# 硅片机器人大臂结构多目标拓扑优化设计

### 于宁波,黄中玉

#### (湖北三峡职业技术学院,湖北 宜昌 443000)

摘要:目的 为了改善硅片机器人结构的静、动力学性能,实现结构的轻量化设计。方法 引入多目标优 化理论,并结合层次分析法,实现硅片机器人大臂的结构优化设计。依据设计方案分析大臂的受力情况, 采用固体各向同性材料惩罚模型分别构建多目标优化数值模型,并运用优化准则法进行优化求解。引入 数理统计中的层次分析法确定各子目标函数的权重比,依据折衷规划组合方法构造关于静刚度和一阶固 有频率的总目标函数。结果 优化结果可知,大臂的柔度从 26.890 mm/N 降到 13.221 mm/N,一阶固有 频率从 556.86 Hz 增加到 629.90 Hz,结构质量从 1.48 kg 减少到 0.583 kg。结论 多目标优化结果表明, 基于多目标优化理论对硅片机器人大臂结构的改进设计,不仅有效地提高了其静刚度特性,一阶固有频 率的提高说明大臂结构能抑制振动能力的提升,还实现了大臂结构轻量化设计。层次分析法的引入为多 目标优化问题中各子目标函数的重要性提供了客观的理论依据。 关键词:硅片机器人大臂;多目标优化设计;层次分析法;折衷规划法 中图分类号:TP391 文献标识码:A 文章编号:1001-3563(2020)07-0209-08 DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2020.07.030

#### Multi-objective Topological Optimization Design of the Big Arm of Silicon Wafer Robot

YU Ning-bo, HUANG Zhong-yu

(Hubei Three Gorges Polytechnic, Yichang 443000, China)

**ABSTRACT:** The work aims to improve the static and dynamic structural performance of the silicon wafer robot and realize the lightweight structural design. The multi-objective optimization theory combined with the analytic hierarchy process was introduced to realize the structural optimization design of the robot's big arm. The load condition of big arm was analyzed in terms of the design scheme, the solid isotropic microstructures with penalization (SMIP) model was used to build the multi-objective optimization numerical model, and the optimization solution was done via optimality criteria. The analytic hierarchy process in the mathematical statistics was introduced to determine the weight ratio of sub-objective functions. The overall objective function about static stiffness and first-order natural frequency was constructed according to the compromise programming method. The optimization results analyzed that the compliance of the big arm reduced from 26.890 mm/N to 13.221 mm/N, the first-order natural frequency increased from 556.86 Hz to 629.90 Hz, and the structural mass decreased from 1.48 kg to 0.583 kg. The multi-objective optimization results show that, the improved design of the big arm of silicon wafer robot based on the multi-objective optimization theory not only improves the static stiffness effectively as the enhance of the first-order natural frequency indicates that the vibration suppression ability of the big arm is improved, but also realizes the lightweight design of the big arm. The introduction of analytic hierarchy process provides impersonal theoretical basis for the importance of sub-objective functions in multi-objective optimiza-

收稿日期: 2019-04-13

基金项目:湖北省教育厅科学技术研究项目(B2016553);湖北省教育厅品牌专业建设项目(鄂教职成[2014]8号) 作者简介:于宁波(1978—),男,硕士,湖北三峡职业技术学院讲师,主要研究方向为机电一体化。

#### tion problems.

**KEY WORDS:** big arm of silicon wafer robot; multi-objective optimization design; analytic hierarchy process; compromise programming method

机器人因具有操作效率高、精度高、可控性高和 劳动力可替代性强等优点而被广泛关注和应用<sup>[1]</sup>。近 年来,随着人工智能的推广,机器人作为操作载体在 工业制造领域中的作用和地位也随之变高,对于机器 人产品的研发设计和制造装备的要求也越来越 高<sup>[2—3]</sup>。目前,对于机器人的结构设计和性能分析, 国内外已有许多学者进行了研究,也取得了一定的成 果。如 Surbhi Gupta 等<sup>[4]</sup>依据手术中切口的位置数目 和可达工作空间,对 3-DOF 串联手术机械臂进行参 数优化。邓宗全等<sup>[5]</sup>采用变密度法对机械悬臂进行了 结构拓扑优化设计。贾世元等<sup>[6]</sup>依据可能操作度的姿 态指标,对机械臂进行了尺寸优化。

对于机器人结构的优化设计,学者们主要采用参数化优化设计,通过机器人几何参数的修正来改善结构的力学性能。近年来,随着优化理论地不断深入和计算机水平地不断提升,已有相关学者运用拓扑优化技术对机器人相关零部件进行轻量化设计,也取得了一些研究成果。随着制造业水平地不断提高,对机器人性能的要求也较为苛刻,机器人在复杂环境中工作,工程师常关注其结构刚度特性,而忽略外界激励引起结构件振动的影响。

文中以硅片包装生产线中的硅片运输机器人为 研究对象,采用了拓扑优化技术<sup>[6—7]</sup>结合多目标优 化理论,运用各向同性材料惩罚模型构建优化数值 模型。该优化模型中的优化目标函数采用了多目标 理论<sup>[9]</sup>中的权重型折衷规划法,考虑静态刚度和模 态一阶固有频率的总目标函数。此外,多目标优化 问题中,采用了运筹学中的决策层次分析法对子目 标的重要性判断,并通过理论依据确定各子目标的 权重值,该方法改进了凭设计师依据子目标函数的 重要程度而任意给定的传统方法。该方法为工程结 构研发、设计和多目标优化理论等提供一定的参考 价值。

#### 1 硅片运输机器人结构原理

文中的研究对象为硅片包装生产线中的硅片运 输机器中的机械大臂,硅片机器人主要以连杆装置为 载体,通过各关节的转动实现机器人末端的径向直线 运动,见图1。

从图 1 可得,硅片机器人主要由基座、大臂、大 臂带轮传动系统、小臂、小臂传动系统和操作末端等 部件所组成。其中,为了确保机器人操作过程中的稳 定性,带轮传动系统中所采用的是同步齿形带轮。



图 1 硅片机器人俯视图方向的几何模型 Fig.1 Geometry model of silicon wafer robot in top viewpoint

### 2 硅片机器人力学分析

参考已有的研究成果和课题组对硅片机器人的 力学分析,依据实际的设计方案,可对该机器人中的 大臂进行力学分析,见图 2。



图 2 正视图中硅片机器人大臂受力情况 Fig.2 Load condition of the big arm of silicon wafer robot in front view

依据设计方案,图 2 中相关参数:大、小臂孔心 距  $L_1=L_2=200 \text{ mm}$ ;操作末端硅片夹持位置与其安装 孔距离  $L_3=100 \text{ mm}$ ;大臂重力  $G_1=20 \text{ N}$ ;小臂重力为  $G_2=12 \text{ N}$ ;末端操作重力  $G_3=8 \text{ N}$ ;假设每次操作过程 中的硅片平均重量 F=5 N。此外,因硅片机器人操作 缓慢,力学分析中,忽略其关节间的摩擦力和大、小 臂操作过程中的惯性力。

### 3 传统大臂静力学分析

#### 3.1 材料属性

文中硅片机器人大臂结构采用普通钢材料,依据机 械设计手册可查得相应的材料属性参数,其中,弹性模 量 E=69 GPa,泊松比  $\mu=0.33$ ,密度  $\rho=7.85$  g/cm<sup>3</sup>,许 用应力[ $\sigma$ ]=235 MPa。

#### 3.2 大臂有限元模型

目前,国内对于硅片机器人设计已存在多款结构, 然而,均采用传统设计方法,对机械臂的结构性能改进



图 3 基于传统设计法的大臂结构 Fig.3 Big arm structure based on traditional design method

文中对其进行结构修复处理,运用前处理器 HyperMesh,以尺寸为4mm的六面体网格对大臂几何 模型进行单元网格化,可得100203个六面体网格。对 该有限元模型赋以3.1节中的材料属性参数,按图2的 力学分析对其进行施加边界条件和载荷状况,所得的有 限元前处理模型见图4。



- -

### 3.3 静力学分析结果

依据大臂的受力情况,采用 OptiStruct 进行静力 学分析,见图 5。

对于硅片机器人大臂传统型结构的静力学分析 可得,工作中,该机构因外力导致的结构变形量为 1.116 mm,最大应力为 191.2 MPa。

### 4 大臂结构单目标优化设计

结构拓扑优化是在给定设计区域内,依据自身的 工况条件和设计要求,通过优化方法实现设计域内的 材料最佳分布形式,目的在于满足或提高特定性能的 同时,实现结构轻量化,节省材料成本等。在结构设 计过程中,为了实现结构的优化设计,关键在于对结 构优化问题数值模型构建和优化算法的合理选择。



图 5 传统型大臂静力学分析 Fig.5 Statics analysis of traditional big arm

#### 4.1 静刚度优化模型

静刚度拓扑优化是对设计域内符合工况条件和 约束条件的材料分布形式进行最佳搜索的过程和结 果。文中依据机器人大臂结构的工况条件和设计要 求,采用固体各向同性材料惩罚模型<sup>[9—11]</sup>(Solid Isotropic Microstructures with Penalization, SMIP)构 建以柔度为优化目标函数,结构整体应力和优化前后 的体积比为约束条件,以单元密度为设计变量的优化 数值模型。SIMP 模型中常将单元人为设定可变的密 度值,引入密度的惩罚因子并与材料的弹性理论构建 出函数关系式为:

$$\begin{bmatrix} E_e = x_e^p \cdot E_0 \\ 0 < x_{\min} \leq x_e \leq 1 \end{bmatrix}$$
(1)

式中: $E_e$ 为单元 e的材料弹性模量; $E_0$ 为初始弹 性模量; $x_e$ 为单元 e的人为可变密度值; $x_{min}$ 为最小 材料密度值,常出现在空洞边缘或材料极少的单元附 近;p为惩罚因子,基于文献[12]得到惩罚影子 p值 为:

$$v \ge \max\left\{\frac{2}{1-\mu_0}, \frac{4}{1+\mu_0}\right\}$$
(2)

式中:µ0为常数,已知的材料泊松比,常取 0.3。 对于惩罚因子常取 *p*=3,主要对材料中间密度的单元 进行惩罚去除。

已知的设计性能和要求,采用 SIMP 模型构建机器人大臂结构的静刚度优化模型:

Find: 
$$x_e$$
  
Min:  $C = F^T U = U_e^T x_e^P K_e U_e$   
S.t:  $F = KU$   
 $\int_{\Omega} x_e d\Omega \leq V_f$   
 $0 \leq x_e \leq 1, e = 1, 2 \cdots N$ 
(3)

式中: $x_e$ 为第 e个单元密度;C为目标函数,柔 度值;F为结构所受外载荷;U为外载荷引起的位 移矩阵;K为结构总刚度矩阵; $U_e$ 为单元 e的位移 矩阵; $K_e$ 为单元刚度矩阵; $V_f$ 为结构优化后的体积 分数;为了避免结构总刚度矩阵发生奇异性,常取  $x_{min}=0.001$ 。

#### 4.2 静态优化结果

依据机器人大臂的工况条件,基于式(3)中的 SIMP 优化数值模型,采用优化准则法求解。经过20 次优化迭代,得到机器人大臂静态拓扑优化后的结构 材料密度分布,见图 6。

机器人大臂静态拓扑优化后的结构应力分布情况,见图 7。

经过 20 次优化迭代,机器人大臂结构的柔度值、 最大应力和结构质量的变化情况,见表 1。



图 6 机器人大臂静态拓扑优化结果 Fig.6 Static topology optimization result of robot's big arm



图 7 优化后结构的应力分布 Fig.7 Structural stress distribution after optimization

表 1 优化前后力学性能变化 Tab.1 Mechanical performance variation before and after optimization

力学性能	柔度值/(mm·N <sup>-1</sup> )	最大应力/MPa	质量/kg
优化前	26.889 80	191.6	1.482 15
优化后	12.447 21	206.3	0.544 65

由图 7 和表 1 分析,静态拓扑优化后的机器人大 臂结构,柔度值从 26.889 80 mm/N 降到 12.447 21 mm/N,减少了 53.71%,表明大臂结构的刚度有了 较好的提升;最大应力值从优化前的 191.6 MPa 增 加到 206.3 MPa,增大了 7.13%。结构质量的降低表 明,拓扑优化技术促成了机器人大臂结构的轻量化 设计。

#### 4.3 模态拓扑优化模型

模态分析是计算机构动力学问题的近代方法,为 机构系统受振动状态时的系统辨别方法,它是结构动 力特性研究的关键基础。优化过程中,常因为拓扑优 化技术对非受力区域的材料删除操作,使得优化结果 的材料空洞区域常出现局部模态病态现象,导致相邻 阶固有频率不稳定,出现震荡病态现象。

为了克服该并联现象,文中依据 Ma<sup>[13]</sup>的平均特 征值法并结合平均特征值法,基于 SIMP 材料插值模 型,对机器人大臂结构以一阶固有频率为优化目标, 以优化前后的材料体积分数为约束条件,以相邻阶固 有频率之差绝对值为约束条件,构建了大臂结构动力 学模型。所得优化数值模型为:

$$\max_{x_1, x_2, \cdots, x_n} \quad A_1 = \lambda_0 + s \left(\frac{\omega_1}{\lambda_1 - \lambda_0}\right)^{-1} \\ \begin{cases} (K - \lambda_1 M) \{\phi_1\} = 0 \\ \sum_{e=1}^n V_e x_e - V_* \leqslant 0 \quad V_* = \alpha V_0 \\ |\lambda_2 - \lambda_1| \ge \lambda_* \\ 0 < x_{\min} \leqslant x_e \leqslant 1 \quad e = 1, 2 \cdots N \end{cases}$$

$$(4)$$

式中: $A_1$ 为优化目标,平均特征值; $\lambda_1$ 为第1阶 特征值; $\lambda_0$ ,s为已知常数; $\omega_1$ 为第1阶特征值权重; M为总质量矩阵;{ $\phi_1$ }为第1阶特征向量; $d_g$ 为型总 自由度数目。

#### 4.4 模态拓扑优化结果

依据机器人大臂的工况条件,基于式(4)中的 SIMP 优化数值模型,采用优化准则法求解。经过 27 次优化迭代,得到机器人大臂动态拓扑优化后的结构材料密度分布和一阶模态振型,见图 8 和图 9。

机器人大臂结构的一阶固有频率值的变化情况, 见表 2。

**T**' 1



图 8 机器人大臂模态拓扑优化结果 Fig.8 Modal topology optimization result of robot's big arm



图 9 优化前后的一阶模态振型 Fig.9 First-order mode before and after optimization

表 2 优化前后一阶固有频率变化 Tab.2 First-order natural frequency variation before and after optimization

优化状态	一阶固有频率/Hz	质量/kg	模态振型
优化前	556.8556	1.482 15	纵向扭动
优化后	637.3934	0.444 65	侧向扭动

从表 3 分析可得,运用模态拓扑优化后的机器人 大臂结构,一阶固有频率从 556.8556 Hz 提升到 637.3934 Hz,增加了 14.46%,表明大臂结构抑制外 界振动的能力有较好的提升;结构质量从优化前的 1.482 15 kg下降到 0.444 65 kg,说明结构总体质量有 所下降,此外,模态振型从纵向扭动到侧向扭动的改 变,由图9中优化后的模态振型形变量有所下降,且 2种振型的形变量有均小于5mm,与结构横向尺寸 相比较小,表明机器人大臂结构在受振动干扰时的刚 度特性有所增强,结构在外界激励下具有稳定性。

### 5 机器人臂多目标优化设计

#### 5.1 刚度-模态多目标优化模型

文中依据第4节中对机器人大臂结构的静态、动态拓扑优化结果,引入了多目标优化理论并与拓扑优 化技术想结合,基于折衷组合规划的数学方法,构建 了含静态柔度和动态一阶固有频率为多目标优化函 数,以优化前后体积分数和结构整体应力为约束条 件,将单元材料密度作为设计变量,构建机器人大臂 结构多目标优化的 SIMP 模型: *Obj* =

$$\left\{\omega^{2}\left[\omega\frac{C(\rho)-C_{\min}}{C_{\max}-C_{\min}}\right]^{2}+\dots+\left(1-\omega\right)^{2}\left(\frac{A_{\max}-A_{l}(\rho)}{A_{\max}-A_{\min}}\right)^{2}\right\}^{\frac{1}{2}}$$
(5)

$$\begin{cases} \min Obj \\ \sum_{e=1}^{n} V_e \rho_e - V_* \leq 0 \quad V_* = \alpha V_0 \\ (K - \lambda_1 M) \{\phi_1\} = 0 \\ |\lambda_2 - \lambda_1| \geq \lambda_* \\ S \geq S_0 \end{cases}$$
(6)

式中:Obj为多目标优化函数; $C(\rho), A_1(\rho)$ 为多 目标优化过程中的柔度和一阶固有频率; $\omega$ 为加权 子; $C_{max}, C_{min}$ 为第4节中静态拓扑优化结果的最大、 最小柔度值; $A_{max}, A_{min}$ 为第4节中动态拓扑优化结 果的最大、最小一阶固有频率,以消除量纲。

#### 5.2 层次分析法

层次分析法<sup>[14]</sup>由运筹学家萨蒂于 20 世纪 70 年代 初提出,它主要将决策关联的元素进行目标、规则和 方案等按层次分解,并对其进行定性与定量分析的一 种决策性方法。

依据文献[15]的学习和研究,文中对于多目标优 化函数中各子目标的权重值选定,采用了运筹学中的 层次分析法,客观准确地确定各子目标的权重值。由 于该课题研究中多目标函数有2个子目标函数,可构 建决策矩阵为:

$$A_{\rm HP} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{pmatrix}$$
(7)

式中: *C*<sub>11</sub>, *C*<sub>12</sub>为柔度决策值, *C*<sub>11</sub>=1; *F*<sub>11</sub>, *F*<sub>12</sub> 为一阶固有频率决策值, *F*<sub>11</sub>=1。

由于机器人大臂空间结构中主要为了承受硅片

产品的重量,需要有足够的刚度特性,因此,文中研 究中对大臂结构的设计要求是刚度要重要于一阶固 有频率。依据文献[15]可得:

$$\boldsymbol{A}_{\rm HP} = \begin{pmatrix} 1 & 3\\ 1/3 & 1 \end{pmatrix} \tag{8}$$

故此,采用 Mathematica 可求得 A<sub>HP</sub> 矩阵的特征 值和特征向量为:

$$\boldsymbol{D} = \begin{pmatrix} 2\\0 \end{pmatrix} , \ \boldsymbol{V} = \begin{pmatrix} 0.9487 & -0.9487\\0.3162 & 0.3162 \end{pmatrix}$$
(9)

采用文献[15]中对决策矩阵 *A*<sub>HP</sub> 的一致性判别准则,可得最大特征值关联的特征向量即为优化目标函数各子目标函数的权重比:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} 0.9487, \, 0.3162 \end{bmatrix} \tag{10}$$

基于特征向量 ω 可得柔度、一阶固有频率的权 重因子比为 3:1,即可得 2 个子目标的加权因子为 0.75,0.25。

依据第 4 节中对于静态、动态单目标优化问题的 优化结果和第 5.2 节中层次分析结果,采用 Dequation 面板生成的多目标函数,见图 1。

图 10 中, *f* 为多目标函数; *x*, *y* 为结构的柔度 和一阶固有频率。

#### 5.3 多目标优化结果

采用 OptiStruct 求解,经过 20 次优化迭代,可 得机器人大臂的多目标优化结果和一阶模态振型,见 图 11。

多目标拓扑优化后,机器人大臂相关结构性能参数值的变化情况,见表3。

硅片机器人大臂多目标优化结果得,柔度从 26.8898 mm/N 下降到 15.124 74 mm/N,降低了 43.75%。一阶固有频率从 556.8556 Hz 提升到 621.4933 Hz,增加了 11.61%,表明大臂结构抑制外 界振动的能力有较好的提升;结构质量从优化前的 1.482 15 kg下降到 0.502 55 kg,说明结构总体质量有 所下降,同时,模态振型从纵向和侧向扭动减少到仅 有的纵向扭动,且振动引起的形变量小于 5 mm,表 明机器人大臂结构在受振动干扰时的刚度特性有所 增强且稳定性良好。此外,通过表 4 中的优化结果对 比,可得优化后的柔度值和一阶固有频率较表 2 和表 3 中的要大和要小。该现象的出现是文中引入折衷规 划法构建多目标优化模型,复合多目标优化问题的 Pareto 解。

## 6 优化结果的静力学分析

运动 SolidWorks 对多目标优化构型进行光滑处 理,依据 3.2 节中对结构进行以尺寸为 4 mm 的六面体 网格划分,基于等同的边界条件和工作状况,采用 OptiStruct 进行静力学分析,分析结果见图 12—14。优 化处理后,结构相关性能参数见表 4。





Fig.11 Multi-objective optimization results of big arm

表 3	多目标拓扑优化前后机构	勾性能参数	
Tab.3 Mechanical performance pa	rameter before and after	r multi-objective topology	optimization

优化状态	柔度/(mm·N <sup>-1</sup> )	质量/kg	一阶固有频率/Hz	振幅
优化前	26.889 80	1.482 15	556.8556	纵向弯曲
优化后	15.124 74	0.502 55	621.4933	纵向弯曲



图 14 优化模型的一阶模态振型 Fig.14 First-order mode of optimized model

表 4 优化前后的结构性能对比 Tab.4 Comparison of structural performance before and after optimization

优化 状态	柔度/ (mm·N <sup>-1</sup> )	一阶固有 频率/Hz	最大变形 量/mm	最大应 力/MPa	质量/ kg
优化前	26.889 80	556.8556	1.116	191.2	1.482
优化后	15.124 74	621.4933	0.829	206.3	0.503
处理后	13.221	629. 9	0.626	193.6	0.583

与多目标优化后的构型相比,经光滑处理后的构 型柔度从15.124 74 mm/N 下降到13.221 mm/N,且结 构最大变形量从0.829 mm 下降到0.626 mm,表明结 构的力学性能明显增强;一阶固有频率从621.4933 Hz 增强到629.9 Hz,表明抑制外界激励的能力变强。

### 7 结语

文中采用结构优化技术并联合多目标优化理论, 实现了硅片机器人大臂结构的优化设计。此外,运动 SolidWorks 对多目标优化构型进行光滑处理,并采用 OptiStruct 进行静力学分析,分析可得:多目标拓扑 优化技术不仅能实现结构的轻量化,大臂结构优化后 的柔度值明显还下降,且结构在同等工况条件下的变 形量变小,说明结构的力学性能得到了提升;大臂结 构的一阶固有频率变大,表明结构抑制外界激励的能 力变强;一般情况下,随着结构材料的减少,结构在 受力情况下的应力值会明显变大,文中采用多目标优 化后,优化前后的应力值变化较小,且均在结构许用 应力范围内。该研究方法在工程结构设计领域中具有 重要的理论借鉴和应用价值。

参考文献:

- 李渤. SCARA 机器人多领域联合仿真与结构优化研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2013: 1—8.
   LI Bo. Research on Structure Optimization of SCARA Robot and Multi Domain Simulation[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2013: 1—8.
- [2] BRIDGES M M, DAWSON D M, ABDALLAH C T. Contril of Rigid-link, Flexible-Joint Robots: A Survey of Backstepping Approaches[J]. Journal of Robotic Systems, 1995, 12(3): 199–216.
- [3] 张传思. 硅片传输机器人手臂的拓扑优化设计[D]. 大连: 大连理工大学, 2007: 2—10.
  ZHANG Chuan-si. Topology Optimization Design of the Wafer Handling Robot Arm[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2007: 2—10.
- [4] SURBHI G, SANKHO T S, AMOD K. Design Optimization of Minimally Invasive Surgical Robot[J]. Applied Softcomputing, 2015, 32: 241–249.

[5] 李所军,高海波,邓宗全. 摇臂探测车悬架多工况拓 扑结构优化设计[J]. 哈尔滨工程大学学报,2010, 31(6):749—754.

> LI Suo-jun, GAO Hai-bo, DENG Zong-quan. Structural Topology Optimization Design of the Rocker Bogie Suspension for Exploration Rover Based on Multiple Load Cases[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2010, 31(6): 749–754.

[6] 贾世元,贾英宏,徐世杰.基于姿态可操作度的机械
 臂尺寸优化方法[J].北京航空航天大学学报,2015,41(9):1693—1700.
 JIA Shi-yuan, JIA Ying-hong, XU Shi-jie. Dimensional

Optimization Method for Manipulator Based on Orientation manipulability[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(9): 1693—1700.

- [7] SIGMUND O. A 99 Line Topology Optimization Code Written in Matlab[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2007, 4573(21): 120–127.
- [8] 朱大昌,宋马军.基于多目标拓扑优化的全柔顺并 联机构固有振动频率研究[J].中国机械工程,2015, 26(13):1794—1800.

ZHU Da-chang, SONG Ma-jun. Research on Natural Vibration Frequency of Fully Compliant Parallel Mechanism Configuration Based on Multi-Objective Topology Optimization[J]. China Mechanical Engineering, 2015, 26(13): 1794—1800.

[9] 左孔天. 连续体结构拓扑优化理论与应用研究[D].武汉: 华中科技大学, 2004: 74—104.

ZUO Kong-tian. Research of Theory and Application About Topology Optimization of Continuum Structure[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2004: 74—104.

- [10] WANG M Y, WANG X M, GUO D M. A Level Set Method for Structural Topology Optimization[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2003, 192(1/2): 227—246.
- [11] XIE Y M, STEVEN G P. Evolutionary Structural Optimization[M]. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1997: 12—61.
- [12] SIGMUND O, MAUTE K. Topology Optimization Approaches: a Comparative Review[J]. Struct Multidisc Optim, 2013, 48: 1031–1055.
- [13] MA Z D, KIKUCHI N, CHENG H C. Topological Design for Vibrating Structures[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1995, 121(1/2/3/4): 259–280.
- [14] PEDERSEN N L. Maximization of Eigenvalues Using Topology Optimization[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2000, 20(1): 2—11.
- [15] 宋马军. 基于静/动态多目标拓扑优化理论的弹性微 变形并联机构构型综合与设计[D]. 赣州: 江西理工 大学, 2016: 47—53.
  SONG Ma-jun. Configuration Synthesis and Design of Elastic Micro Deformation Parallel Mechanism Based on Static/Dynamic Multi-Objective Topology Optimization Theory[D]. Ganzhou: Jiangxi University of Science and Technology, 2016: 47—53.