

瓦楞纸板本构模型参数识别方法

郑梦晨, 王彪, 任梦成, 卢富德

(湖南工业大学 包装与材料工程学院, 湖南 株洲 412007)

摘要: **目的** 解决瓦楞纸板的本构模型参数识别难题, 建立一个数学函数较为简单的本构方程。**方法** 采用正弦函数和正切函数分别表征应力-应变曲线的波动部分和压实部分, 正弦正切函数组合构建瓦楞纸板本构方程, 利用参数识别软件得到瓦楞纸板本构模型中的参数。**结果** 实验结果得出, 应力-应变曲线与理论应力-应变曲线的平均相对误差均小于 5%。**结论** 本构模型中的参数比现有文献中的本构参数数量少, 利用软件能简化本构模型参数识别过程, 提高了计算效率。参数识别软件的运用为瓦楞纸板力学应用提供了方便。

关键词: 瓦楞纸板; 本构模型; 参数识别; 软件

中图分类号: TB484 文献标识码: A 文章编号: 1001-3563(2021)13-0186-04

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2021.13.025

Method to Determine Parameter Results of Constitutive Modelling of Corrugated Paperboard

ZHENG Meng-chen, WANG Biao, REN Meng-cheng, LU Fu-de

(School of Packaging and Materials Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou 412007, China)

ABSTRACT: In order to solve the problem of parameter identification of corrugated cardboard constitutive model and establish a constitutive equation with simple mathematical function. The sinusoidal function and tangent function were used to represent the undulating part and the compacted part of the stress-strain curve, respectively. The sinusoidal tangent function was used to construct the constitutive equation of corrugated cardboard, and the parameters in the constitutive model of corrugated cardboard were obtained by using parameter recognition software. The average relative errors between the experimental and theoretical stress-strain curves are less than 5%. Based on the stress-strain relationship of single corrugated cardboard and the original constitutive equation, the sine tangent constitutive equation is proposed. Based on sinusoidal tangent constitutive equation, parameter identification software is used to obtain the parameter results of constitutive equation. The application of this software provides convenience for mechanical application of corrugated cardboard. The number of constitutive parameters in the constitutive model is less than that in the existing literature, and the process of parameter identification in the constitutive model can be greatly simplified by using software, and the calculation efficiency is improved.

KEY WORDS: corrugated board; constitutive model; parameter identification; software

收稿日期: 2021-04-01

基金项目: 湖南省大学生创新创业训练计划 (S201911535007)

作者简介: 郑梦晨 (1999—), 女, 湖南工业大学本科生, 主攻包装动力学。

通信作者: 卢富德 (1982—), 男, 博士, 湖南工业大学副教授, 主要研究方向为复杂系统动力学响应计算方法 and 有限元冲击响应模拟。

常见缓冲材料本构模型大都采用泡沫塑料缓冲材料^[1], 高德等^[2]介绍了多种泡沫材料的本构模型。由于瓦楞纸板的应力-应变曲线比较复杂^[3], 在构建模型时较为困难, 经现有文献^[4]分析瓦楞纸板本构模型, 总结出这些模型呈现特点有: 本构方程复杂, 含有参数较多, 识别过程烦琐。这些问题的存在为瓦楞纸板力学计算带来了诸多麻烦^[5]。目前学术界有了关于包装材料力学本构模型参数识别的应用软件, 此软件的出现为力学计算提供了便利, 文中以此软件为基础, 介绍瓦楞纸板力学本构方程参数识别方法, 研究结果对复杂的瓦楞纸板本构模型具有重大的理论意义和应用价值。

1 瓦楞纸板本构模型

单楞瓦楞纸板典型应力-应变曲线^[6], 见图 1, 由线弹性、波浪屈服好热应力压实等 3 个阶段组成。

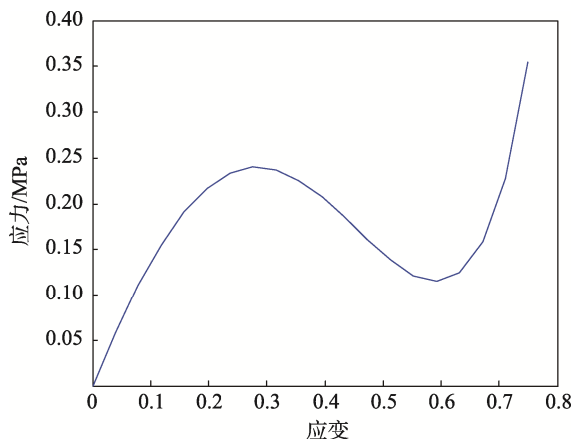


图 1 瓦楞纸板应力-应变曲线

Fig.1 Stress-strain curve of corrugated paperboard

瓦楞纸板本构方程可以采用正切函数与正弦函数组合形式, 见式 (1)。

$$\sigma = a_1 \tan(a_2 \varepsilon) + a_3 \sin(a_4 \varepsilon) \quad (1)$$

式中: a_1 — a_4 为待识别参数, 基于实验应力-应变曲线结果, 即可通过最小二乘法得到这 4 个参数。

根据式 (1) 的瓦楞纸板本构模型, 识别其中的参数步骤如下所述。

1) 给定参数 a_2 , a_4 的初值, 计算序列 $\{\tan(a_2 \varepsilon)\}, \{\sin(a_4 \varepsilon)\}$, 得到矩阵 $B = [\tan(a_2 \varepsilon) \sin(a_4 \varepsilon)]$ 。

2) 由已知应力的实验数据序列 $\{\sigma_e\}$ 及上一步骤得到的矩阵 B , 用最小二乘法得到 a_1 和 a_3 。

3) 得到应力计算数据序列 $\sigma_c = B \cdot [a_1 \ a_3]^T$ 。

4) e 值由式 (2) 给出。如果平均相对误差 e 小于给定值, 则 a_2 , a_4 及步骤 2 所得的 a_1 , a_3 为参数识别的结果; 否则, 回到步骤 1, 按最速下降法更换初值, 直至得到比较精确的参数。

2 瓦楞纸板本构模型参数识别方法

常见的本构模型有立方非线性、正切非线性、双曲非线性、双曲正切非线性、正弦正切非线性本构模型^[7-11], 5 类力学模型对应见式 (2)。

$$\sigma = \begin{cases} a_1 \varepsilon + a_2 \varepsilon^3; & \text{立方非线性} \\ a_1 \tan(a_2 \varepsilon); & \text{正切非线性} \\ \frac{a_1 \varepsilon}{a_2 - \varepsilon}; & \text{双曲非线性} \\ a_1 \tanh(a_2 \varepsilon) + a_3 \tan(a_4 \varepsilon); & \text{双曲正切非线性} \\ a_1 \tan(a_2 \varepsilon) + a_3 \sin(a_4 \varepsilon); & \text{正弦正切非线性} \end{cases} \quad (2)$$

为了省去复杂的计算过程, 利用 Java, Octave 语言^[12], 开发了参数识别软件, 界面见图 2。利用开发的软件《缓冲材料参数识别软件》, 即可迅速得到本构模型参数识别结果, 基于实验结果, 选取正弦正切非线性本构模型, 即可得到瓦楞纸板的本构模型参数结果。

缓冲材料力学模型参数识别软件的主界面见图 2, 此软件由下拉菜单、力学模型显示文本、输入表格、输出数据轴、控制按钮组成; 软件对典型的立方非线性力学模型、正切非线性力学模型、双曲非线性力学模型、双曲正切非线性、正弦正切力学模型等 5 种非线性包装材料力学模型进行参数识别, 基于应力-应变的实验数据^[13-15]便可以交互式利用软件选择材料力学模型, 进而得到力学模型中的参数, 并最终导出力学模型参数识别结果、缓冲系数等数据。

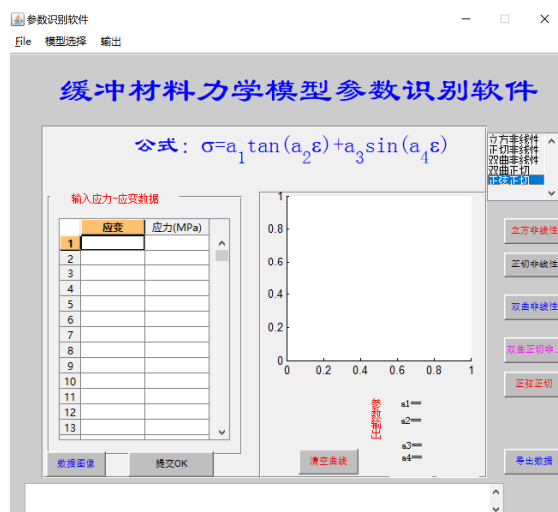


图 2 参数识别软件界面

Fig.2 Software interface of identification parameters

2.1 C 楞瓦楞纸板本构模型参数识别

在文献[6]中, C 楞瓦楞纸板的本构模型, 其关系式为:

$$\sigma = b_1 \varepsilon + b_2 \varepsilon^2 + b_3 \varepsilon^3 + b_4 \varepsilon^4 + b_5 \varepsilon^5 + b_6 \tan(b_7 \varepsilon) \quad (3)$$

式中: $b_1=1.4845$ MPa; $b_2=-1.1090$ MPa; $b_3=-6.6793$ MPa; $b_4=7.3762$ MPa; $b_5=0.9153$ MPa; $b_6=0.0159$ MPa; $b_7=1.93$ rad。

为了简化瓦楞纸板本构模型,基于式(1),利用文献[6]中的实验数据,对C楞瓦楞纸板本构模型进行参数识别,输入应力-应变曲线,见图3,即可得到图4所示的C楞瓦楞纸板本构模型中的参数 $a_1=0.10$ MPa, $a_2=1.86$ rad, $a_3=0.19$ MPa, $a_4=6.10$ rad,并得到实验应力-应变曲线与理论应力-应变曲线的对比,二者平均相对误差为4.43%。



图3 C楞应力-应变数据输入
Fig.3 Input of stress-strain data for C-flute corrugated paperboard

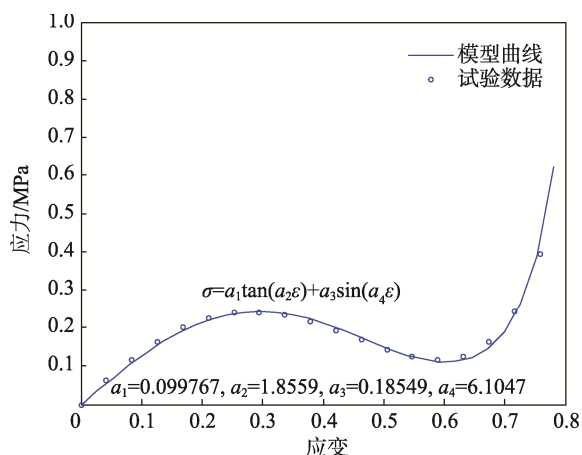


图4 C楞瓦楞纸板参数识别结果输出
Fig.4 Output of parameter identification results for C-flute corrugated paperboard

2.2 A楞瓦楞纸板本构模型参数识别

利用万能试验机,测得A楞瓦楞纸板应力-应变曲线,见图5。从图5中可以看出,A楞瓦楞纸板应力-应变曲线符合正弦正切非线性本构模型。

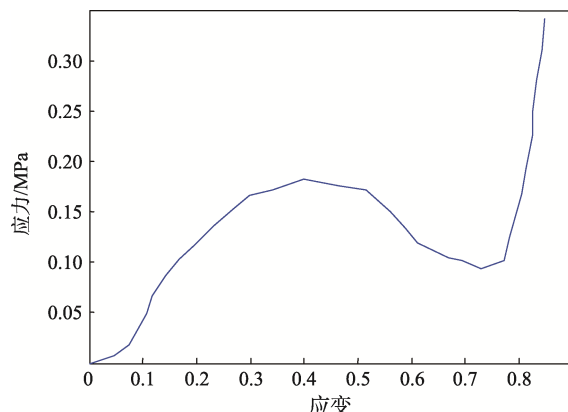


图5 A楞应力-应变曲线
Fig.5 Input of stress-strain data for A-flute corrugated paperboard

软件运行的结果见图6,得到A楞瓦楞纸板参数: $a_1=0.037$ MPa, $a_2=1.75$ rad, $a_3=0.14$ MPa, $a_4=4.47$ rad。从图6中可以看出,实验与理论应力-应变曲线吻合较好,二者平均相对误差为7.56%。

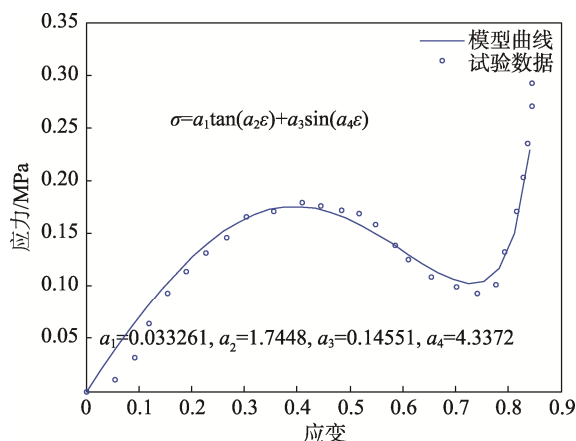


图6 A楞瓦楞纸板参数识别结果输出
Fig.6 Output of parameter identification results for A-flute corrugated paperboard

3 结语

基于单瓦楞纸板应力-应变关系,在原有的本构方程基础上,提出了正弦正切本构方程;基于正弦正切本构方程,利用参数识别软件,得到了本构方程的参数结果。此软件的运用为瓦楞纸板力学应用提供了方便。

参考文献:

- [1] AVALLE M, BELINGARDI G, IBBA A, Mechanical Models of Cellular Solids: Parameters Identification from Experimental Tests[J]. International Journal of Impact Engineering, 2007, 34(1): 3—27.

- [2] 高德, 卢富德. 聚乙烯缓冲材料多自由度跌落包装系统优化设计[J]. 振动与冲击, 2012, 31(3): 69—72.
GAO De, LU Fu-de. Optimization Design of MDOF Package Cushioning System Made of Polyethylene[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(3): 69—72.
- [3] LU Fu-de, HUA Guang-jun, WANG Li-shu, et al. A Phenomenological Constitutive Modelling of Polyethylene foam under Multiple Impact Conditions[J]. Packaging Technology and Science, 2019, 32(7): 367—379.
- [4] 高德, 武剑锋, 卢富德, 等. 预压缩多层钙塑瓦楞纸板准静态压缩与动态缓冲性能研究[J]. 振动与冲击, 2016, 35(3): 221—225.
GAO De, WU Jian-feng, LU Fu-de, et al. Research on Mechanical and Cushioning Properties of Calcium Plastic Corrugated Paper Board with Different Pre-Compression Ratio[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(3): 221—225.
- [5] 高德, 王振林, 陈乃立, 等. B楞双层瓦楞纸板衬垫平压缓冲动态性能建模[J]. 振动工程学报, 2001, 14(2): 172—177.
GAO De, WANG Zhen-lin, CHEN Nai-li, et al. The Dynamic Modeling of Flat Compression Cushioning Made up of B-Flute Double-Wall Corrugated Fiberboard[J]. Journal of Vibration Engineering, 2001, 14(2): 172—177.
- [6] 卢富德, 陶伟明, 高德. C楞瓦楞纸板动态缓冲模型及应用[J]. 功能材料, 2012, 43(1): 39—41.
LU Fu-de, TAO Wei-ming, GAO De. Cushion Model and Its Application of C-Flute Corrugated Paperboard[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 43(1): 39—41.
- [7] 高德, 冯军, 卢富德, 等. 平压单瓦钙塑瓦楞纸板本构模型[J]. 振动工程学报, 2014, 27(6): 852—857.
GAO De, FENG Jun, LU Fu-de, et al. Study on Constitutive Model of Single-Wall Calcium Plastic Composite Corrugated Cardboard under Flat Compression Loadings[J]. Journal of Vibration Engineering, 2014, 27(6): 852—857.
- [8] 卢富德, 陶伟明, 高德. 串联缓冲系统冲击响应与结构优化分析[J]. 浙江大学学报(工学版), 2012, 46(10): 1773—1777.
LU Fu-de, TAO Wei-ming, GAO De. Impact Response of Series Cushioning System and Structure Optimization Analysis[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2012, 46(10): 1773—1777.
- [9] 卢富德, 陶伟明, 高德. 瓦楞纸板串联缓冲系统动力学响应[J]. 振动与冲击, 2012, 31(21): 30—32.
LU Fu-de, TAO Wei-ming, GAO De. Dynamic Response of a Series Cushioning Packaging System Made of Multi-Layer Corrugated Paperboard[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(21): 30—32.
- [10] LU Fu-de, GAO De. Quasi-Static and Impact Responses of Multi-Layered Corrugated Paperboard Cushion by Virtual Mass Method[J]. Packaging Technology and Science, 2015, 27(11): 867—881.
- [11] 卢富德, 高德, 梁爱锋. 立方非线性双层包装在矩形方波冲击下破损边界曲线的研究[J]. 包装工程, 2008, 29(12): 7—10.
LU Fu-de, GAO De, LIANG Ai-feng. Study on Damage Boundary Curve of Cubic Nonlinear Double Packaging Under Rectangular Square Wave Impact[J]. Packaging Engineering, 2008, 29(12): 7—10.
- [12] 郭勇, 卢富德, 高德, 等. 基于 MATLAB/GUI 缓冲包装动力学优化设计[J]. 振动与冲击, 2014, 33(2): 81—83.
GUO Yong, LU Fu-de, GAO De, et al. Development of Software for Optimization Design of Cushioning Packaging System Based on MATLAB/GUI[J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(2): 81—83.
- [13] 卢富德, 陶伟明, 高德. 串联缓冲结构压缩响应虚拟质量分析[J]. 浙江大学学报(工学版), 2012, 46(8): 1431—1436.
LU Fu-de, TAO Wei-ming, GAO De. Compression Responses of Series Cushioning Structures by a Virtual Mass Method[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2012, 46(8): 1431—1436.
- [14] 卢富德, 高德. 冲击碰撞试验台在中应变率压缩试验中的应用[J]. 实验室研究与探索, 2015, 34(9): 50—53.
LU Fu-de, GAO De. Application of Impact Test Bed in Medium Strain Rate Compression Test[J]. Laboratory Research and Exploration, 2015, 34(9): 50—53.
- [15] 李光, 阮丽, 高德, 等. 非线性运输包装系统动力学建模研究进展[J]. 包装工程, 2015, 36(19): 1—6.
LI Guang, RUAN Li, GAO De, et al. Advances in Dynamic Modeling of Nonlinear Transportation Packaging System[J]. Packaging Engineering, 2015, 36(19): 1—6.