2-UPS/(S+SPR)R 并联机构伴随运动与正反解分析

李清 1,2 , 丰玉玺 1 , 刘荣帅 1 , 张鹏 1 , 赵立婷 1 , 张维朋 2 (1.中北大学 机械工程学院 , 太原 030051 ; 2.宁波财经学院 , 浙江 宁波 315175)

摘要:目的 分析含有闭环单元的三自由度 2-UPS/(S+SPR)R 并联机构是否具有伴随运动,并对该机构的位姿正逆解进行分析。方法 利用欧拉变化得到旋转矩阵,结合机构的结构特性建立约束方程,分析机构是否具有伴随运动和机构的位姿逆解。利用粒子群 (PSO) 算法分析机构的位姿正解。结果 该机构不具备 z 轴方向的转动伴随运动,建立了位姿逆解方程;通过 PSO 算法在输入驱动参数的情况下,可以精确地得到动平台的位姿。结论 机构不存在伴随运动,通过 PSO 优化算法得到了位姿正解精确的数值解,为分析机构的工作空间提供了良好的基础。

关键词:2-UPS/(S+SPR)R; 伴随运动; 位姿正逆解; PSO

中图分类号:TH112 文献标识码:A 文章编号:1001-3563(2020)07-0164-05

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2020.07.023

Concomitant Motion and Forward and Inverse Solutions of 2-UPS/(S+SPR)R Parallel Mechanism

LI Qing^{1,2}, FENG Yu-xi¹, LIU Rong-shuai¹, ZHANG Peng¹, ZHAO Li-ting¹, ZHANG Wei-peng²

(1.School of Mechanical Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China; 2.Ningbo University of Finance & Economics, Ningbo 315175, China)

ABSTRACT: The work aims to analyze whether a three-degree-of-freedom 2-UPS/(S+SPR)R parallel mechanism with closed-loop elements has concomitant motion and its forward and inverse position solutions. The rotation matrix was obtained by Euler's change, and the constraint equation was established based on the structural characteristics of the mechanism to analyze whether the proposed mechanism had concomitant motion and its reverse position solution. The particle swarm optimization (PSO) algorithm was used to analyze the forward position of the mechanism. The mechanism had no concomitant motion of the z-axis rotation, and the inverse position equation was established. The PSO algorithm could accurately obtain the position of the moving platform when the driving parameters were entered. The proposed mechanism does not have concomitant motion. The precise numerical solution of the forward position solution is obtained through the PSO optimization algorithm, which provides a good basis for analyzing the working space of the mechanism.

KEY WORDS: 2-UPS/(S+SPR)R; concomitant motion; forward and reverse position solutions; PSO

由于并联机构具有结构紧凑、承载能力强等优良特性,因而广泛地应用于食品、电子、化工、包装等

领域[1-2]。如 DELTA 机器人,通过更改机器人的操作端,在包装生产流程中完成抓取、分拣、装箱、搬

收稿日期: 2019-12-13

基金项目:浙江省公益基金 (2016C31130);宁波自然科学基金 (2015A610143);山西省自然科学基金 (201901D111132)

作者简介:李清(1966—),男,中北大学副教授,主要研究方向为机构理论与机器人装备。

运等工作^[3]。为了使并联机构能够更好地应用于各领域,国内外学者在并联机构中引入闭环结构单元。闭环结构单元的并联机构具有摩擦小、反应迅速、精度高等优点^[4—3]。

曹磊等[6]设计了可提高包装工作效率的 3-PUPU 并联机构,并对其运动学进行了详细的分析。吕叶萍等[7]提出的 2R1T 闭环单元并联机构灵活度高,可适用于多种包装工序。QU Hai-bo等[8]提出了一种基于闭环驱动单元 RaPWs 进行构型综合的方法。夏昊等[9]通过 RPY 角度变换,分析了并联机构是否存在伴随运动。陈森等[10]利用粒子群算法分析机构的位姿正解,并得到了精确解。李平等[11]构造了一种 ABCN-Newton 组合算法,用于求解并联机构正解。刘伟锐等[12]通过进一步改进粒子群算法,使其在求解正解时的结果更加准确。

文中对 2-UPS/(S+SPR)R 并联机构进行分析,确定是否具有伴随运动,同时利用改进后的 PSO 算法对机构的位姿正解进行分析求解。

1 机构伴随运动分析

1.1 机构描述

含有闭环单元的 2-UPS/(S+SPR)R 并联机构的自由度为 2R1T, 见图 1。该机构由 1 个等腰直角三角形的动平台、1 个等边三角形的定平台及 3 条支链构成,其中有 2 条支链是 UPS,SR 支链与 SPR 支链构成含有闭环单元的支链。2 条 UPS 支链中的 U 副分别与定平台的顶点 A_2 , A_3 连接,S 副分别与动平台的 B_2 , B_3 相连,P 副则为驱动副;SR 支链由 S 副与定平台的 A_0 相连,通过 R 副与动平台的 B_1 点相连,SPR 支链中的 S 副与 A_2A_3 的中点 A_1 连接,R 副与 SR 支

链上的 B_0 相连,且满足 $A_0B_0=2/3A_0B_1$ 。

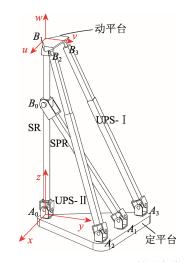


图 1 2-UPS/(S+SPR)R 并联机构 Fig.1 Parallel mechanism 2-UPS/(S+SPR)R

1.2 伴随运动分析

通过研究发现,有些并联机构在运动过程中出现被约束的自由度运动,人们把这种运动称为伴随运动[13—14]。伴随运动由并联机构的结构特性决定,若该机构存在伴随运动,则会影响机构的工作性能,增大机构的控制难度。

由图 1 可知,初始位置为定平台与动平台平行,建立以 A_0 为原心的定坐标系 A_0 -xyz 和以 B_1 为原心的动坐标系 B_1 -uvw。其中,y 轴 A_0 指向 A_1 ,且与 A_1A_3 垂直;z 轴与 A_0B_1 相重合,且与定平台垂直;x 轴通过右手定则确定;v 轴由 B_1 指向 B_2B_3 ,且与 B_2B_3 垂直;w 轴与动平台垂直向上;u 轴满足右手定则。设机构的主要参数为 A_0A_2 =a, B_1B_2 =b, A_0B_1 =c。

通过欧拉变换 Z-Y-X 型描述动平台的方向和姿态,所以动坐标系相对于定坐标旋转矩阵为:

$$\mathbf{R} = R_{(z)}(\alpha)R_{(y)}(\beta)R_{(x)}(\gamma) = \begin{cases} \cos\alpha\cos\beta & \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma & \cos\alpha\sin\beta\cos\gamma + \sin\alpha\sin\gamma \\ \sin\alpha\cos\beta & \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma + \cos\alpha\cos\gamma & \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma - \cos\alpha\sin\gamma \\ -\sin\beta & \cos\beta\sin\gamma & \cos\beta\cos\gamma \end{cases}$$
(1)

 A_0 , A_1 , A_2 , A_3 在固定坐标系 A_0 -xyz 的位置矢量为:

$$\mathbf{A}_{0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\mathbf{A}_{1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}a & 0 \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\mathbf{A}_{2} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}a & \frac{\sqrt{3}}{2}a & 0 \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\mathbf{A}_{3} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}a & \frac{\sqrt{3}}{2}a & 0 \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$(2)$$

 B_1 相对于定坐标系的位置矢量 P=(X,Y,Z),所以动平台上的 B_i (i=1,2,3),点在定坐标系下的位置矢

量为:

$$\boldsymbol{B}_{i} = \boldsymbol{P} + \boldsymbol{R}\boldsymbol{B}_{i}^{\prime} \tag{3}$$

式中: B_i' 为 B_i (i=1,2,3) 点在动坐标系下的位置矢量,分别为:

$$\mathbf{B}_{1}' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\mathbf{B}_{2}' = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}b & \frac{\sqrt{2}}{2}b & 0 \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\mathbf{B}_{3}' = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2}b & \frac{\sqrt{2}}{2}b & 0 \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$(4)$$

将式(1)和式(4)代入式(3)即可求得 B(i=1,2,3) 点在定坐标系下的位置矢量为:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{B}_{1} &= \left(X, Y, Z \right)^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{B}_{2} &= \\ &\left\{ \frac{\sqrt{2}}{2} b \cos \alpha \cos \beta + \frac{\sqrt{2}}{2} b \left(\cos \alpha \sin \beta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma \right) + X \right. \\ &\left\{ \frac{\sqrt{2}}{2} b \sin \alpha \cos \beta + \frac{\sqrt{2}}{2} b \left(\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma \right) + Y \right. \\ &\left. - \frac{\sqrt{2}}{2} b \sin \beta S_{\beta} + \frac{\sqrt{2}}{2} b \cos \beta \sin \gamma + Z \right. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} -\frac{\sqrt{2}}{2}b\cos\alpha\cos\beta + \frac{\sqrt{2}}{2}b(\cos\alpha\sin\beta\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma) + X \\ -\frac{\sqrt{2}}{2}b\sin\alpha\cos\beta + \frac{\sqrt{2}}{2}b(\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma + \cos\alpha\cos\gamma) + Y \\ \frac{\sqrt{2}}{2}b\sin\beta S_{\beta} + \frac{\sqrt{2}}{2}b\cos\beta\sin\gamma + Z \end{cases}$$

根据机构的结构情况可知 $_1B_2B_3$ 与定坐标系下的 $_2B_3$ 与 $_2B_3$ 与 $_2B_3$ 与 $_2B_3$ 与 $_2B_3$ 与 $_2B_3$ 关系,故可得到以下约束方程:

$$B_2B_3 \cdot (0 \ 1 \ 0) = 0$$

 $B_2B_3 \cdot (X \ Y \ Z) = 0$
式中 B_2B_3 矢量为:

$$\mathbf{B}_{2}\mathbf{B}_{3} = \begin{bmatrix} -\sqrt{2}b\cos\alpha\cos\beta \\ -\sqrt{2}b\sin\alpha\cos\beta \\ \sqrt{2}b\sin\beta \end{bmatrix}$$
 (7)

通过计算可得:

$$X = \frac{Z \tan \beta}{\cos \alpha} \tag{8}$$

根据结构参数 X , Z 的变化不受 α 的影响,只有当 $\cos \alpha = 1$ 时才能满足要求。此时 $\alpha = 0$, 所以该机构是不存在绕 z 轴转动的伴随运动。

2 位姿反解分析

位姿反解是机构运动速度的基础,就是已知输出运动参数,求解输入的驱动参数。对于该机构是已知 β , γ 及 Y,求 A_1B_0 , A_2B_2 , A_3B_3 ,其矢量分别表示为 \boldsymbol{l}_1 , \boldsymbol{l}_2 , \boldsymbol{l}_3 。当 α =0 时,其在定坐标系下的位置矢量:

$$I_{1} = \left(\frac{2}{3}X, \frac{2}{3}Y - \frac{\sqrt{3}}{2}a, \frac{2}{3}Z\right)^{1}$$

$$\left[\frac{\sqrt{2}}{3}h\cos\beta + \frac{\sqrt{2}}{3}h\sin\beta\sin\gamma + X - \frac{1}{3}a\right]$$
(9)

$$I_{2} = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2}b\cos\beta + \frac{\sqrt{2}}{2}b\sin\beta\sin\gamma + X - \frac{1}{2}a \\ \frac{\sqrt{2}}{2}b\cos\gamma + Y - \frac{\sqrt{3}}{2}a \\ -\frac{\sqrt{2}}{2}b\sin\beta + \frac{\sqrt{2}}{2}b\cos\beta\sin\gamma + Z \end{cases}$$
(10)

$$I_{3} = \begin{cases} -\frac{\sqrt{2}}{2}b\cos\beta + \frac{\sqrt{2}}{2}b\sin\beta\sin\gamma + X + \frac{1}{2}a \\ \frac{\sqrt{2}}{2}b\cos\gamma + Y - \frac{\sqrt{3}}{2}a \\ \frac{\sqrt{2}}{2}b\sin\beta + \frac{\sqrt{2}}{2}b\cos\beta\sin\gamma + Z \end{cases}$$
(11)

根据机构的几何结构关系可得如下关系式:

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = c^2 (12)$$

同时,机构运动到任意位置矢量 A_0B_1 与矢量 B_2B_3 保持相互垂直的关系:

$$\boldsymbol{A}_0 \boldsymbol{B}_1 \cdot \boldsymbol{B}_2 \boldsymbol{B}_3 = 0 \tag{13}$$

由式(12—13)可得动坐标系相对定坐标系的位置矢量 P:

$$\mathbf{P} = \left(\sin \beta \sqrt{c^2 - Y^2} \quad Y \quad \frac{\sqrt{c^2 - Y^2}}{\sec \beta}\right) \tag{14}$$

于是求得逆解的方程为

$$\left\{ \left(\frac{2}{3} \sin \beta \sqrt{c^2 - Y^2} \right)^2 + \left(\frac{2}{3} Y - \frac{\sqrt{3}}{2} a \right)^2 + \left(\frac{2}{3} \sqrt{c^2 - Y^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}$$

$$(15)$$

$$l_2 = \left\{ \left(\sin \beta \sqrt{c^2 - Y^2} + \frac{\sqrt{2}}{2} b (\cos \beta + \sin \gamma \sin \beta) - \frac{1}{2} a \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} b \cos \gamma - \frac{\sqrt{3}}{2} a \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{c^2 - Y^2}}{\sec \beta} + \frac{\sqrt{2}}{2} b (-\sin \beta + \cos \beta \sin \gamma) \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$(16)$$

$$l_3 = \left\{ \left(\sin \beta \sqrt{c^2 - Y^2} + \frac{\sqrt{2}}{2} b (\cos \beta + \sin \gamma \sin \beta) + \frac{1}{2} a \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} b \cos \gamma - \frac{\sqrt{3}}{2} a \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} b \cos \gamma - \frac{\sqrt{3}}{2} a \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} b (\sin \beta + \cos \beta \sin \gamma) \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$(17)$$

3 位姿正解分析

已知 2-UPS/(S+SPR)R 并联机构的 3 个输入驱动参数,求解其运动学正解位姿参数 β , γ 及 Y。通常采用数值法或解析法解决并联机构的正解问题。解析法的计算量大且计算效率低,数值法受初始设定值影响较大。

文中采用粒子群(PSO)优化算法解决正解问题,

它是由 Kennedy 和 Eberhart 提出的一种仿生优化方法,与传统的优化方法相比,全局优化能力强且能够较快地收敛于所求的解[13]。计算过程如下所述。

1) 确定目标函数

$$f_1 = l_1 - l_{i1}$$

$$f_2 = l_2 - l_{i2}$$

$$f_3 = l_3 - l_{i3}$$
(18)

式中: l_1 , l_2 , l_3 为驱动输入方程,由位置逆解分析可得。

 l_{i1} , l_{i2} , l_{i3} 为驱动输入参数,它们的取值范围分别为:

$$-23 \text{ mm} \leq l_{i1} \leq 23 \text{ mm}$$

$$-32 \text{ mm} \leq l_{i2} \leq 32 \text{ mm}$$
(19)

$$-32 \text{ mm} \leq l_{i3} \leq 32 \text{ mm}$$

2) 适应度函数:

$$F = |f_1| + |f_2| + |f_3| \tag{20}$$

将其设置为收敛结果的指标,当其小于 10^{-6} 时,运行结束。

3) 初始化 PSO 函数。在运行初始需要设定各项参数,包括粒子位置 $x=(\beta,\gamma,Y)$ 种群规模及最大迭代次数等,具体设置见表 1。

在输入参数的取值范围内,选择不同的参数输入运行文件中,结果见表 2。

表 1 粒子群优化算法参数 Tab.1 Particle swarm optimization algorithm parameters

参数	数值
种群规模	40
最大迭代次数	1500
惯性权重	0.9
学习因子	2
搜索空间维数	3
的取值范围	[-30°, 30°]
<i>y</i> 的取值范围	$[-60^{\circ}, 60^{\circ}]$
Y的取值范围/mm	[-20, 110]

表 2 位姿正解运算结果

Tab.2 Calculation results of forward position solution

算 例	输 入		输 出			
	l_{i1}/mm	l_{i2}/mm	l _{i3} /mm	β/(°)	γ/ (°)	Y/mm
1	0	-24	26	-0.680	1.713	0.311
2	0	26	-24	7.051	7.557	1.354
3	-23	-32	-32	8.956	1.099	2.785
4	2.43	-28.5	21.5	-2.987	-0.091	-0.087
5	1.62	23	-27	-3.478	3.919	-1.397

由表 2 可得,在给定输入驱动参数的条件下,通过 PSO 优化算法均能得到动平台精确的位姿数值解。由图 2 可知,适应度曲线均能够较快收敛,所以 PSO 算法可以高效地达到求正解的目的。

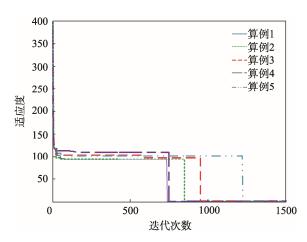


图 2 各算例 PSO 算法适应度曲线

Fig.2 Fitness curve of PSO algorithm for each example

4 结语

对含有闭环单元的 2-UPS/(S+SPR)R 并联机构进行伴随运动分析,可知机构在 z 轴上不存在转动伴随运动。结合机构的结构特性得到了机构的位姿逆解方程。通过粒子群(PSO)算法得到了位姿正解的精确数值解,为求解机构精确的工作空间提供了良好的基础。

参考文献:

- [1] AKHBARI S, MAHBOUBKHAH M, GADIMZADEH A. Circular Motion Analysis for a Novel 4-DOF Parallel Kinematic Machine[J]. Journal Ournal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2019, 41(5): 215.
- [2] 李瑞琴, 郭为忠. 现代机构学理论与应用研究进展 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2014: 262—270. LI Rui-qin, GUO Wei-zhong. Progress in the Theory and Application of Modern Institutional Research[M]. Beijing: Higher Education Press, 2014: 262—270.
- [3] 康晓娟. Delta 并联机器人的发展及其在食品工业上的应用[J]. 食品与机械, 2014, 30(5): 167—172. KANG Xiao-juan. Development of Delta Parallel Robot and Its Application in Food Industry[J]. Food and Machinery, 2014, 30(5): 167—172.
- [4] 刘文兰. 空间多闭环过约束机构受力机理分析[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2018: 13—18.

 LIU Wen-lan. Analysis of the Force Mechanism of Multi-closed Space Over-constrained Mechanism[D].

 Qinhuangdao: Yanshan University, 2018: 13—18.

- [5] MARLOW K, ISAKSSON M, NAHAVANDI S. Motion/Force Transmission Analysis of Planar Parallel Mechanisms with Closed-loop Subchains[J]. Journal of Mechanical Design, 2016, 138(6): 062302.
- [6] 曹磊, 马春生, 李瑞琴, 等. 3-PUPU 并联机构的运动 学分析与仿真[J]. 包装工程, 2018, 39(3): 118—123. CAO Lei, MA Chun-sheng, LI Rui-qin, et al. Kinematics Analysis and Simulation of 3-PUPU Parallel Mechanism[J]. Packaging Engineering, 2018, 39(3): 118—123.
- [7] 吕叶萍, 许勇, 刘勇, 等. 一种含闭环结构单元的新型 2R1T 并联机构运动性能优化[J]. 机械设计与研究, 2019, 35(2): 50—54.
 LYU Ye-ping, XU Yong, LIU Yong, et al. Kinematic

Performance Optimization of a New 2R1T Parallel Mechanism with Closed-loop Structural Units[J]. Mechanical Design and Research, 2019, 35(2): 50—54.

- [8] QU Hai-bo, FANG Yue-fa, GUO Sheng. Structural Synthesis of a Class of 3-DOF Wrist Mechanisms with Redundantly-actuated Closed-loop Units[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C-Journal of Mechanical Engineering Science, 2016, 230(2): 276—290.
- [9] 夏昊, 赵耀虹, 李瑞琴. UPS+UPR+S 并联机构伴随运动及正逆解分析[J]. 包装工程, 2018, 39(7): 136—140.
 - XIA Hao, ZHAO Yao-hong, LI Rui-qin. Analysis of Accompanying Motion and Forward and Inverse Solutions of UPS+UPR+S Parallel Mechanism[J]. Packaging Engineering, 2018, 39(7): 136—140.
- [10] 陈森, 张氢, 葛韵斐, 等. 2UPR-RRU 并联机构及其运动学分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2019, 45(6): 1145—1152.
 - CHEN Miao, ZHANG Qing, GE Yun-fei, et al.

- 2UPR-RRU Parallel Mechanism and its Kinematics Analysis[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2019, 45(6): 1145—1152.
- [11] 李平,彭斯洋,车林仙,等.并联机构位置正解的人工蜂群和牛顿组合算法[J]. 机械传动,2019,43(4):44—50.
 - LI Ping, PENG Si-yang, CHE Lin-xian, et al. The Combination Algorithm of Artificial Bee Colony and Newton for the Positive Position Solution of Parallel Mechanism[J]. Mechanical Transmission, 2019, 43(4): 44—50.
- [12] 刘伟锐, 赵恒华. 改进粒子群算法在并联机构位置 正 解 中 的 应 用 [J]. 机 械 设 计 与 制 造 , 2014(2): 181—183.
 - LIU Wei-rui, ZHAO Heng-hua. Application of Improved Particle Swarm Optimization Algorithm in Forward Position Solution of Parallel Mechanism[J]. Mechanical Design and Manufacturing, 2014(2): 181—183.
- [13] 黄真,赵永生,赵铁石.高等空间机构学(第 2版)[M].北京:高等教育出版社,2008:127—135. HUANG Zhen, ZHAO Yong-sheng, ZHAO Tie-shi. Higher Space Institutional Studies (Second Edition) [M]. Beijing: Higher Education Press, 2008:127—135.
- [14] CARRETERO J A, PODHORODESKIR R P, NAHON M A, et al. Kinematic Analysis and Optimization of A New Three Degree-of-freedom Spatial Parallel Manipulator[J]. Journal of Mechanical Design, 2000, 122(1): 17—24.
- [15] 毛冰滟. 基于群智能优化算法的并联机构位姿标定研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2018: 25—27.
 - MAO Bing-yan. Posture Calibration of Parallel Mechanism Based on Swarm Intelligence Optimization Algorithm[D]. Chongqing: Chongqing University, 2018: 25—27.