

缓冲与隔振

三自由度半正定系统随机振动仿真与试验研究

秦伟, 李光

(天津科技大学, 天津 300222)

摘要: **目的** 研究三自由度半正定系统在随机振动条件下的加速度动态响应以及加速度功率谱密度。**方法** 以运输包装中常见的三自由度半正定系统为原型, 建立了三自由度半正定系统的质量-弹簧-阻尼系统。依据美国 ASTM-D4728 随机振动标准, 利用 Matlab/Simulink 仿真平台, 建立仿真模型, 并输入模型参数, 得到了三自由度半正定系统随机振动下的动态响应。基于相同试验标准进行试验, 对比分析试验结果与仿真结果的差异。**结果** 在低频段内 (小于 80 Hz), Simulink 仿真模拟随机振动的加速度功率谱密度值与随机振动试验的加速度功率谱密度值的相关性系数达到 0.983, 加速度功率谱密度值最大处仅相差 8.8%。在高频段内 (大于 80 Hz), Simulink 仿真模拟随机振动的加速度功率谱密度值与随机振动试验的加速度功率谱密度值的相关性系数只达到 0.745, 加速度功率谱密度值最大处相差 13.1%。**结论** 利用 Matlab/Simulink 仿真平台分析包装系统的低频随机振动是一种简单可行的方法, 一定程度上可以作为随机振动试验的代替手段。

关键词: 三自由度半正定系统; 随机振动; Matlab/Simulink; 功率谱密度

中图分类号: TB485.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2020)07-0134-07

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2020.07.018

Random Vibration Simulation and Experimental Study of Three-degree-of-freedom Semi-definite System

QIN Wei, LI Guang

(Tianjin University of Science and Technology, Tianjin 300222, China)

ABSTRACT: The paper aims to study dynamic acceleration response and acceleration power spectral density of a three-degree-of-freedom semi-definite system under random vibration. The mass-spring-damping system of the three degrees of freedom semi-positive definite system is established. According to the ASTM-D4728 random vibration standard in the United States, using the Matlab/Simulink simulation platform, the simulation model is established, and the parameters of the model are input, and the dynamic response under the random vibration of the three-degree of freedom semi-positive definite system is obtained. Based on the same test standard, the difference between the test results and the simulation results is compared. In the low frequency band (less than 80 Hz), the correlation coefficient between the acceleration power spectral density value of Simulink simulation and random vibration experiment reached 0.983; and the maximum difference between the two measured acceleration power spectral density values was only 8.8%. In the high frequency band (greater than 80 Hz), the correlation coefficient between the acceleration power spectral density value of Simulink simulation and the random vibration experiment only reached 0.745. However, the maximum difference between

收稿日期: 2019-09-04

基金项目: 天津市自然科学基金 (17JCTPJC54900)

作者简介: 秦伟 (1993—), 男, 天津科技大学硕士生, 主要研究方向为包装动力学。

通信作者: 李光 (1975—), 男, 天津科技大学副教授, 主要研究方向为包装机械、虚拟仿真、包装动力学。

the two measured acceleration power spectral density values was 13.1%. Analyzing low frequency random vibration of packaging system with Matlab/Simulink simulation platform to analyze the low frequency random vibration of packaging system is a simple and feasible method. To some extent, it can be used as a substitute for random vibration test.

KEY WORDS: three-degree-of-freedom semi-definite system; random vibration; Matlab/Simulink; PSD

随着经济的发展,产品的种类也越来越丰富,但是由于运输过程不尽理想(排除外力因素,在一般的运输路况下包装件的随机振动是历经各态的平稳随机振动^[1]),导致一些商品出现损坏,严重影响了产品的销售与用户的体验,这种现象也引起了许多学者的注意。总体来看,关于包装件随机振动的研究主要集中在 2 个方面。一方面是针对具体包装件做关于随机振动的研究,例如:卜杨等^[2]研究了吸尘器在随机振动作用下包装件的变形以及破损情况等;潘飞等^[3]研究了智能坐便器在随机振动的条件下,包装件的缓冲包装的等效加速度和下衬垫的损伤等数据;邓志辉等^[4]对卧式吸尘器包装件在物流环境中随机振动情况下的应力、应变以及产品受损情况做了一定的研究。另一方面,主要研究关于随机振动信号的处理以及随机振动过程。江春冬等^[5]研究了在随机振动下包装件的破损机理以及振动信号的检测方法;王志伟等^[6]研究了随机振动下包装件加速度响应的频域和时域特征,讨论了包装件跳动及缓冲材料非线性对包装件加速度响应的影响。

关于包装件的随机振动,一般都用应力、应变以及疲劳损伤等概念表征;而且一般分析只局限于仿真分析,并没有进一步的用试验验证仿真的可行性。其中一个很重要的原因是公路谱随机振动所涉及的理论比较复杂,涉及傅里叶变换、傅里叶逆变换、函数的离散变换以及各种功率谱估计窗函数^[7-11]。针对这种情况,文中选取三自由度半正定包装系统作为研究对象,以 ASTM-D4728 标准中公路运输的平稳随机过程的随机功率谱作为激励情况下,根据牛顿力学建立包装系统的动力学模型,用 Matlab/Simulink 对包装系统的随机振动过程进行仿真。最后采用试验与仿真相结合的形式,讨论三自由度半正定包装系统在随机振动条件下的响应。

1 仿真分析

1.1 时域随机驱动信号的生成

随机振动的信号可分为两大类:一是时域信号,通常用横坐标来表示时间历程,纵坐标来表示振动幅值,在时间域上表征了包装件的随机振动过程;二是频域信号,横坐标表示频率,纵坐标表示振动量幅值,在空间域上表征随机振动过程,对随机振动过程是一个抽象表征。一般的频域信号都要先转换为时域信

号,才可以在实验室用来模拟运输中的随机振动。

要达到与路试等效的实验室随机振动时域函数,功率谱密度的准确获取是测试的关键。而功率谱密度函数由不同单位利用实测数据经过功率谱密度函数估计后得到。首先在实际运输过程中使用运输环境记录仪监测振动数据,将采集的时域信号进行功率谱估计,得到频域信号 PSD,在实验室中将 PSD 信号输入振动台的程序控制计算机,将包装件以一定的方式固定在振动台上,振动台开始振动,达到模拟测试的目的。要研究随机激励就要了解国内外相关标准的随机振动试验谱。根据试验目的选用合适的试验强度,一般来说优先选用从流通环境采集到的 PSD 谱、加速度均方值。选用美国的 ASTM-D4728 中的公路运输标准作为随机振动试验标准,见图 1。

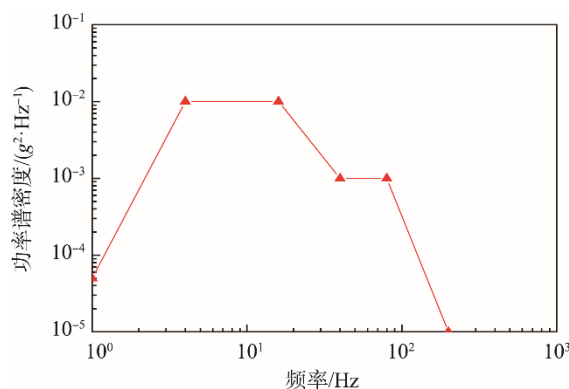


图 1 随机振动试验目标功率谱

Fig.1 Target power spectrum of random vibration experiment

在随机振动仿真中,时域随机驱动信号的生成是进行随机振动模拟的重要前提。传统生成时域驱动信号的方法有 Monte Carlo 逆变换法^[12]、三角级数合成法^[13-14]等。Monte Carlo 逆变换法主要是利用微机在 0~1 间产生均匀分布的随机数,建立数学函数模型,求出其反函数,将产生的随机数依次代入反函数,获得满足一定概率分布的随机序列,并且满足驱动谱的要求。而三角级数合成法是将所求驱动信号的功率谱代入三角级数合成模型(数学表达式),再对模型添加随机相位,确定模型中的系数,获得随机驱动信号。在借鉴高阶累积量谱的理论基础上,通过建立双谱与自功率谱间的幅频与相位转换关系^[15-16],将双谱应用于随机振动控制试验中,以解决频谱的相位恢复以及非高斯时域随机驱动信号的生成与处理问题。

利用 Matlab 编程来实现频域信号到时间域信号

的转变。Matlab 仿真下的目标谱见图 2, Matlab 仿真下的目标谱的时域信号见图 3, 目标功率谱密度与仿真功率谱密度的对比见图 4。由图 4 可以看出, 将目标谱经过双谱与自功率谱间的幅频与相位转换之后得到的随机系列功率谱, 与目标谱吻合情况非常好 (只有 1~4 Hz 仿真功率谱密度略高于目标谱功率谱密度), 所以用随机系列功率谱密度代替目标谱功率谱密度, 作为驱动谱, 并用该信号激励三自由度半正定系统, 用 Matlab/Simulink 来对随机振动过程进行仿真, 研究三自由度半正定系统的随机振动的加速度响应, 以及加速度功率谱密度、加速度幅频谱。

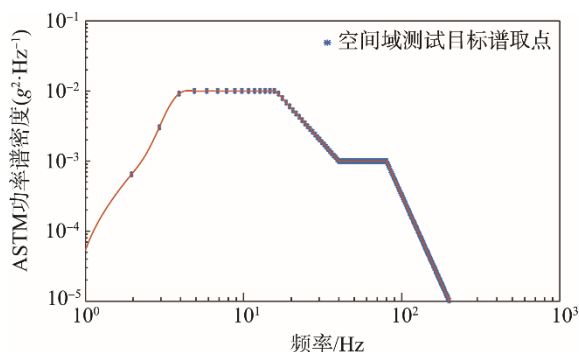


图2 Matlab 仿真下的目标谱

Fig.2 Target spectrum in Matlab simulation

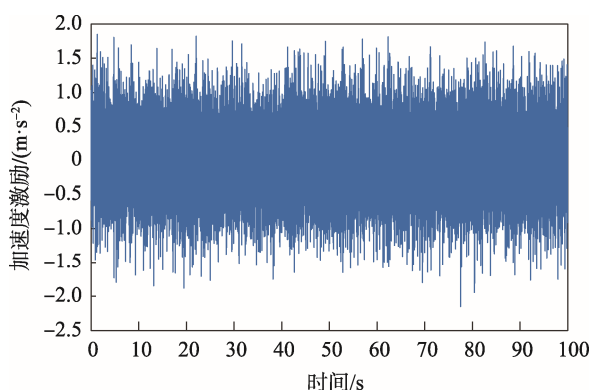


图3 Matlab 仿真下的目标谱的时域信号

Fig.3 Time domain signal of target spectrum under Matlab simulation

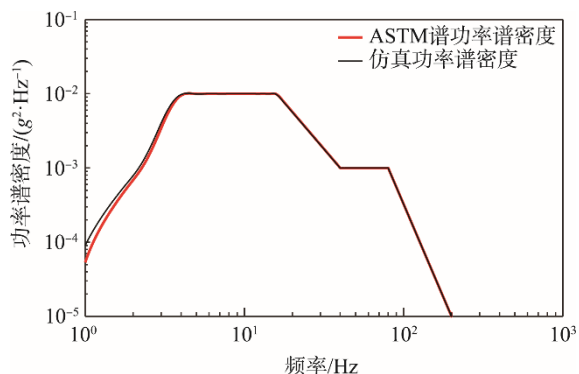


图4 目标功率谱密度与仿真功率谱密度的比较

Fig.4 Comparison of target power spectral density and simulated power spectral density

1.2 仿真模型

1.2.1 微分方程

传统包装件一般简化为具有关键部件的双自由度系统, 其在动力学响应表征方面较单自由度系统有一定程度的提高, 但是这种方式只考虑了产品与包装件之间的阻尼系数与弹性系数, 却没有考虑外包装的质量。在此情况下将包装件简化为三自由度半正定系统, 见图 5。\$m_1, m_2, m_3\$ 为均质刚体的质量; \$k_1, k_2, c_1, c_2\$ 分别为线性刚度系数和粘性阻尼系数。其中 \$m_1=1.502\$ kg, \$m_2=2.054\$ kg, \$m_3=1.032\$ kg, \$c_1=1\$ N·m/s, \$c_2=2\$ N·m/s, \$k_1=14\ 900\$ N/m, \$k_2=23\ 720\$ N/m, \$x_1, x_2, x_3\$ 为以静平衡位置为原点的输出位移响应, \$f(t)\$ 为基座输入的激励。

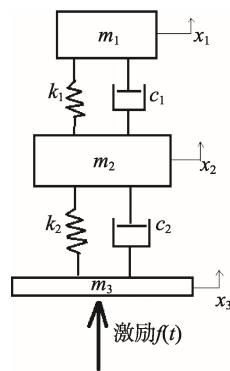


图5 三自由度半正定系统的动力学模型

Fig.5 Dynamic model diagram of three degree of freedom semi-definite system

利用牛顿第二定律, 建立上述三自由度半正定系统的运动微分方程为:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 = k_1(x_2 - x_1) + c_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \\ m_2 \ddot{x}_2 = k_2(x_3 - x_2) + c_2(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) - k_1(x_2 - x_1) - c_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \\ m_3 \ddot{x}_3 = f(t) - k_2(x_3 - x_2) - c_2(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) \end{cases} \quad (1)$$

对三自由度半正定系统动力学微分方程求解可以得到:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 = \frac{1}{m_1}[-k_1 x_1 - c_1 \dot{x}_1 - k_1 x_2 - c_1 \dot{x}_2] \\ \ddot{x}_2 = \frac{1}{m_2}[-(k_1 + k_2)x_2 - (c_1 + c_2)\dot{x}_2 + k_2 x_3 + c_2 \dot{x}_3 + k_1 x_1 + c_1 \dot{x}_1] \\ \ddot{x}_3 = \frac{1}{m_3}[-k_2 x_3 - c_2 \dot{x}_3 + k_2 x_2 + c_2 \dot{x}_2 + f(t)] \end{cases} \quad (2)$$

1.2.2 Matlab/Simulink 模型

式 (2) 中只有前 2 项为耦合项, 后面几项均为

非耦合项。由于非耦合项不会与其他自由度交换,所以可以自成一个系统,式(2)的第1项 $\ddot{x}_1$ 只对应 $\dot{x}_1$ 和 x_1 ,可以得到一个关于 m_1 的封装子系统 subsystem- m_1 。同理第2、第3项也可得到 subsystem- m_2 、subsystem- m_3 。然后再考虑各子系统之间的耦合,并利用 Simulink 子系统封装技术,可以建立如图6所示的仿真模型。

1.3 仿真结果与分析

取激励为随机激励谱(时域化后的 ASTM-D4728),运行仿真可得随机振动的随机加速度激励、包装件产品的加速度响应的时程曲线、加速度幅值频谱、加速度功率谱密度,见图7。

从图7的仿真结果来看,随机激励经过弹簧与阻尼系统的缓冲,传递到部件 m_1 的加速度已减弱到 m_3 的1/5左右。说明弹簧与阻尼系统起到了很好的缓冲作用,但是发现在路面随机激励的作用下,包装件各个部件在时域内的振动响应也均为随机过程,杂乱无序,无法更丰富地反映出其随机振动。利用 Simulink 的频域分析模块以一定采样频率(400 Hz),对输出到包装件部件 m_1 随机振动加速度响应的连续信号进行采样,将连续信号转换成离散信号,得到包装件部件 m_1 随机振动幅值在频域的分布情况,见图8。再

者,利用 Simulink 的 to workspace 模块将时域函数输出存到工作空间里,然后编写 m 文件,用 plot 实现 m_1 部件随机振动功率密度在频域内的分布情况的功率谱密度曲线的绘制,见图9。从图8—9中可以看出, m_1 部件随机振动振幅和功率密度主要集中在较低频段。较高频段振动的振动幅值与功率密度相较于较低频段,都要小许多。

2 试验

2.1 设备和方法

试验对象:由质量块、弹簧和阻尼器组成,见图10。利用此模型可以代替传统的包装件,具有质量块、弹簧和阻尼等试验参数灵活可变的优点,不受传统包装件缺陷的限制(易损坏,不能重复试验),进行模拟包装件试验的测试。

试验设备:苏州苏轼试验仪器有限公司 DC-600-6 通用型电动振动台(风冷);RC-3000 振动控制系统以及扬州英迈克测控技术有限公司压电式加速度计。

试验条件:根据 ASTM-D4728 标准,由 RC-3000 控制系统生成驱动信号,驱动振动台按照预设值进行随机振动。

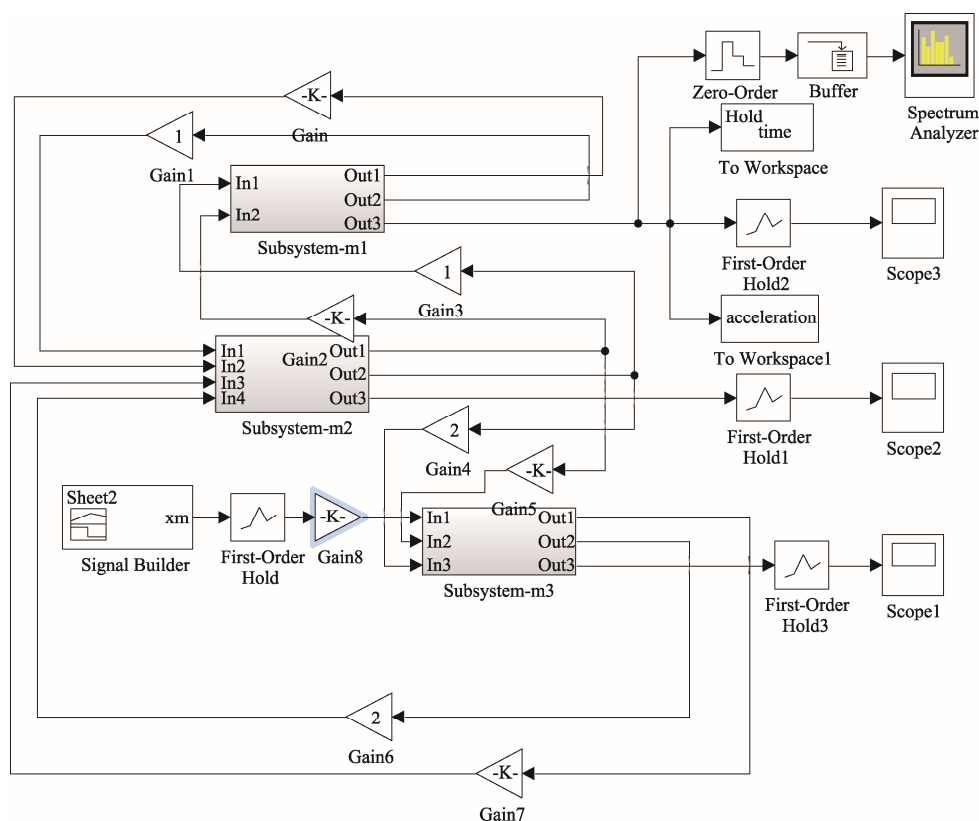


图6 三自由度半正定系统封装

Fig.6 Package diagram of 3-degree of freedom semi-definite system

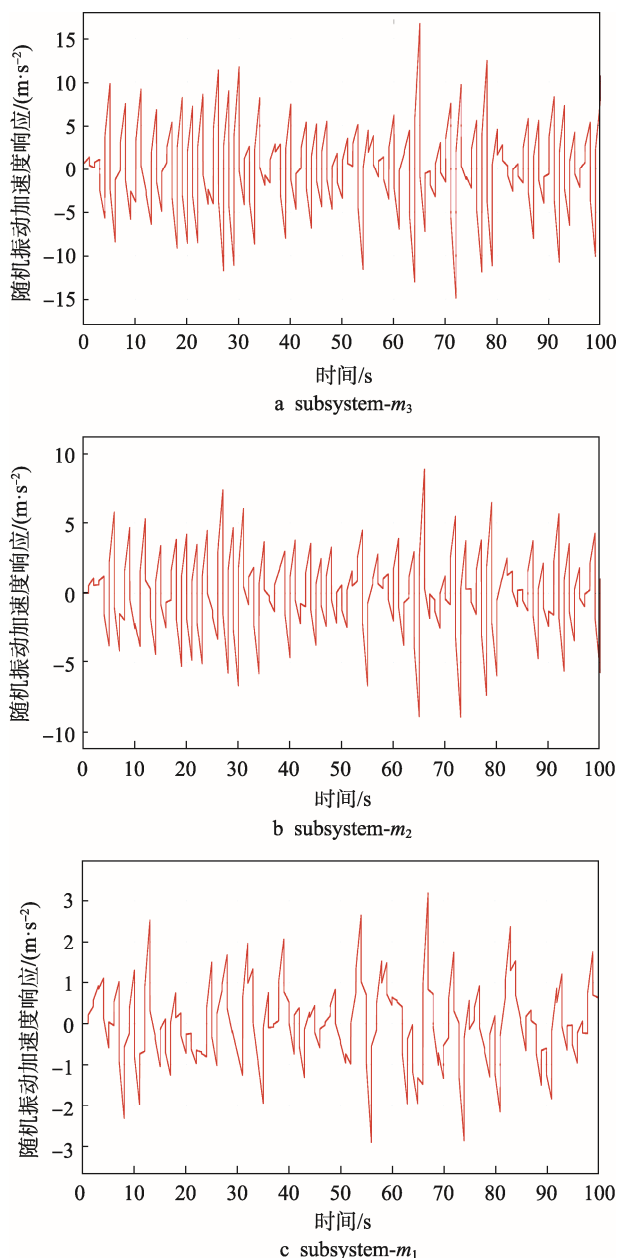


图7 三自由度半正定系统的加速度响应

Fig.7 Acceleration response of 3-dof semi-definite system

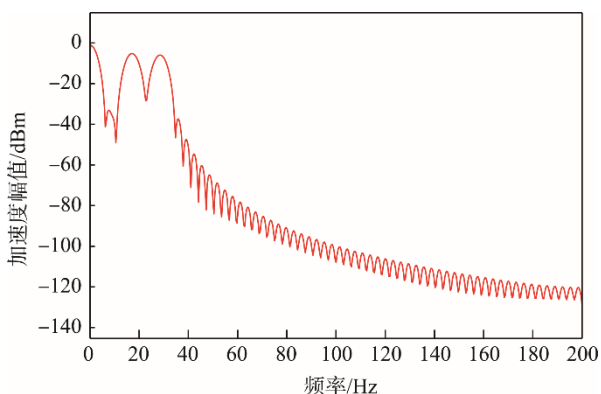
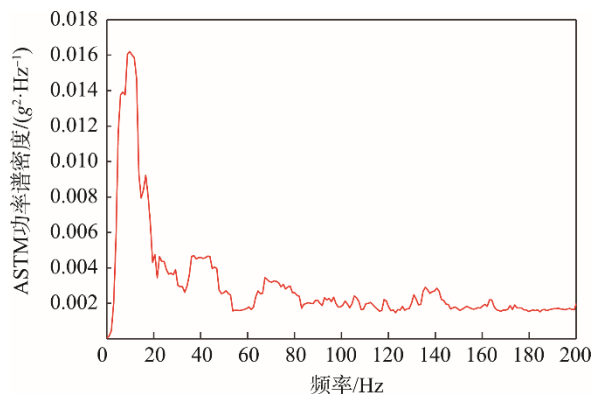
图8 三自由度半正定系统 m_1 的随机振动加速度幅值频谱
Fig.8 Random vibration acceleration amplitude spectrum of m_1 of 3-dof semi-definite system图9 三自由度半正定系统 m_1 的加速度功率谱密度Fig.9 Acceleration power spectral density of m_1 of 3-dof semi-definite system

图10 三自由度半正定系统实物模型

Fig.10 Physical model of 3-dof semi-definite system

2.2 结果与分析

为了验证利用 Matlab/Simulink 搭建的仿真系统的有效性,采用了仿真结果与试验对比的方法。试验数据由 2 个加速度传感器分别固定于振动台面以及三自由度半正定系统顶部测得。试验实测与仿真模拟得到的 m_1 的随机振动加速度功率谱密度见图 11。可以看到, m_1 的随机振动功率谱密度值在较高频段 (80 Hz 以上) 相差的绝对值很小,而在低频段 (80 Hz 以下) 相差的绝对值稍大一些。一方面是由于随机振动 (变频振动) 的谐振引起。在高频段 (80 Hz 以上) 测试目标谱功率谱密度减小,由谐振引起的加速度响应量相应的就小,所以两者相差较小;在较低频段 (80 Hz 以下) 目标谱功率谱密度较大,由谐振引起的加速度响应量就不能忽略了;另一方面,由于没有振动信号反馈系统用于调整模拟仿真振动信号输出的幅值,也会使得模拟仿真的结果稍大于试验结果。从试验与仿真结果来看,在低频段内 (小于 80 Hz), 两者随机振动加速度功率谱密度值的相关性系数达到 0.983, 仿真的还原度非常好;在高频段内 (大于 80 Hz), 相应的相关性系数只达到 0.745,

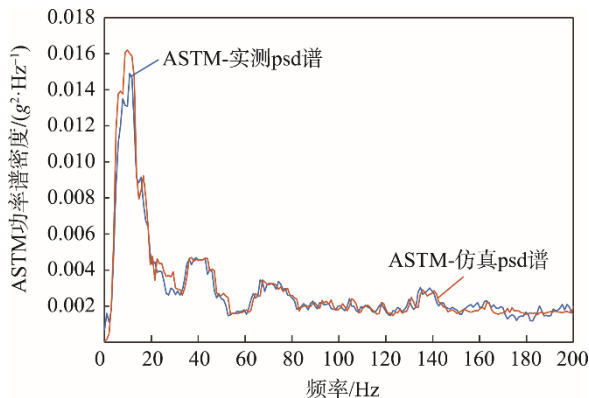


图 11 加速度功率谱密度实测与仿真结果对比

Fig.11 Comparison of measured acceleration power spectral density with simulation results

仿真的还原度相对来说差点。在低频段，加速度功率谱密度值都比高频率段的大许多，虽然其绝对误差大一点，但基数较大，相关性系数较高，相关性较好；高频段功率谱密度值过小，相关性较差。总体来看，利用 Simulink 仿真与试验的随机振动响应结果是相近的（两者的相关性为 0.981 39），仿真结果有一定的参考价值。

3 结语

从随机振动试验与 Matlab 仿真分析 2 个方面，对三自由度半正定系统的随机振动下各部件的加速度动态响应、加速度功率谱密度以及加速度幅值频谱做了充分研究，并比对了仿真与试验的结果。结果显示，利用 Matlab 仿真随机振动试验和实物试验的结果接近，能够近似模拟实物试验的幅频特性和加速度响应特性，在此基础上通过改变模型参数可以拓展其他包装件的随机振动模拟件仿真，然后分析不同参数对包装件随机振动的影响。

利用 Matlab 编写 M 文件，通过在频域信号中添加随机相位信息，实现随机信号从频域到时域的转换，经仿真验证是可行的，其方法可作为频域信号转换为时域信号的一种常用方法。

以前关于随机振动的研究大多以仿真为主，将仿真与试验结合的极少，文中从仿真与试验 2 个方面切入，力求对包装件随机振动的动态响应有一个更清晰的认知。

参考文献：

- [1] 王志伟, 林深伟. 随机振动下产品包装件动态响应的研究和有限元分析[J]. 振动与冲击, 2017, 36(13): 223—229.
WANG Zhi-wei, LIN Shen-wei. Experimental Re-

- search and Finite Element Analysis of Dynamic Response of Product Packaging under Random Vibration[J]. Vibration and Impact, 2017, 36(13): 223—229
- [2] 卜杨, 张新昌. 基于 Ansys Workbench 的吸尘器振动与跌落仿真[J]. 包装工程, 2017, 38(13): 132—137.
BU Yang, ZHANG Xin-chang. Vacuum Cleaner Vibration and Drop Simulation Based on Ansys Workbench[J]. Packaging Engineering, 2017, 38(13): 132—137.
- [3] 潘飞, 张广文. 智能坐便器包装件随机振动仿真和疲劳仿真[J]. 机械工程与自动化, 2018(2): 84—85.
PAN Fei, ZHANG Guang-wen. Random Vibration Simulation and Fatigue Simulation of Intelligent Toilet Package[J]. Mechanical Engineering and Automation, 2018(2): 84—85.
- [4] 邓志辉, 李亮, 刘红达, 等. 卧式吸尘器包装结构有限元研究[J]. 轻工机械, 2018, 36(4): 7—13.
DENG Zhi-hui, LI Liang, LIU Hong-da, et al. Finite Element Study on Packaging Structure of Horizontal Vacuum Cleaner[J]. Light Industrial Machinery, 2018, 36(4): 7—13.
- [5] 江春冬, 武玉维, 杜太行, 等. 包装件在随机振动下的破损机理及相关量检测[J]. 中国测试, 2015, 41(8): 27—30.
JIANG Chun-dong, WU Yu-wei, DU Tai-hang, et al. Damage Mechanism and Related Quantity Detection of Packaging under Random Vibration[J]. China Test, 2015, 41(8): 27—30.
- [6] 王志伟, 刘远珍. 随机振动下包装件加速度响应的非高斯特征[J]. 振动与冲击, 2018, 37(17): 49—55.
WANG Zhi-wei, LIU Yuan-zhen. Non-gaussian Characteristics of Acceleration Response of Packaging under Random Vibration[J]. Vibration and Shock, 2018, 37(17): 49—55.
- [7] ZHUDA-PENG. Digital Generation of Non-gaussian Random Vibration Signals in Railway Transportation and Package Response Analysis[J]. Concurrency and Computation: Practice and Experience, 2019, 31(10).
- [8] 陈俊, 陈海飞, 高金凤. 基于输入时延的线性连续时不变系统量化分析与控制[J]. 机电工程, 2018, 35(1): 89—94.
CHEN Jun, CHEN Hai-fei, GAO Jin-feng. Quantitative Analysis and Control of Linear Continuous Time-invariant Systems Based on Input Delay[J]. Electromechanical Engineering, 2018, 35(1): 89—94.
- [9] 陈杰平, 陈无畏, 祝辉, 等. 基于 Matlab/Simulink 的随机路面建模与不平度仿真[J]. 农业机械学报, 2010, 41(3): 11—15.
CHEN Jie-ping, CHEN Wu-wei, ZHU Hui, et al. Random Road Surface Modeling and Roughness Simulation Based on Matlab/Simulink[J]. Acta Agronomica Sinica, 2010, 41(3): 11—15.
- [10] 朱玉田, 郑立辉, 陈龙安. 滑行车运行过程的随机振动仿真[J]. 中国工程机械学报, 2015, 13(5):

- 406—411.
ZHU Yu-tian, ZHENG Li-hui, CHEN Long-an. Random Vibration Simulation of Scooter Running Process[J]. Chinese Journal of Construction Machinery, 2015, 13(5): 406—411.
- [11] 李晓刚. 运输包装系统随机振动频域分析[J]. 包装工程, 2012, 33(15): 50—54.
LI Xiao-gang. Random Vibration Frequency Domain Analysis of Transportation Packaging System[J]. Packaging Engineering, 2012, 33(15): 50—54.
- [12] ZHENG Rong-hui, CHEN Huai-hai, VANDEPITTE D, et al. Multi-Exciter Stationary Non-gaussian Random Vibration Test with Time Domain Randomization[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 122: 103—116.
- [13] HSUEH K D. A Generalized Approach to Random Noise Synthesis[J]. Theory and Computer Simulation, 1990, 127(4): 489—498.
- [14] SMALLWOOD D O. A Frequency Domain Method For the Eeneration of Partially Coherent Normal Stationary Time Domain Signals[J]. Shock and Vibration, 1993, 89(1): 45—50.
- [15] LU Yong-xing, GUO Jia-hua. Method Based on Bi-Spectrum Research on Driving Signal Generation in Multi Random Vibration Test[J]. Applied Mechanics and Materials, 2014, 543/544/545/546/547: 2614—2618.
- [16] 陆勇星, 陈怀海, 曹立娟. 多点随机振动控制试验中随机相位双谱恢复方法[J]. 振动工程学报, 2010, 23(4): 420—423.
LU Yong-xing, CHEN Huai-hai, CAO Li-juan. Random Phase Spectrum Restoration Method in Multipoint Random Vibration Control Test[J]. Journal of Vibration Engineering, 2010, 23(4): 420—423.