

一种含有闭环单元的并联机构运动学分析

丰玉玺¹, 李清^{1,2}, 刘荣帅¹, 张鹏¹, 赵立婷¹, 张维朋²

(1.中北大学, 太原 030051; 2.宁波财经学院, 宁波 315175)

摘要: **目的** 针对自动包装生产线上快速、高精度的分拣, 提出一种含有闭环单元的 2-UPS/(S+SPR)R 并联机构。**方法** 利用螺旋理论建立 2-UPS/(S+SPR)R 的旋转矩阵, 得到机构的自由度。采用闭环矢量法计算出机构的位置逆解。在 SolidWorks 中, 通过 Motion 分析得到工作空间的所有数据点坐标, 然后将全部的数据点导入 Matlab, 绘制出机构有效的工作空间。**结果** 求解显示该并联机构有绕 x 轴转动、绕 y 轴转动和沿 y 方向移动等 3 个自由度, 得到盾牌形弧状的工作空间。**结论** 该机构具有较大的运动空间, 且灵活性好, 能够有效地提高包装工作效率。

关键词: 闭环单元; 2-UPS/(S+SPR)R; 自由度; 位置逆解; 分拣

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2020)07-0185-05

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2020.07.026

Kinematics of a Parallel Mechanism with Closed-loop Unit

FENG Yu-xi¹, LI Qing^{1,2}, LIU Rong-shuai¹, ZHANG Peng¹, ZHAO Li-ting¹, ZHANG Wei-peng²

(1.North University of China, Taiyuan 030051, China;

2.Ningbo University of Finance & Economics, Ningbo 315175, China)

ABSTRACT: The work aims to propose a 2-UPS/(S+SPR)R parallel mechanism with closed-loop unit for fast and high precision sorting in automatic packaging production line. The rotation matrix of 2-UPS/(S+SPR)R was established with the screw theory to obtain the degrees of freedom of the mechanism. The inverse position solution of the mechanism was calculated by the closed-loop vector method. In SOLIDWORKS, all the data point coordinates of the working space were obtained through Motion analysis, and then all the data points were imported into Matlab to draw an effective working space of the mechanism. The solution showed that the proposed parallel mechanism had three degrees of freedom around the x-axis, around the y-axis, and in the y-direction, resulting in a shield-shaped arc-shaped working space. The proposed mechanism has a large movement space and good flexibility, which can effectively improve the working efficiency of packaging.

KEY WORDS: closed-loop unit; 2-UPS/(S+SPR)R; degrees of freedom; inverse position solution; sorting

随着现代工业的高速发展, 并联机构的应用领域不断扩大, 为提高并联机构在各领域的适用性, 国内外学者在并联机构中引入闭环结构单元^[1-4]。闭环结构单元从结构上看为几何封闭。含有闭环结构

单元的并联机构与传统的并联机构相比, 具有摩擦小、加工简单、结构紧凑等优点, 是并联机构中的研究热点^[5]。

Qu Haibo 等^[6]提出了基于闭环驱动单元的

收稿日期: 2019-09-11

基金项目: 浙江省公益基金(2016C31130); 宁波自然科学基金(2015A610143); 山西省自然基金(201701D121079)

作者简介: 丰玉玺(1994—), 男, 中北大学硕士生, 主攻机构理论与机器人装备。

通信作者: 李清(1966—), 男, 中北大学副教授, 主要研究方向为机构理论与机器人装备。

RaPWS 结构综合方法 ;陈宇航等^[7]提出了一种用于含有闭环单元的并联机构运动学建模的方法 ;赵福群等^[8]设计的单支链含闭环五杆单元的新型并联机构 ,提高了机构的承载能力 ;Tian Chunxu 等^[9]提出了具有多种输出模式的含闭环单元的可重构并联机构 ;Marlow Kristan^[10]等分析了含有闭环子链的并联机构的运动性能 ;房海蓉等^[11]研发 5-U(RRP)S/(8U)PU 的闭环并联机构 ,具有高刚度、高精度的性能 ;Li Ruiqin 等^[12]采用螺旋理论对机构进行详细的分析 ;梁世杰等^[13]用三维动态法绘制了并联机构的工作空间 ;李虹等^[14]提出一种适用于包装生产线的单支链含球铰闭环并联机构。

文中提出一种单支链含闭环的新型 2-UPS/(S+SPR)R 并联机构。SPR 支链与 SR 支链构成的闭环结构 ,使得整个机构的刚度得到提高 ,解决并联机构在横向上刚度不足的问题。

1 机构描述及自由度分析

1.1 机构描述

如图 1 所示 ,2-UPS/(S+SPR)R 并联机构包括 1 个等边三角形的定平台、1 个等腰直角三角形的动平台、2 条 UPS 支链和 1 条闭环支链。闭环支链是由 SR 支链和 SPR 支链构成 ,SR 支链通过 S 副与定平台的相连 ,R 副与动平台的直角点 B_1 相连 ;SPR 支链中的 S 副位于 A_2A_3 的中点 ,R 副与 SR 支链上的 B_0 相连 ,且满足 $A_0B_0=2/3A_0B_1$;2 条 UPS 支链中的 U 副分别与定平台的另外 2 个顶点 A_2, A_3 相连 ,S 副分别与动平台的 B_2, B_3 相连。

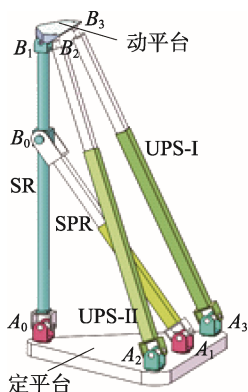


图 1 2-UPS/(S+SPR)R 机构模型
Fig.1 2-UPS/(S+SPR)R mechanism model

1.2 机构自由度分析

对 2-UPS/(S+SPR)R 并联机构求解自由度时 ,需要将闭环结构看做一个一般的并联机构进行自由度分析。首先把闭环链看成一个多自由度的广义运动副 ;然后 ,通过约束分析 ,确定其 2 个运动副元素间

的相对自由度的数目和性质 ;再以相应的若干单自由度运动副代之 ,形成一个串联链 ,用以代替并联机构分支中的闭环^[15-16]。这样就将含闭环支链按一般的并联机构进行自由度分析。

如图 2 所示 ,在 (S+SPR)R 闭环支链上建立静坐标系 A_0-xyz ,原点 A_0 在 SR 支链与定平台相连的 S 副上 ,y 轴由 A_0 指向 A_1 ,z 与定平台垂直 ,x 轴根据右手螺旋法则确定。

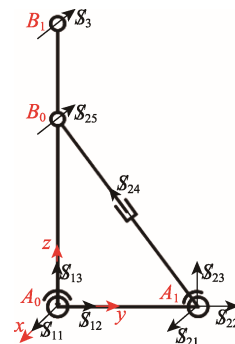


图 2 (S+SPR)R 结构
Fig.2 (S+SPR)R structure

根据螺旋理论 ,首先分析闭环结构 S+SPR ,其中支链 SR 中的 S 副在坐标系 A_0-xyz 中的运动螺旋为 :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{11} &= (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{12} &= (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{13} &= (0 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ 0) \end{aligned} \quad (1)$$

其反螺旋为 :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{11}^r &= (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{12}^r &= (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{13}^r &= (0 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ 0) \end{aligned} \quad (2)$$

支链 SPR 的运动螺旋为 :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{21} &= (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ -\sqrt{3}/2a) \\ \mathcal{S}_{22} &= (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{23} &= (0 \ 0 \ 1; \sqrt{3}/2a \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{24} &= (0 \ 0 \ 0; 0 \ -\sqrt{3}/2a \ 2/3c) \\ \mathcal{S}_{25} &= (1 \ 0 \ 0; 0 \ 2/3c \ 0) \end{aligned} \quad (3)$$

其反螺旋为 :

$$\mathcal{S}_{21}^r = (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ \sqrt{3}/2a) \quad (4)$$

再对闭环结构的约束螺旋 (式 (2) ,式 (4)) 求反螺旋 ,可得到 S+SPR 的等效运动螺旋为 :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_1^m &= (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_2^m &= (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \end{aligned} \quad (5)$$

式 (5) 表示 2 个转动自由度 ,因此 ,S+SPR 闭环链可以看做为一个 2 自由度的广义副 ,这个广义副分别是沿 x 轴和 y 轴轴线方向的转动副的串联。S+SPR 等效为串联链 2R ,则支链 (S+SPR)R 的运动螺旋为 :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_1^m &= (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_2^m &= (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\mathcal{S}_3 = (1 \ 0 \ 0; 0 \ c \ 0)$$

它的约束螺旋为：

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_1^r &= (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_2^r &= (0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1) \\ \mathcal{S}_3^r &= (0 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ 0) \end{aligned} \quad (7)$$

由式(7)可得,支链(S+SPR)R有一个约束力偶和2个约束力。UPS支链的运动螺旋为6维,对机构的自由度不起限制作用。

机构的自由度完全由支链(S+SPR)R决定,为绕 x, y 轴轴线方向的转动和沿 y 轴方向的移动。

2 位置逆解分析

2-UPS/(S+SPR)R 并联机构的位置逆解为给定机构的输出运动参数,求解机构中移动副的位移量 l_i ($i=1, 2, 3$)。如图3所示,设定初始位置定平台与动平台平行,建立以 A_0 为原心的定坐标 A_0-xyz 和以 B_1 为原心的动坐标系 B_1-uvw 。其中, y 轴由 A_0 指向 A_1 ,且与 A_1A_3 垂直; z 轴与 A_0B_1 相重合且与定平台垂直; x 轴通过右手定则确定。 v 轴由 B_1 指向 B_2B_3 且与 B_2B_3 垂直; w 轴与动平台垂直向上; u 轴满足右手定则。设机构的主要参数为 $A_0A_2=a, B_1B_2=b, A_0B_1=c$ 。

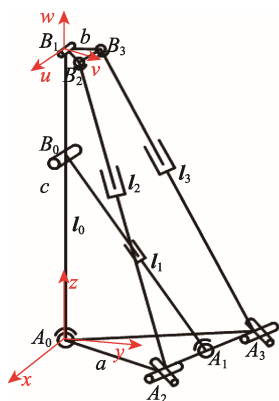


图3 2-UPS/(S+SPR)R 机构运动简图

Fig.3 Motion diagram of 2-UPS/(S+SPR)R mechanism

通过欧拉角 α, β 分别表机构绕 x, y 轴转动角度,由此可以得到动坐标系相对于定坐标旋转矩阵为：

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \mathbf{R}_{(x)}(\alpha) \mathbf{R}_{(y)}(\beta) \\ &= \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta & \sin \beta \cos \alpha \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ -\sin \beta & \cos \beta \sin \alpha & \cos \beta \cos \alpha \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

B_1 相对定坐标系的位置矢量为 $\mathbf{P}=(X, Y, Z)$,所以动平台上的 B_i ($i=1,2,3$)点在定坐标系下的位置矢量为：

$$\mathbf{B}_i = \mathbf{P} + \mathbf{R} \mathbf{B}_i' \quad (9)$$

式中： $\mathbf{B}_i'$ 为 $\mathbf{B}_i$ ($i=1,2,3$)点在动坐标系下的位置矢量,分别为：

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_1' &= (0 \ 0 \ 0)^T \\ \mathbf{B}_2' &= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}b \ \frac{\sqrt{2}}{2}b \ 0 \right)^T \\ \mathbf{B}_3' &= \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}b \ \frac{\sqrt{2}}{2}b \ 0 \right)^T \end{aligned} \quad (10)$$

将式(8), (10)代入式(9)即可求得 $\mathbf{B}_i$ 点在定坐标系下的位置矢量。

在定参考坐标系 A_0-xyz 中,建立位置闭环矢量方程：

$$\mathbf{l}_1 = \frac{2}{3}\mathbf{c} - \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{a}_1 \quad (11)$$

$$\mathbf{l}_2 = \mathbf{c} + \mathbf{b}_2 - \mathbf{a}_2 \quad (12)$$

$$\mathbf{l}_3 = \mathbf{c} + \mathbf{b}_3 - \mathbf{a}_3 \quad (13)$$

式中： $\|\mathbf{l}_i\|$ 为支链 i 的杆长； $\mathbf{a}_1$ 为矢量 A_0A_1 ； $\mathbf{a}_2$ 为矢量 A_0A_2 ； $\mathbf{a}_3$ 为矢量 A_0A_3 ； $\mathbf{b}_2$ 为矢量 B_1B_2 ； $\mathbf{b}_3$ 为矢量 B_1B_3 ； $\mathbf{c}$ 为矢量 A_0B_1 。对式(11—13)等号两边同时取范数,可得到各杆长为：

$$l_1 = \left\| \frac{2}{3}\mathbf{c} - \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{a}_1 \right\| \quad (14)$$

$$l_2 = \|\mathbf{c} + \mathbf{b}_2 - \mathbf{a}_2\| \quad (15)$$

$$l_3 = \|\mathbf{c} + \mathbf{b}_3 - \mathbf{a}_3\| \quad (16)$$

根据机构的几何关系,动坐标系相对定坐标系的位置矢量 $\mathbf{P}$ 满足关系：

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = c^2 \quad (17)$$

同时,机构在运动的过程中,在定坐标系下矢量 A_0B_1 与矢量 B_2B_3 保持相互垂直的关系：

$$\mathbf{A}_0\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{B}_2\mathbf{B}_3 = 0 \quad (18)$$

由式(17—18)可得动坐标系相对定坐标系的位置矢量 $\mathbf{P}$ 为：

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \sin \beta \sqrt{c^2 - Y^2} & Y & \frac{\sqrt{c^2 - Y^2}}{\sec \beta} \end{pmatrix} \quad (19)$$

将 $\mathbf{P}$ 带入式(14—16)即可求得各输入杆长为：

$$l_1 = \sqrt{\left(\frac{2}{3} \sin \beta \sqrt{c^2 - Y^2} \right)^2 + \left(\frac{2}{3} Y - \frac{\sqrt{3}}{2} a \right)^2 + \left(\frac{\frac{2}{3} \sqrt{c^2 - Y^2}}{\sec \beta} \right)^2} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} l_2 &= \sqrt{\left(\sin \beta \sqrt{c^2 - Y^2} + \frac{\sqrt{2}}{2} b (\cos \beta + \sin \alpha \sin \beta) - \frac{1}{2} a \right)^2 + \left(Y + \frac{\sqrt{2}}{2} b \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} a \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{c^2 - Y^2}}{\sec \beta} + \frac{\sqrt{2}}{2} b (-\sin \beta + \cos \beta \sin \alpha) \right)^2}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (21)$$

$$l_3 = \left\{ \left(\sin \beta \sqrt{c^2 - Y^2} + \frac{\sqrt{2}}{2} b (\cos \beta + \sin \alpha \sin \beta) + \frac{1}{2} a \right)^2 + \left(Y + \frac{\sqrt{2}}{2} b \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} a \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{c^2 - Y^2}}{\sec \beta} + \frac{\sqrt{2}}{2} b (-\sin \beta + \cos \beta \sin \alpha) \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

3 工作空间分析

工作空间是衡量机构性能的重要指标^[17]。工作空间越大且分布越均匀,则机构的运动范围和灵活性就越好。2-UPS/(S+SPR)R 机构的可达工作空间主要由

各输入杆长和关节运动副的转动角决定。

这里,以动平台与定平台平行且 l_0 与定平台垂直时为初始位置。设定 $l_0=120$ mm, l_1, l_2, l_3 为驱动,变化范围为:

$$\begin{aligned} -23 \text{ mm} &\leq l_1 \leq 23 \text{ mm} \\ -32 \text{ mm} &\leq l_2 \leq 26 \text{ mm} \\ -32 \text{ mm} &\leq l_3 \leq 26 \text{ mm} \end{aligned} \quad (23)$$

在 SolidWorks 中,通过 Motion 分析,得到工作空间的三维视图及所有数据点坐标,但无法反映工作空间的大小,利用 Matlab 能够有效地反映工作空间的大小及视图效果,见图 4。

从图 4 可以看出,2-UPS/(S+SPR)R 机构的工作空间是关于 xz 平面对称,且分布均匀,说明机构灵活性好。

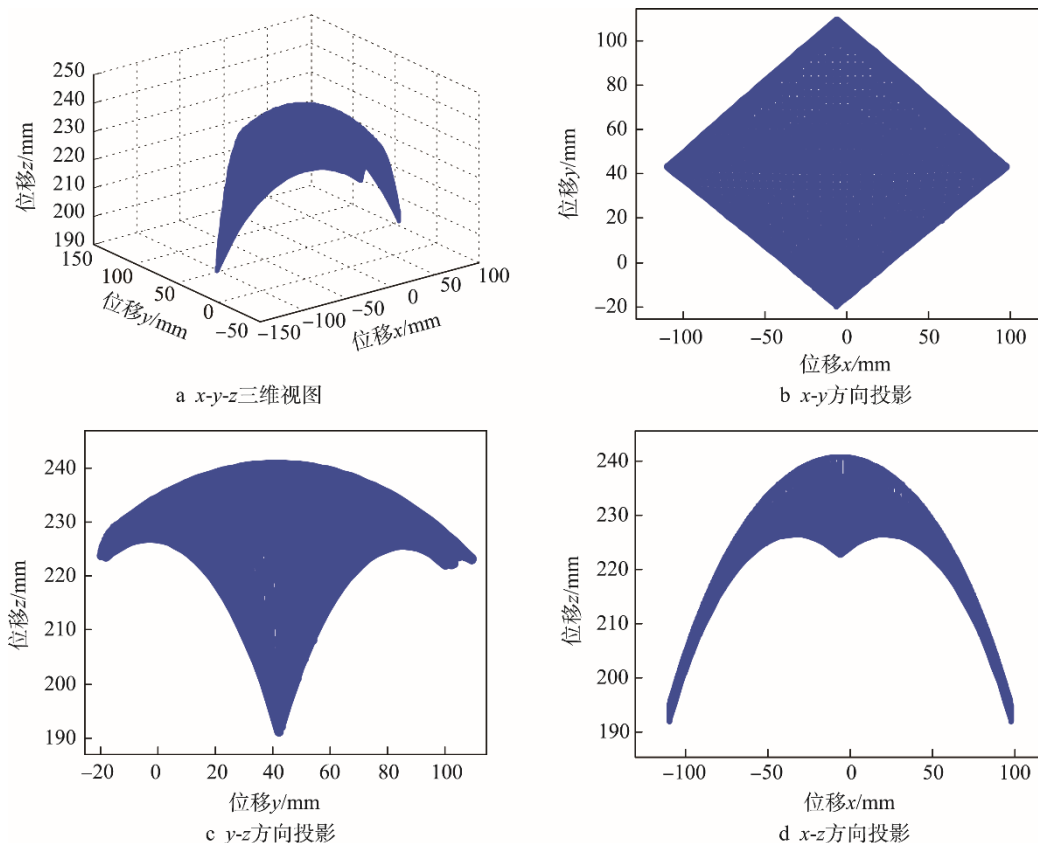


图 4 2-UPS/(S+SPR)R 可达工作空间
Fig.4 2-UPS/(S+SPR)R reachable working space

4 结语

文中设计了一种含有闭环单元的 2-UPS/(S+SPR)R 并联机构。利用螺旋理论对机构进行自由度分析,得到绕 x 轴、 y 轴轴线方向的转动和沿 y 轴方向的移动。并采用闭环矢量法分析了机构的位置逆解。

在 SolidWorks 中,通过 Motion 分析得到工作空

间的数据点坐标,然后利用 Matlab 绘制出机构的工作空间,结果表明,该机构具有良好的灵活性,可应用到包装生产线上。

参考文献:

- [1] 覃才友,黄娟,李小汝.一种新型闭环支链冗余并联机构[J].机械传动,2019,43(7):84—90.
QIN Cai-you, HUANG Juan, LI Xiao-ru. A Novel

- Closed-Loop Branch Redundant Parallel Mechanism[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2019, 43(7): 84—90.
- [2] XIN Gui-yang, DENG Hua, ZHONG Guo-liang. Closed-Form Dynamics of a 3-DOF Spatial Parallel Manipulator by Combining the Lagrangian Formulation with the Virtual Work Principle[J]. Nonlinear Dynamics, 2016, 86(2): 1329—1347.
- [3] 吕叶萍, 许勇, 刘勇, 等. 一种含闭环结构单元的新型 2R1T 并联机构运动性能优化[J]. 机械设计与研究, 2019, 35(2): 50—54.
- LYU Ye-ping, XU Yong, LIU Yong, et al. Optimization of Motion Performance of a New 2R1T Parallel Mechanism with Closed-Loop Structural Elements[J]. Mechanical Design and Research, 2019, 35(2): 50—54.
- [4] SRIVATSAN R A, BANDYOPADHYAY S, GHOSAL A. Analysis of the Degrees-of-Freedom of Spatial Parallel Manipulators Irregular and Singular Configurations[J]. Mechanism Machine Theory, 2013, 69(11): 127—141.
- [5] 文用. 单支链含闭环的三平动并联机构的综合与分析[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2012: 1—3.
- WEN Yong. Synthesis and Analysis of Single-Chain Three-Pole Moving Parallel Mechanism with Closed Loop[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2012: 1—3.
- [6] QU Hai-bo, FANG Yue-fa, GUO Sheng. Structural Synthesis of a Class of 3-DOF Wrist Mechanisms with Redundantly-Actuated Closed-loop Units[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C-Journal of Mechanical Engineering Science, 2016, 230(2): 276—290.
- [7] 陈宇航, 赵铁石, 边辉, 等. 含子闭环的并联机构运动学分析[J]. 农业机械学报, 2015, 46(12): 346—354.
- CHEN Yu-hang, ZHAO Tie-shi, BIAN Hui, et al. Kinematics Analysis of Parallel Mechanism with Closed Loop of Inclusions[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Machinery, 2015, 46(12): 346—354.
- [8] 赵福群, 郭盛, 曲海波. 一种新型具有闭环单元的高刚度冗余并联机构[J]. 机械工程学报, 2017, 53(9): 30—37.
- ZHAO Fu-qun, GUO Sheng, QU Hai-bo. A Novel High Stiffness Redundant Parallel Mechanism with Closed Loop Element[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(9): 30—37.
- [9] TIAN Chun-xu, FANG Yue-fa, GUO Sheng. Structure Synthesis of Reconfigurable Parallel Mechanisms with Closed-loop Metamorphic Linkages[J]. Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers Part C-Journal of Mechanical Engineering Science, 2018, 232(7): 1303—1316.
- [10] MARLOW K, ISAKSSON M, NAHAVANDI S. Motion/Force Transmission Analysis of Planar Parallel Mechanisms with Closed-loop Subchains[J]. Journal of Mechanical Design, 2016, 8(4): 1—11.
- [11] 房海蓉, 王立, 张海强, 等. 一种含闭环支链的新型并联机构设计与分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2019, 45(3): 454—463.
- FANG Hai-rong, WANG Li, ZHANG Hai-qiang, et al. Design and Analysis of a New Type of Parallel Mechanism with Closed-Loop Branching[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2019, 45(3): 454—463.
- [12] LI Rui-qin, WANG Shu-sen, FAN Da-bao. Dynamic Modeling of a 2-RPU+2-UPS Hybrid Manipulator for Machining Application[J]. Modeling Identification and Control, 2017, 38(4): 169—184.
- [13] 梁世杰, 李瑞琴, 孟宏伟, 等. RPR/RRPR 球面并联机构的建模与工作空间分析[J]. 包装工程, 2017, 38(23): 128—132.
- LIANG Shi-jie, LI Rui-qin, MENG Hong-wei, et al. Modeling and Workspace Analysis of RPR/RRPR Spherical Parallel Mechanism[J]. Packaging Engineering, 2017, 38(23): 128—132.
- [14] 李虹, 李亚丽, 李瑞琴, 等. 新型单支链含球铰闭环并联机构的位置分析[J]. 包装工程, 2018, 39(23): 158—163.
- LI Hong, LI Ya-li, LI Rui-qin, et al. Position Analysis of a New Type of Single-Branched Closed-Loop Parallel Mechanism with Ball Joints[J]. Packaging Engineering, 2018, 39(23): 158—163.
- [15] 郭旺旺. 人体肘、膝、踝关节康复机构的可重构设计与康复效果分析[D]. 太原: 中北大学, 2019: 36—38.
- GUO Wang-wang. Reconfigurable Design and Rehabilitation Effect Analysis of Human Elbow, Knee and Ankle Rehabilitation Institutions[D]. Taiyuan: North University of China, 2019: 36—38.
- [16] 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学(第2版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008: 127—135.
- HUANG Zhen, ZHAO Yong-sheng, ZHAO Tie-shi. Higher Space Institutional Studies (Second Edition) [M]. Beijing: Higher Education Press, 2008: 127—135.
- [17] 李瑞琴, 郭为忠. 现代机构学理论与应用研究进展[M]. 北京: 高等教育出版社, 2014: 152—160.
- LI Rui-qin, GUO Wei-zhong. Progress in the Theory and Application of Modern Institutional Research[M]. Beijing: Higher Education Press, 2014: 152—160.