰撞局部受力超过弹性极限产生塑性变形后的切线刚度; ε_s 为柔性体碰撞局部受力达到弹性极限, 开始产生塑性变形时的位移。

卸载时:

$$F_1(\Delta x) = k_1 (\Delta x + \varepsilon_s - \Delta x_m) + k_t (\Delta x_m - \varepsilon_s) \quad (4)$$

式中: Δx_m 为刚体和柔性体间的最大相对位移。

3) 刚度突变。考虑在刚体与柔性体间的接触力达到 F_m 时只发生一次刚度突变。

$$F_1(\Delta x) = \begin{cases} k_1 \Delta x & F_1 \leq F_m \\ F_m + k_1' \left(\Delta x - \frac{F_m}{k_1} \right) & F_1 > F_m \end{cases} \quad (5)$$

式中: F_m 为柔性体碰撞局部首次破坏时的极限载荷; k_1' 为柔性体碰撞局部首次破坏后的线性等效刚度。

考虑柔性体以下结构刚度特性。

1) 线弹性。

$$F_2(x_2) = k_2 x_2 \quad (6)$$

式中: k_2 为柔性体的结构刚度。

2) 刚度软化。

$$F_2(x_2) = k_2 x_2 - \beta x_2^3 \quad (7)$$

式中: β 为柔性体结构刚度三次非线性软化刚度系数。

2 数值计算方法

将式(2—5)中的一个力-位移关系和式(6)或(7)代入式(1), 应用 Matlab 软件的 ode45 函数进行数值微分方程求解计算局部撞击载荷 F_1 。碰撞问题数值分析最主要的难点在于计算的收敛性和精度, 主要影响因素是时间步长, 文中分析了不同时间步长对计算结果收敛性和精度的影响, 并采取适于各模型的计算时间步长以排除计算误差的影响。例如, 对于局部突变模型, 不同计算时间步长对局部撞击载荷峰值的影响见图 2。

3 不同因素对撞击载荷的影响分析

文中采用数值计算方法分析式(1)的局部撞击载荷时程、峰值、脉宽、冲量等载荷特征, 并研究初始撞击速度、柔性体局部刚度、柔性体整体结构刚度、刚柔质量比等因素对刚柔碰撞局部撞击载荷特征的影响规律。计算基本参数为 $m_1=m_2=10 \text{ kg}$, $k_1=k_2=100 \text{ kN/m}$, $k_t=20\%$, $k_1'=50\%$, $\varepsilon_s=0.07 \text{ m}$, $\beta=3.0 \text{ MN/m}^3$, $F_m=1 \text{ kN}$ 。计算特定参数的影响时, 再给定其变化范围。

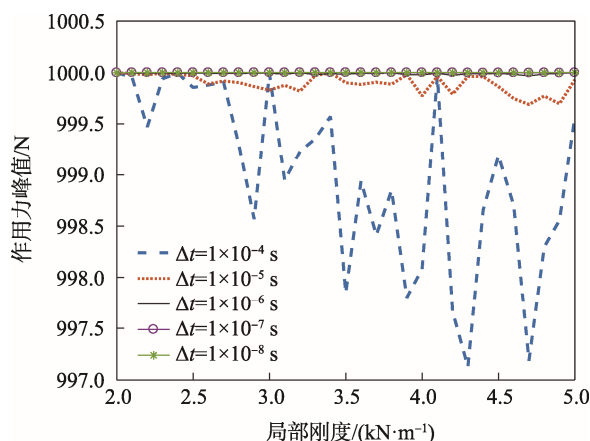


图 2 计算步长对计算结果的影响
Fig.2 Influence of calculation step on the results

3.1 初始撞击速度的影响

在基本参数下, 分析了刚体以不同初始速度碰撞柔性体时的局部撞击载荷特征。分析的初始速度取值范围为 $v_1 \in [0.1, 1000] \text{ m/s}$ 、速度增量为 0.1 m/s 。 v_1 分别为 2, 10, 300 m/s 等 3 种速度时的局部撞击载荷-时间历程见图 3。局部撞击载荷峰值、脉宽和碰撞冲量随刚体初始碰撞速度的变化关系分别见图 4—6。

由图 3—6 可获得以下刚体碰撞柔性体局部撞击载荷的规律。

1) 总体上, 局部撞击载荷峰值和冲量都随刚体碰撞柔性体初始撞击速度的增大而增大, 局部撞击载荷脉宽随撞击初始速度的增大而趋于常值。

2) 随着碰撞速度的增大, 柔性体碰撞局部受力超过弹性极限产生塑性变形或局部刚度发生突变, 则可能发生多次碰撞, 局部撞击载荷的峰值将发生大幅度变化, 脉宽将增大。与局部变形性能和结构刚度特性均体现为线弹性的柔性体相比, 线性结构刚度柔性体的载荷脉宽最多可增加 130%~140%。

3) 在相同碰撞局部特性情形下, 柔性体结构刚度的软化效应将使撞击载荷峰值降低、峰值出现时间提前, 且可减少碰撞次数, 进而较大幅度地降低脉宽。与局部变形性能和结构刚度特性均体现为线弹性的柔性体相比, 柔性体结构刚度的软化效应可使载荷脉宽最多降低 70%~80%。

3.2 柔性体局部线性刚度的影响

在基本参数条件下, 分析了柔性体局部线性刚度对局部撞击载荷特征的影响。柔性体碰撞局部线性刚度取值范围为 $k_1 \in [0.1, 1000] \text{ N/m}$ 、刚度增量为 100 N/m 。柔性体碰撞局部材料刚度分别为 1, 10, 500 kN/m 等 3 种情形时的局部撞击载荷-时间历程见图 7。局部撞击载荷峰值、脉宽和碰撞冲量随柔性体碰撞局部刚度变化的关系分别见图 8—10。

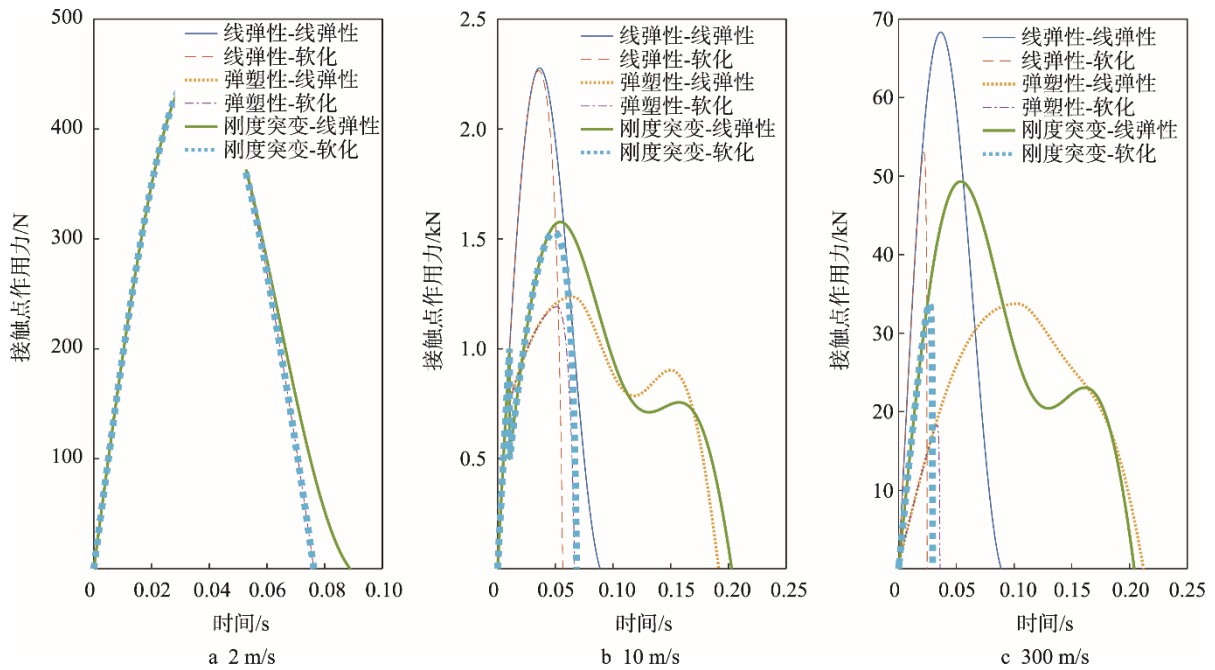


图 3 刚体 3 种初始速度碰撞柔性体时的局部撞击载荷-时间历程曲线

Fig.3 Local impact force-time history curve of rigid body colliding with flexible body at three kinds of initial velocity

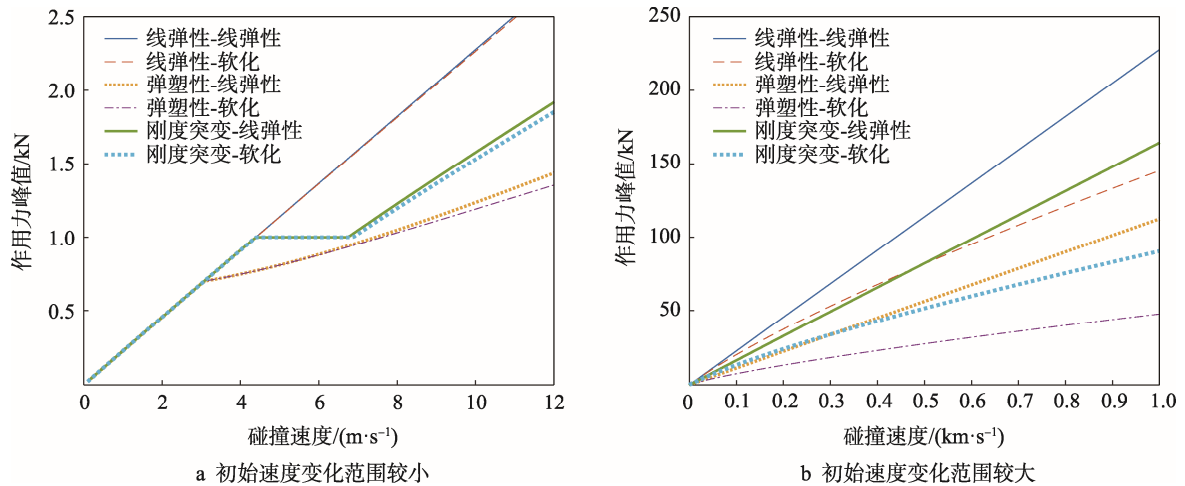


图 4 刚体碰撞柔性体的载荷峰值-初始速度曲线

Fig.4 Impact force peak-initial velocity curve of collisions between rigid body and flexible body

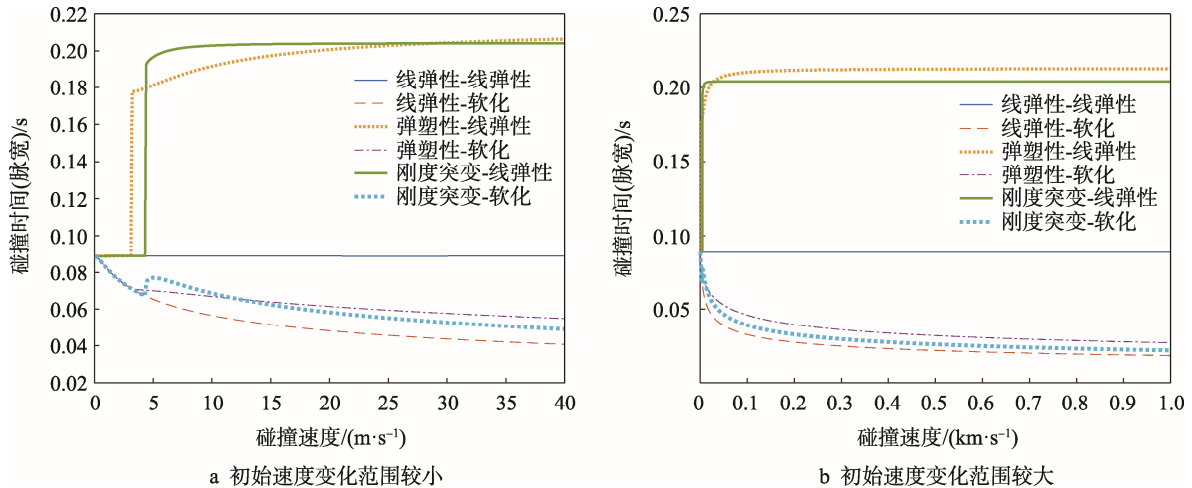


图 5 刚体碰撞柔性体的载荷脉宽-初始速度曲线

Fig.5 Impact force pulse width-initial velocity curve of collisions between rigid body and flexible body

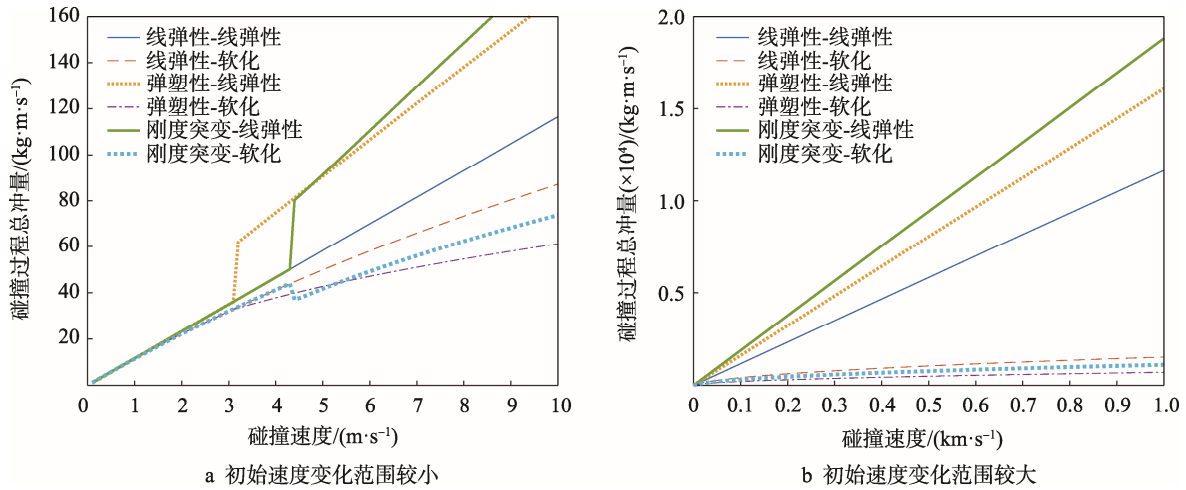


图6 刚体碰撞柔性体的载荷冲量-初始速度曲线

Fig.6 Impact impulse-initial velocity curve of collisions between rigid body and flexible body

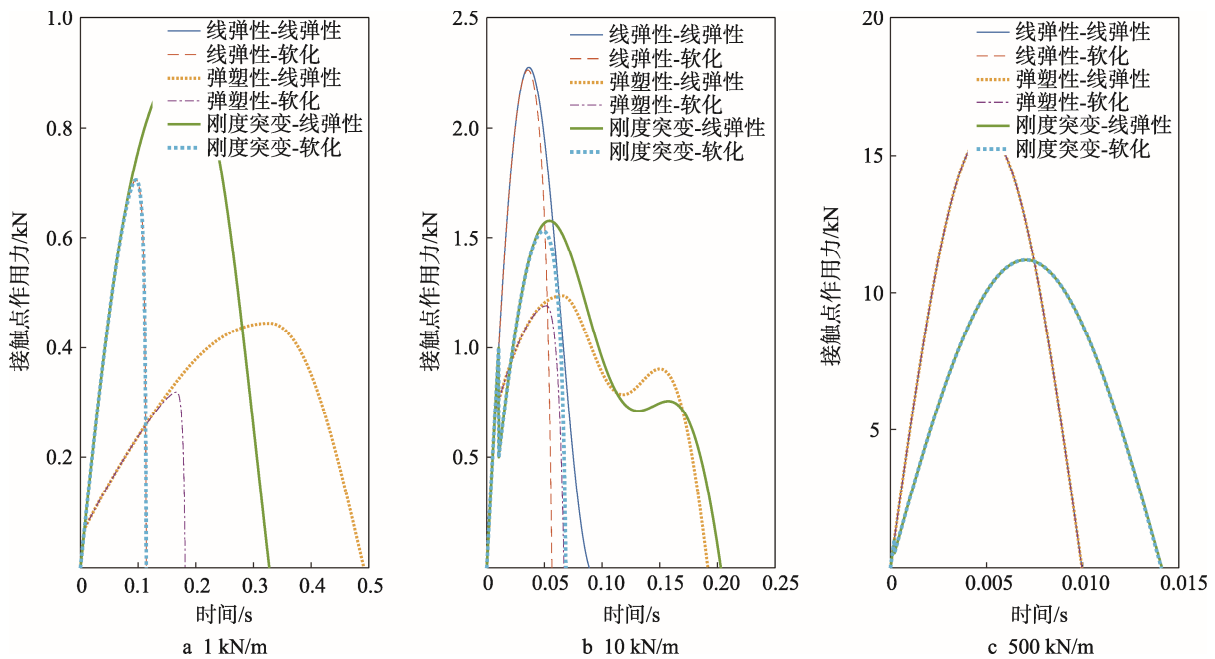


图7 柔性体3种碰撞局部刚度下的局部撞击载荷-时间历程曲线

Fig.7 Local impact force-time history curve of flexible body under three kinds of local impact stiffness

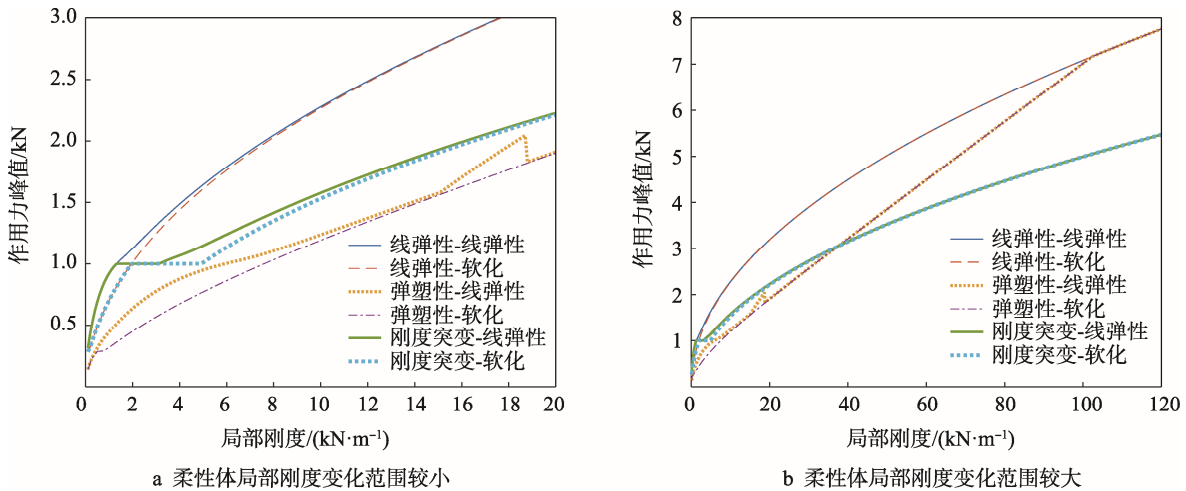


图8 刚体碰撞柔性体的载荷峰值-柔性体碰撞局部刚度曲线

Fig.8 Curve of impact force peak-local impact stiffness of flexible body of collisions between rigid body and flexible

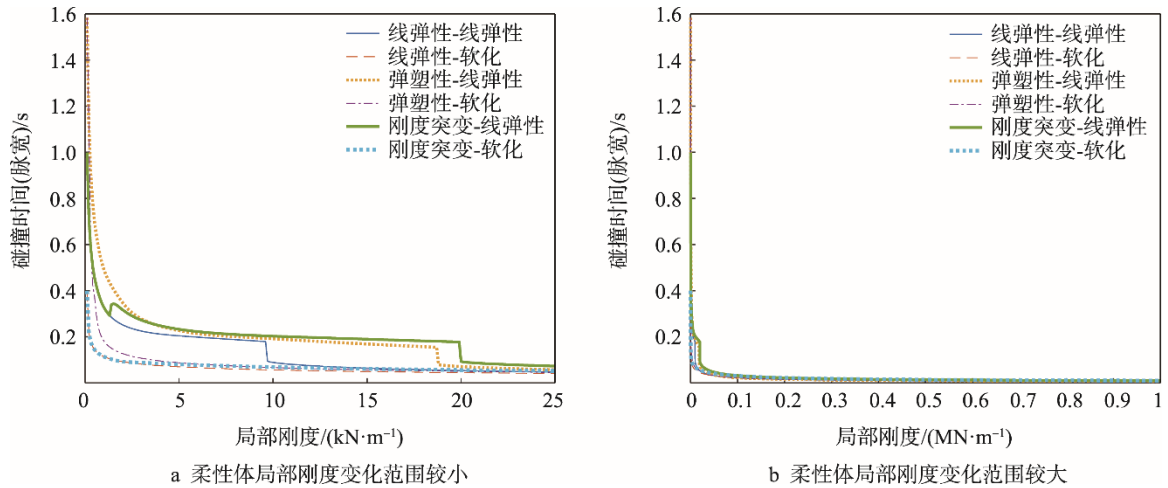


图 9 刚体碰撞柔性体的载荷脉宽-柔性体碰撞局部刚度曲线

Fig.9 Curve of impact force pulse width-local impact stiffness of flexible body of collisions between rigid body and flexible body

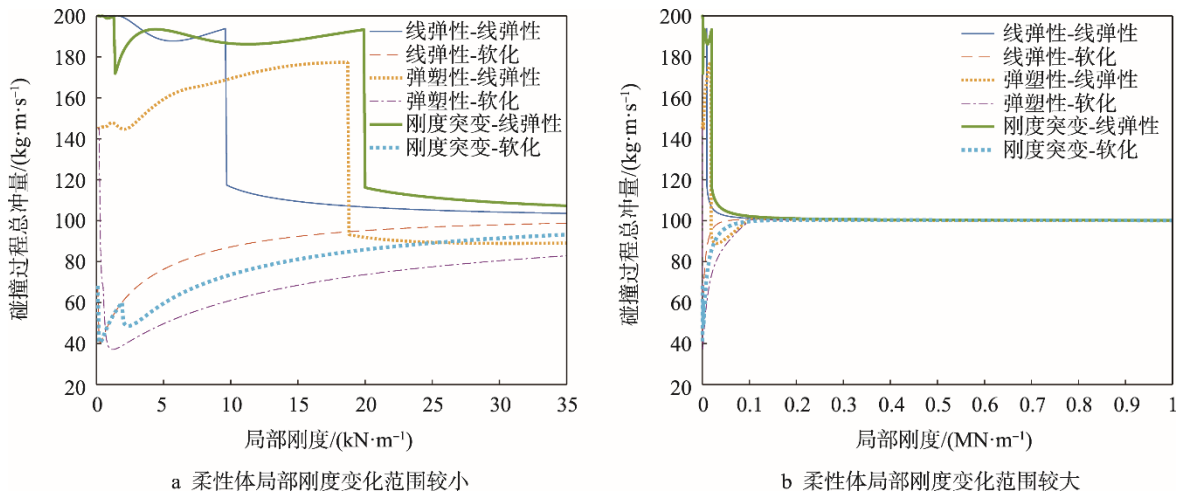


图 10 刚体碰撞柔性体的载荷冲量-柔性体碰撞局部刚度曲线

Fig.10 Curve of impact force impulse-local impact stiffness of flexible body of collisions between rigid body and flexible body

由图 7—10 可获得以下碰撞局部材料刚度对刚体碰撞柔性体局部撞击载荷影响规律。

1) 总体上，刚柔碰撞局部撞击载荷的峰值随被撞击柔性体局部刚度的增大而增大，脉宽和冲量趋于常值。当碰撞局部刚度达到一定程度后，可采用离散方式（恢复系数）进行等效处理。

2) 当被撞击柔性体局部刚度较低时，局部撞击载荷对柔性体碰撞局部的刚度非常敏感，局部撞击载荷峰值、脉宽、冲量因不同的力-位移关系而显著不同。如被撞柔性体碰撞局部变形刚度较小时，柔性体结构刚度效应与碰撞局部变形性能耦合，使得不同模型的局部撞击载荷脉宽相差很大，最大偏差可达 4 倍，此时只宜采用连续接触力方式处理。

3.3 柔性体结构刚度的影响

在基本参数下，分析了柔性体结构刚度对局部撞击载荷特征的影响。柔性体结构刚度取值范围为 $k_1 \in [10^2, 10^6]$ N/m、刚度增量为 100 N/m。柔性体结构

刚度分别为 1, 20, 500 kN/m 等 3 种情形时的局部撞击载荷-时间历程见图 11，局部撞击载荷峰值、脉宽和碰撞冲量随柔性体结构刚度变化的关系分别见图 12—14。

从图 11—14 可获得以下柔性体结构刚度对刚体碰撞柔性体局部载荷影响的规律。

1) 随着柔性体结构刚度的增大，刚体碰撞柔性体局部撞击载荷的峰值、脉宽和冲量趋于常值，该常值的大小由柔性体碰撞局部变形性能决定；其中，局部变形性能体现为线弹性柔性体的局部撞击载荷峰值最大、脉宽最窄、冲量最大，局部变形性能体现为弹塑性和刚度突变柔性体的载荷峰值分别降低了 50.9%和 31.0%、载荷脉宽分别增加了 35.1%和 40.9%、载荷冲量分别减小了 25.5%和 1.3%；

2) 当被撞击柔性体局部刚度较低时，柔性体结构刚度的软化效应，将使局部撞击载荷的峰值降低、脉宽增大。

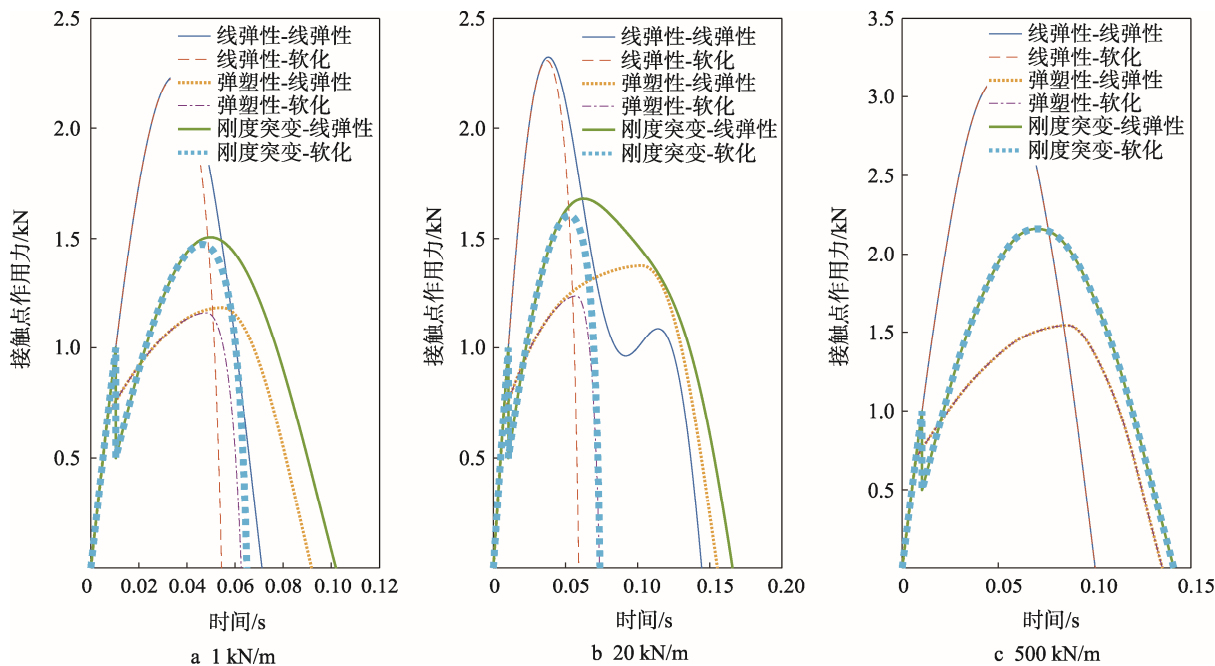


图 11 柔性体 3 种结构刚度下的局部撞击载荷-时间历程曲线

Fig.11 Local impact force-time history curve of flexible body under three kinds of structural stiffness

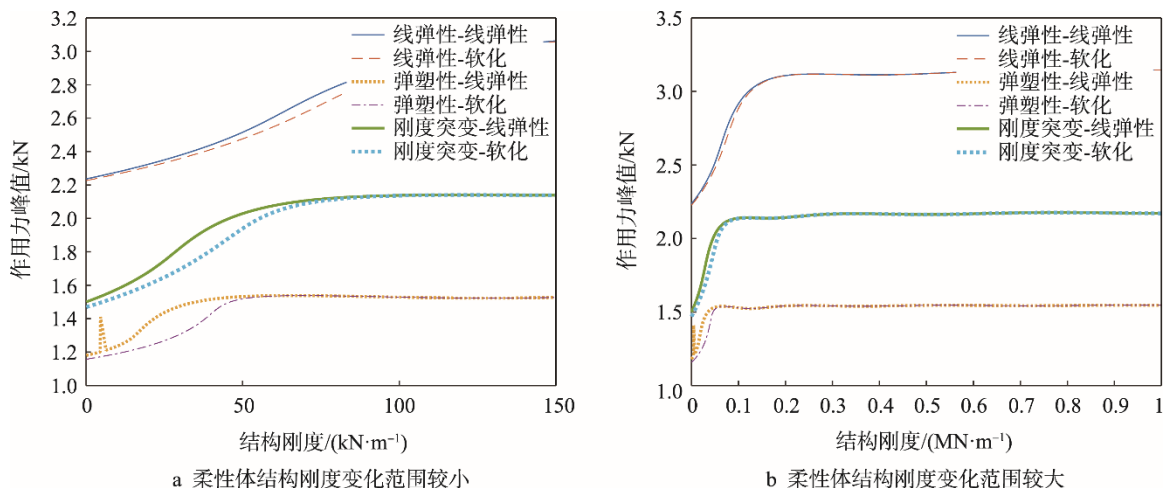


图 12 刚体碰撞柔性体的载荷峰值-柔性体结构刚度曲线

Fig.12 Curve of impact force peak-structural stiffness of flexible body of collisions between rigid body and flexible body

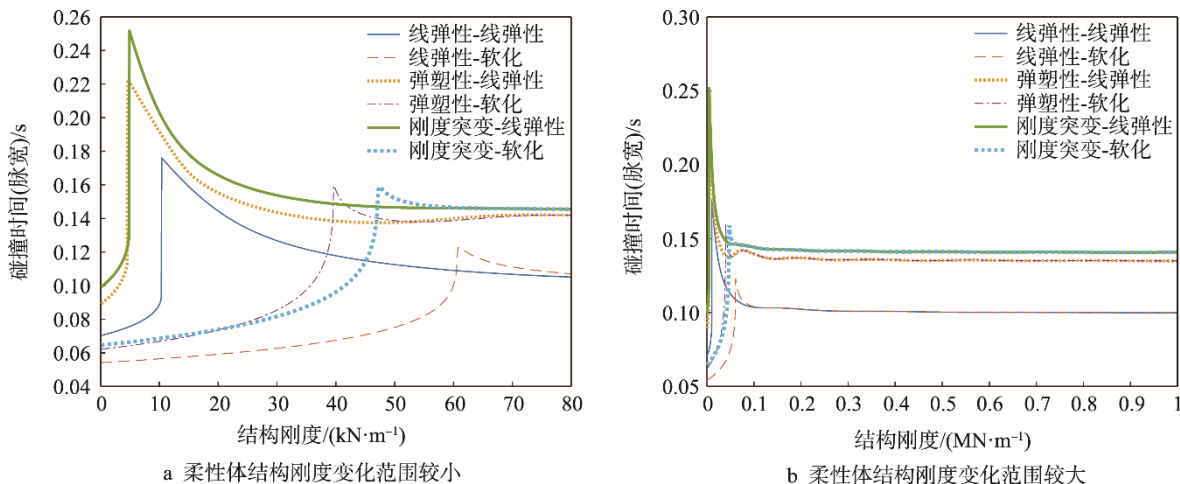


图 13 刚体碰撞柔性体的载荷脉宽-柔性体结构刚度曲线

Fig.13 Curve of impact force pulse width-structural stiffness of flexible body of collisions between rigid body and flexible body

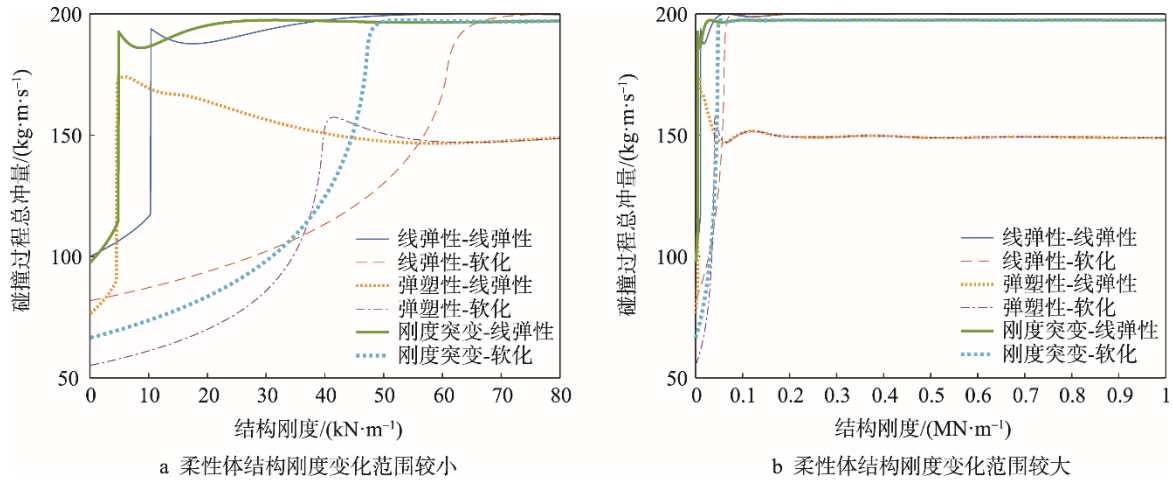


图 14 刚体碰撞柔性体的载荷冲量-柔性体结构刚度曲线

Fig.14 Curve of impact force impulse-structural stiffness of flexible body of collisions between rigid body and flexible body

3) 柔性体结构刚度对刚柔碰撞局部撞击载荷的影响不如柔性体局部刚度性能的影响大。

3.4 不同刚柔质量比的影响

在基本参数条件下，分析了刚-柔质量比对局部撞击载荷特征的影响。刚体质量取基本参数，柔性体质量范围为 $m_2 \in [0.1, 1000]$ kg、质量增量为 0.1 kg。柔性体质量分别为 3, 10, 500 kg 时的局部撞击载荷-时间历程见图 15，局部撞击载荷峰值、脉宽和碰撞冲量随柔性体质量变化的关系分别见图 16—18。

分析图 15—18 的计算结果，可获得以下刚柔质量比对刚体碰撞柔性体局部载荷的影响规律。

1) 随着刚柔碰撞中柔性体质量的增大，碰撞局部撞击载荷的峰值、脉宽和冲量趋于常值，该常值的

大小由柔性体碰撞局部变形性能决定。局部变形性能体现为线弹性柔性体的局部撞击载荷峰值最大、脉宽最窄、冲量最大，与之相比，局部变形性能体现为弹塑性和刚度突变柔性体的载荷峰值分别降低了 51.1% 和 31.1%、载荷脉宽分别增加了 35.3% 和 41.2%、载荷冲量分别减小了 25.5% 和 1.3%。

2) 当柔性体质量达到一定程度后，碰撞局部撞击载荷-时间历程上只能体现被撞柔性体碰撞局部的刚度性能差异，而柔性体结构刚度对局部撞击载荷无影响。

3) 当柔性体质量较小，小于刚体质量时，柔性体碰撞局部和整体结构刚度性能都将对局部撞击载荷产生明显甚至是显著的影响，且柔性体 2 种不同结构刚度特性间的差别尤为显著。

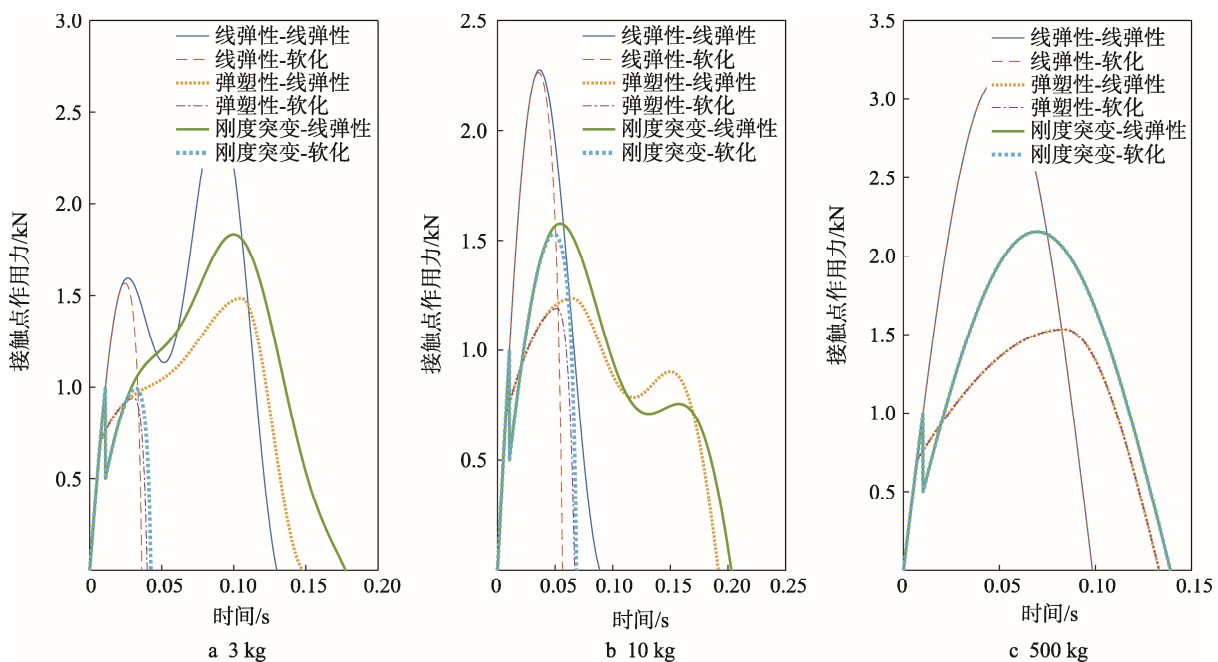


图 15 柔性体 3 种质量下的局部撞击载荷-时间历程曲线

Fig.15 Local impact force-time history curve of flexible body under three kinds of mass

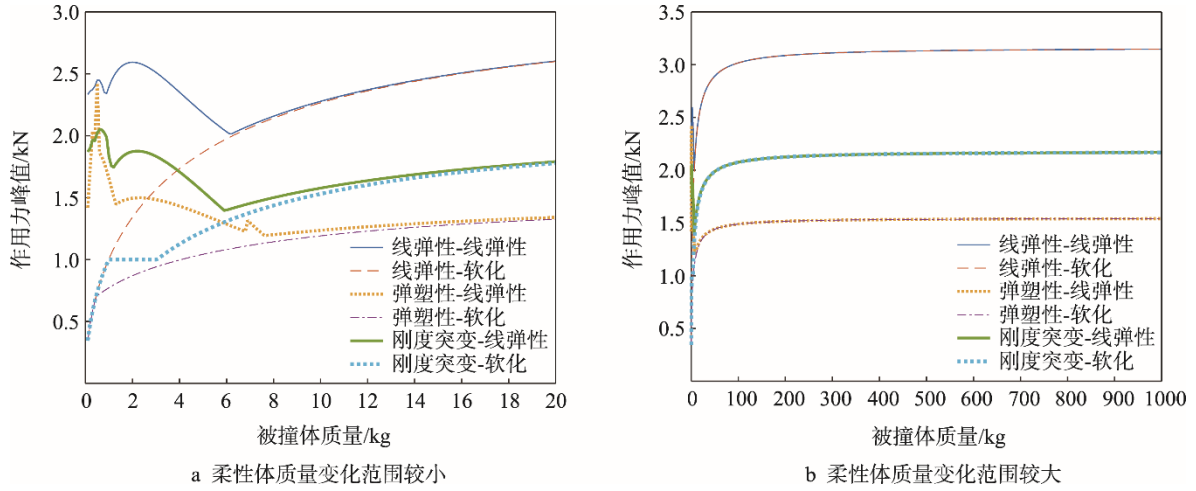


图 16 刚体碰撞柔性体的载荷峰值-柔性体质量曲线

Fig.16 Impact force peak-flexible body mass curve of collisions between rigid body and flexible body

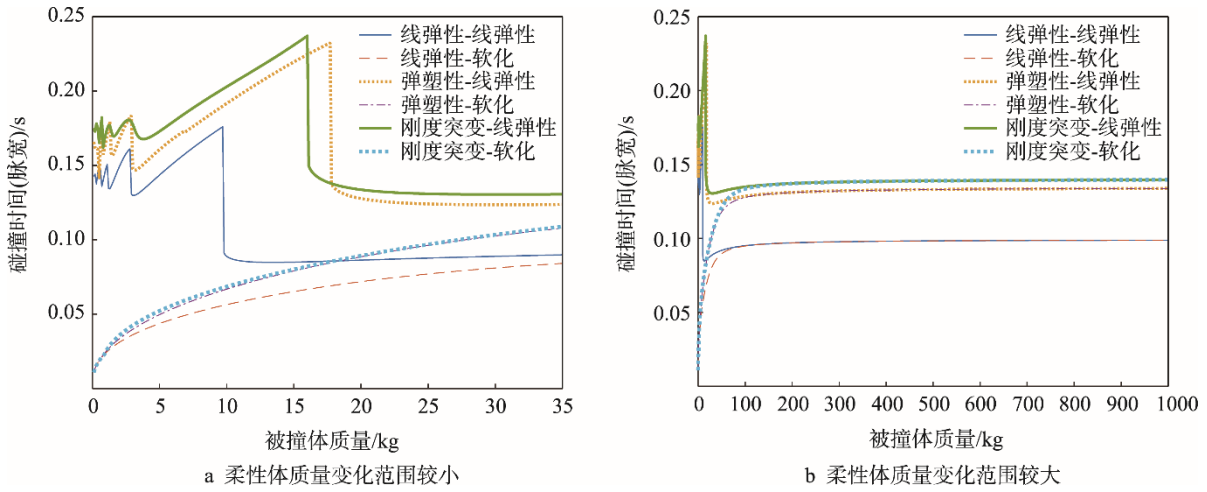


图 17 刚体碰撞柔性体的载荷脉宽-柔性体质量曲线

Fig.17 Impact force pulse width-flexible body mass curve of collisions between rigid body and flexible body

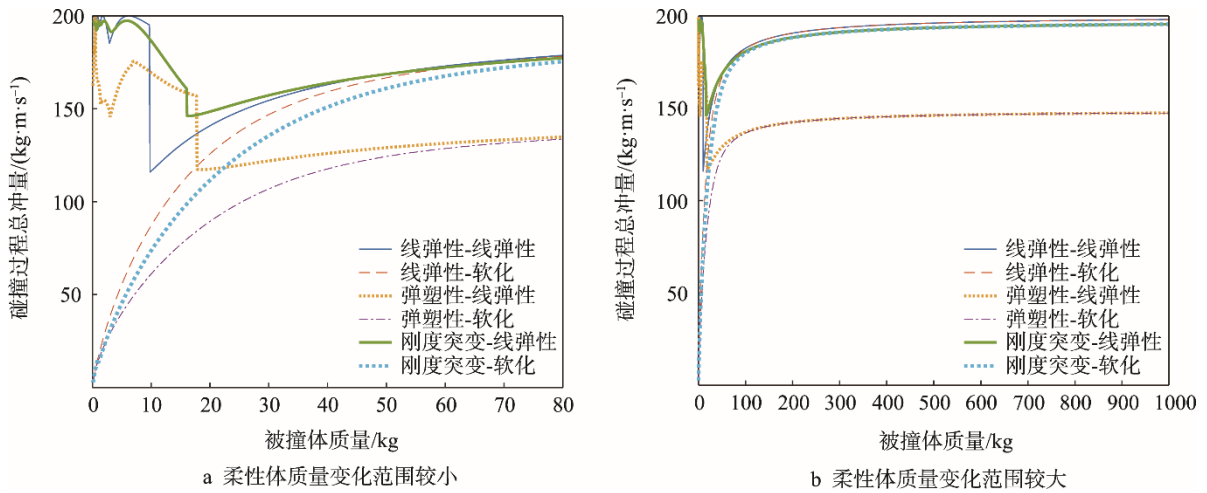


图 18 刚体碰撞柔性体的载荷冲量-柔性体质量曲线

Fig.18 Impact force impulse-flexible body mass curve of collisions between rigid body and flexible body

4 结语

碰撞是实际工程中的常见现象,文中抽象刚体碰

撞柔性体中的共性特征,建立了典型的刚柔碰撞动力学模型,并应用数值方法系统分析了刚体碰撞柔性体的局部撞击载荷特征以及不同因素的影响规律。文中分析获得的撞击载荷特征为冲击防护设计提供了理

论基础;同时,基于文中分析可获得以下结论。

1) 刚体碰撞柔性体时,若柔性体碰撞部位刚度很大,采用离散方法(恢复系数法)进行简化分析即可得到满足工程需要的结果。

2) 若被撞击柔性体质量很大(大于撞击刚体质量的3倍),则可不考虑柔性体的结构刚度,只需关注柔性体被撞击部位的力学性能(刚度特性)即可。

3) 当被撞击柔性体质量与撞击刚体质量相当,或被撞击柔性体碰撞局部区域刚度较小,或撞击刚体初始速度(动量或动能)很大时,不宜采用离散方法(恢复系数法)进行简化分析。

参考文献:

- [1] 杨建荣,白羽,杨晓东,等. 柔性棚洞结构落石冲击数值模拟与试验研究[J]. 振动与冲击, 2017, 36(9): 172—178.
YANG Jian-rong, BAI Yu, YANG Xiao-dong, et al. Numerical Simulation and Tests for Flexible Rock Shed Subjected to Rockfall Impact[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(9): 172—178.
- [2] 汪敏,石少卿,阳友奎. 新型柔性棚洞在落石冲击作用下的试验研究[J]. 土木工程学报, 2013, 46(9): 131—138.
WANG Min, SHI Shao-qing, YANG You-kui. Experimental Study on a New Type Flexible Rock-shed under Impact of Rockfall[J]. China Civil Engineering Journal, 2013, 46(9): 131—138.
- [3] 温旭明,李林安,刘习军,等. 船桥多柔体碰撞系统的动力响应分析[J]. 空间结构, 2016, 22(1): 73—78.
WEN Xu-ming, LI Lin-an, LIU Xi-jun, et al. Analysis on Dynamic Response of Flexible Ship-bridge Multi-body Impact System[J]. Spatial Structures, 2016, 22(1): 73—78.
- [4] 陈向东,金先龙,杜新光. 基于并行算法的船桥碰撞数值模拟分析[J]. 振动与冲击, 2008, 27(9): 82—86.
CHEN Xiang-dong, JIN Xian-long, DU Xin-guang. Simulation Analysis of Ship-bridge Collision Based on Parallel Computing[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(9): 82—86.
- [5] 徐伟芳,谢若泽,钟卫洲. 抗事故包装箱的跌落冲击分析技术[J]. 包装工程, 2017, 38(21): 33—38.
XU Wei-fang, XIE Ruo-ze, ZHONG Wei-zhou. Drop Impact Analysis Technique of Accident-resistant Container[J]. Packaging Engineering, 2017, 38(21): 33—38.
- [6] 田静敏,黄秀玲. 包装件跌落冲击研究现状[J]. 包装工程, 2016, 37(11): 199—203.
TIAN Jing-min, HUANG Xiu-ling. Status of Package Dropping Impact Research[J]. Packaging Engineering, 2016, 37(11): 199—203.
- [7] 白争锋,赵阳,赵志刚. 考虑运动副间隙的机构动态特性研究[J]. 振动与冲击, 2011, 30(11): 17—20.
BAI Zheng-feng, ZHAO Yang, ZHAO Zhi-gang. Dynamic Characteristics of Mechanisms with Joints Clearance[J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(11): 17—20.
- [8] 董富祥,洪嘉振. 多体系统动力学碰撞问题研究综述[J]. 力学进展, 2009, 39(3): 352—359.
DONG Fu-xiang, HONG Jia-zhen. Review of Impact Problem for Dynamics of Multibody System[J]. Advances in Mechanics, 2009, 39(3): 352—359.
- [9] 刘才山,陈滨. 多柔体系统碰撞动力学研究综述[J]. 力学进展, 2000, 30(1): 7—14.
LIU Cai-shan, CHEN Bin. A Global Review for the Impact Dynamic Research of Flexible Multibody Systems[J]. Advances in Mechanics, 2000, 30(1): 7—14.
- [10] WEHAGE R A, HAUG E J. Dynamic Analysis of Mechanical Systems with Intermittent Motion[J]. Journal of Mechanical Design, 1982, 104(4): 778—784
- [11] KHULIEF Y A, SHABANA A A. A Continuous Force Model for the Impact Analysis of Flexible Multibody Systems[J]. Mechanism & Machine Theory, 1987, 22(3): 213—224.
- [12] LI Y, QUAN Q, TANG D, et al. A Continuous Contact Force Model of Planar Revolute Joint Based on Fitting Method[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2017, 9(2): 1—13.
- [13] SHEN Y, XIANG D, WANG X, et al. A Contact Force Model Considering Constant External Forces for Impact Analysis in Multibody Dynamics[J]. Multibody System Dynamics, 2018, 44(4): 397—419.
- [14] DUAN Y C, LI X, ZHANG W W, et al. Impact Dynamics of Flexible Multibody System Based on Continuous Contact Force Method[C]// Applied Mechanics and Materials, Trans Tech Publications, 2015, 744: 1628—1634.
- [15] 白争锋,赵阳,田浩. 柔性多体系统碰撞动力学研究[J]. 振动与冲击, 2009, 28(6): 75—78.
BAI Zheng-feng, ZHAO Yang, TIAN Hao. Study on Contact Dynamics for Flexible Multi-body System[J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(6): 75—78.
- [16] 秦志英,陆启韶. 基于恢复系数的碰撞过程模型分析[J]. 动力学与控制学报, 2006, 4(4): 294—298.
QIN Zhi-ying, LU Qi-shao. Analysis of Impact Process Model Based on Restitution Coefficient[J]. Journal of Dynamics and Control, 2006, 4(4): 294—298.
- [17] 李界全,张南,高闵. 桥墩撞击力计算及影响因素研究[J]. 公路工程, 2018, 43(2): 23—29.
LI Jie-quan, ZHANG Nan, GAO Min. Research on Calculation and Influence Factors of Impact Force of Piers[J]. Highway Engineering, 2018, 43(2): 23—29.
- [18] 郝雪清,陈江义. 不同运动副材料对间隙机构动力学特性的影响[J]. 振动与冲击, 2012, 31(12): 19—21.
HAO Xue-qing, CHEN Jiang-yi. Effects of Different Materials in Joints on Dynamic Characteristics of a Mechanism with Clearance[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(12): 19—21.