

基于正矢平方型曲线加减速算法的堆垛机立柱振幅研究

王牧, 赵世田, 许宁, 卢倩, 曾勇, 周临震
(盐城工学院 机械工程学院, 江苏 盐城 224051)

摘要: **目的** 为了提高堆垛机运动的平稳性, 解决传统 S 型曲线加减速算法中加加速度不连续而影响堆垛机立柱瞬时振幅的突变冲击问题, 新提出一种正矢平方型曲线加减速算法。**方法** 通过推导堆垛机立柱结构的振动方程, 构造以正矢平方函数为核心的加减速算法模型, 搭建 Simulink 振动仿真模型, 之后与传统 S 型、正矢型曲线加减速算法一起代入 Simulink 振动模型进行对比仿真, 再对立柱振幅结果进行分析。**结果** 正矢型曲线加减速算法的振幅比传统 S 型曲线加减速算法的约减小了 2.6%, 正矢平方型曲线加减速算法的振幅比传统 S 型曲线加减速算法的大约减小了 4.2%。**结论** 所述正矢平方型加减速算法的速度、加速度、加加速度曲线皆连续。基于该算法的堆垛机兼顾平稳性的同时, 立柱振幅更小, 与其他算法相比, 控制结果更优。

关键词: 堆垛机; 正矢平方型; 加减速算法; 立柱振幅

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2023)07-0230-011

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2023.07.026

Stacker Column Amplitude Based on Versine Square Shaped Curve Acceleration and Deceleration Algorithm

WANG Mu, ZHAO Shi-tian, XU Ning, LU Qian, ZENG Yong, ZHOU Lin-zhen

(School of Mechanical Engineering, Yancheng Institute of Technology, Jiangsu Yancheng 224051, China)

ABSTRACT: The works aims to propose a new versine square shaped curve acceleration and deceleration algorithm to improve the motion stability of stacker and solve the problem of sudden impact of the traditional S-shaped curve acceleration and deceleration algorithm which affects the instantaneous amplitude of stacker column due to the discontinuous jerk. By deducing the vibration equation of the stacker column structure, an acceleration and deceleration algorithm model with versine square function as the core was constructed. Also, the Simulink vibration simulation model was built. Then, it was substituted into the Simulink vibration model together with the traditional S-shaped and versine shaped curve acceleration and deceleration algorithms for comparison and simulation, and the column amplitude results were also analyzed. Compared with the traditional S-shaped curve acceleration and deceleration method, the column amplitudes of the versine and the versine square shaped curve acceleration and deceleration algorithms were reduced by about 2.6% and 4.2% respectively. The velocity, acceleration and jerk curves of the versine square shaped acceleration and deceleration algorithm are all continuous. The stability and the column amplitude of the stacker based on the new proposed algorithm are taken into account simultaneously. Compared with other algorithms, the control result is better.

KEY WORDS: stacker; versine square shaped; acceleration and deceleration algorithm; column amplitude

收稿日期: 2022-09-20

基金项目: 江苏省国际科技合作项目 (BZ2020049); 校级创新项目 (SJCX21_XY016)

作者简介: 王牧 (1999—), 男, 硕士生, 主攻智能控制。

通信作者: 赵世田 (1979—), 男, 博士, 副教授, 硕导, 主要研究方向为数控技术、CAD/CAM 技术; 许宁 (1964—), 男, 博士, 教授, 硕导, 主要研究方向为建材机械。

在物流仓储行业中,堆垛机是智能化立体仓库的核心搬运装备,其自身的性能指标会影响到整个物流系统,并直接决定了货物的存取效率及运营成本。目前,堆垛机行业正在持续发展,立柱高度越来越高,运行速度越来越快。基于传统运动控制算法的堆垛机运动控制会导致立柱振幅越来越大,极大地影响其运动平稳性和效率,降低了堆垛机的使用寿命。因此,发展新型运动控制算法,提高堆垛机在工作过程中对操作指令的反应速度,既要其快速达到规定运行速度,减少启动时间,又要在高速运动时保持平稳性,减少柔性冲击,这具有重要的意义和工程应用价值。

近几年,为了使堆垛机能高效稳定地完成工作,国内外学者进行了大量研究^[1-6]。堆垛机存取工作流程可以描述为:堆垛机利用电气控制系统和仓库管理系统合作管理,收到操作指令后,堆垛机在巷道内水平行走至指定货位后停止,同时载货台进行竖直起降运动,最后货叉进行伸缩运动存取货物。在整个堆垛机存取工作流程中,影响堆垛机立柱振动的关键因素就是速度控制算法^[7]。

对堆垛机的速度控制算法来说,比较常见的算法类型包括常规多段调速控制^[8]、梯形加减速算法^[9]、传统 S 型加减速算法^[10]、十五段 S 型曲线加减速算法^[11]、正弦型加减速算法^[12]等,但是这些方法存在一定局限性,例如堆垛机使用梯形加减速算法的加速度不连续,容易造成立柱振动;使用传统 S 型曲线加减速算法虽然加速度连续但是加加速度不连续,有突变冲击存在;使用正弦型曲线加减速算法中加加速度在各个端点处出现阶跃变化,同样有振动冲击。近几年,国内外学者针对上述这些问题,设计了一些新型速度控制算法,例如正矢曲线加减速算法^[13]、四阶 S 型曲线柔性加减速算法^[14]、改进四次 S 曲线加减速算法^[15]、基于泰勒展开的柔性加减速算法^[16]等。

为了提高堆垛机运动平稳性,本文通过建立堆垛机立柱结构振动方程,从理论上分析堆垛机立柱振动的主要影响因素。在传统算法的基础上新提出一种正矢平方型曲线加减速算法控制堆垛机运行,进而提高堆垛机立柱运动平稳性和减少立柱振幅。

1 堆垛机立柱振动方程

在堆垛机启动、变速和停止阶段,堆垛机立柱顶部会产生一定的振动,尤其是高位载货状态时,如果运动速度变化幅度过大,会导致立柱振幅过大,严重影响堆垛机的平稳性,同时会影响货叉存取货物的准确度,甚至会造成设备和货物损坏,影响物流输送效率,最坏情况可能使堆垛机脱轨,造成严重事故。随着堆垛机的高度越来越高,速度越来越快,必须考虑在各种运动情况下,使用合适的加减速算法来减少立柱振幅,提高工作效率。在堆垛机工作状态下,堆垛

机的 2 根立柱振动情况相同,因此,可以只研究其中 1 根的振动情况。为方便分析,将这根立柱简化为悬臂梁进行分析^[17],如图 1 所示。

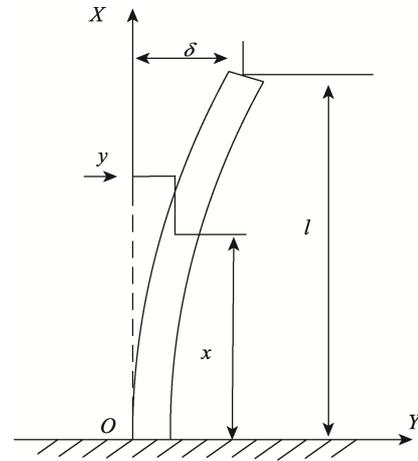


图 1 堆垛机简化-单质点悬臂梁模型
Fig.1 Simplified picture of stacker-single point cantilever beam model

无受力悬臂梁的静变形曲线表达式^[18]见式(1),假设悬臂梁做简谐运动,其自由端挠度 δ 表达式见式(2),得到各点位移表达式见式(3)。

$$y = \frac{mg}{6EI}(3l-x)x^2 \quad (1)$$

$$\delta = A \sin(\omega_n t + \varphi) \quad (2)$$

$$y = \frac{mg}{6EI}(3x^2l-x^3)A \sin(\omega_n t + \varphi) \quad (3)$$

式中: m 为悬臂梁自身质量; E 为悬臂梁弹性模量; I 为悬臂梁惯性矩; ω_n 为悬臂梁固有频率; A 为悬臂梁自由端摆幅; φ 为初始相位角。

由式(3)对时间求一阶微分,得各点速度函数见式(4)。

$$y' = \frac{mg}{6EI}(3x^2l-x^3)A\omega_n \cos(\omega_n t + \varphi) \quad (4)$$

悬臂梁自由端挠度公式见式(5)。

$$\delta = \frac{mgl^3}{3EI} \quad (5)$$

将式(5)代入式(4)得:

$$y' = \frac{\delta}{2l^3}(3x^2l-x^3)A\omega_n \cos(\omega_n t + \varphi) \quad (6)$$

设悬臂梁单位质量为 q ,将上式对 x 求积分,得悬臂梁动能方程 E 为:

$$E = \int_0^l \frac{1}{2} q y'^2 dx = \frac{1}{2} \times \frac{33ql}{140} [A\omega_n \cos(\omega_n t + \varphi)]^2 \quad (7)$$

由式(7)得悬臂梁等效质量 m_0 为:

$$m_0 = \frac{33ql}{140} \quad (8)$$

则悬臂梁的固有频率 ω_n 为:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{3EI}{m_0 l^3}} = \sqrt{\frac{420EI}{33ql^4}} \quad (9)$$

对式(1)求一阶导数得各点运动速度 v ，其振幅为：

$$A = \sqrt{x^2 + \left| \frac{v}{\omega_n} \right|^2} = \sqrt{f^2 + \left| \frac{v}{\omega_n} \right|^2} = \sqrt{(B_1 a_x + B_2 a_y + C)^2 + \left| \frac{v}{\omega_n} \right|^2} \quad (10)$$

式中： B_1 、 B_2 、 C 为常数； a_x 为堆垛机水平加速度； a_y 为堆垛机竖直加速度。设 $\varphi = 0$ ，将式(6)代入式(2)，得堆垛机立柱自由端振动方程 $y(t)$ 为^[8]：

$$y(t) = \sqrt{(B_1 a_x + B_2 a_y + C)^2 + \left| \frac{v}{\omega_n} \right|^2} \sin \omega_n t \quad (11)$$

由振动方程式(11)分析可知，堆垛机的立柱振幅与水平加速度、竖直加速度有关，堆垛机水平速度也会对其产生影响，同时加速度变化率——加加速度也决定着瞬时振幅的突变冲击，以上内容是研究堆垛机立柱振动时要考虑的主要影响因素。

2 正矢平方型曲线加减速算法

2.1 算法模型

堆垛机速度控制系统要求工作过程中速度变化尽量平稳，而传统梯形和S型加减速算法在工作过程中存在较大柔性冲击，不适合当前堆垛机的发展。故本文根据上述堆垛机立柱振动的主要影响因素新提出一种正矢平方型曲线加减速算法，保证加加速度连续平滑，满足速度曲线的连续与平滑性，可以抑制堆垛机立柱振动。

控制算法中输入参数有：加速运动阶段的最大加速度 a_{amax} 、加速运动阶段的最大加加速度 J_{amax} 、减速运动阶段的最大加速度 a_{dmax} 、减速运动阶段的最大加加速度 J_{dmax} 、最大速度 v_{max} 、起始速度 v_s 、结束速度 v_e 、轨迹总长度 S_{seg} 。

输出参数有加加速段时间长度 $T_1 = t_1$ 、匀加速段时间长度 $T_2 = t_2 - t_1$ 、减加速段时间长度 $T_3 = t_3 - t_2$ 、匀速段时间长度 $T_4 = t_4 - t_3$ 、加减速段时间长度 $T_5 = t_5 - t_4$ 、匀减速段时间长度 $T_6 = t_6 - t_5$ 、减减速段时间长度 $T_7 = t_7 - t_6$ ，且 $T_1 = T_3$ 、 $T_5 = T_7$ 。

本文新提出的正矢平方型曲线加减速算法是构造以正矢平方函数 $(1 - \cos x)^2$ 为核心的加减速算法，算法中4个主要参数分别是位移参数、速度参数、加速度参数、加加速度参数，它们与时间参数的关系表达式分别为 $S(t)$ 、 $v(t)$ 、 $a(t)$ 、 $J(t)$ ，则正矢平方型曲线加减速算法各运动阶段表达式如下。

1) 当 $t \in [0, t_1]$ 时，各参数的加加速运动段曲线表

达式如下：

$$\begin{cases} J(t) = \frac{J_{amax}}{4} \left[1 - 2 \cos \frac{2\pi}{T_1} t + \left(\cos \frac{2\pi}{T_1} t \right)^2 \right] \\ a(t) = \frac{J_{amax}}{4} \left(\frac{3}{2} t - \frac{T_1}{\pi} \sin \frac{2\pi}{T_1} t + \frac{T_1}{8\pi} \sin \frac{4\pi}{T_1} t \right) \\ v(t) = v_s + \frac{J_{amax}}{4} \left(\frac{3}{4} t^2 - \frac{15T_1^2}{32\pi^2} + \frac{T_1^2}{2\pi^2} \cos \frac{2\pi}{T_1} t - \frac{T_1^2}{32\pi^2} \cos \frac{4\pi}{T_1} t \right) \\ S(t) = v_s t + \frac{J_{amax}}{4} \left(\frac{1}{4} t^3 - \frac{15T_1^2}{32\pi^2} t + \frac{T_1^3}{4\pi^3} \sin \frac{2\pi}{T_1} t - \frac{T_1^3}{128\pi^3} \sin \frac{4\pi}{T_1} t \right) \end{cases} \quad (12)$$

2) 当 $t \in [t_1, t_2]$ 时，各参数的匀加速运动段曲线表达式如下：

$$\begin{cases} J(t) = 0 \\ a(t) = a_{amax} \\ v(t) = v_1 + a_{amax} (t - t_1) \\ S(t) = S_1 + v_1 (t - t_1) + \frac{a_{amax}}{2} (t - t_1)^2 \end{cases} \quad (13)$$

式中： $v_1 = v_s + \frac{J_{amax}}{4} \left(\frac{3}{4} T_1^2 \right)$ ； $S_1 = v_s T_1 +$

$$\frac{J_{amax}}{4} \left(\frac{1}{4} T_1^3 - \frac{15T_1^3}{32\pi^2} \right)。$$

3) 当 $t \in [t_2, t_3]$ 时，各参数的减加速运动段曲线表达式如下：

$$\begin{cases} J(t) = -\frac{J_{amax}}{4} \left\{ 1 - 2 \cos \frac{2\pi}{T_1} (t - t_2) + \left[\cos \frac{2\pi}{T_1} (t - t_2) \right]^2 \right\} \\ a(t) = a_{amax} - \frac{J_{amax}}{4} \left[\frac{3}{2} (t - t_2) - \frac{T_1}{\pi} \sin \frac{2\pi}{T_1} (t - t_2) + \frac{T_1}{8\pi} \sin \frac{4\pi}{T_1} (t - t_2) \right] \\ v(t) = v_2 + a_{amax} (t - t_2) - \frac{J_{amax}}{4} \left[\frac{3}{4} (t - t_2)^2 - \frac{15T_1^2}{32\pi^2} + \frac{T_1^2}{2\pi^2} \cos \frac{2\pi}{T_1} (t - t_2) - \frac{T_1^2}{32\pi^2} \cos \frac{4\pi}{T_1} (t - t_2) \right] \\ S(t) = S_2 + v_2 (t - t_2) + \frac{a_{amax}}{2} (t - t_2)^2 - \frac{J_{amax}}{4} \left[\frac{1}{4} (t - t_2)^3 - \frac{15T_1^2}{32\pi^2} (t - t_2) + \frac{T_1^3}{4\pi^3} \sin \frac{2\pi}{T_1} (t - t_2) - \frac{T_1^3}{128\pi^3} \sin \frac{4\pi}{T_1} (t - t_2) \right] \end{cases} \quad (14)$$

式中: $v_2 = v_1 + a_{\max}T_2$; $S_2 = S_1 + v_1T_2 + \frac{a_{\max}}{2}T_2^2$ 。

4) 当 $t \in [t_3, t_4]$ 时, 各参数的匀速运动段曲线表达式如下:

$$\begin{cases} J(t) = 0 \\ a(t) = 0 \\ v(t) = v_{\max} = v_3 \\ S(t) = S_3 + v_3(t - t_3) \end{cases} \quad (15)$$

式中: $v_3 = v_2 + a_{\max}T_3 - \frac{J_{\max}}{4} \left(\frac{3}{4}T_3^2 \right)$; $S_3 = S_2 + v_2T_3 + \frac{a_{\max}}{2}T_3^2 - \frac{J_{\max}}{4} \left(\frac{1}{4}T_3^3 - \frac{15T_1^3}{32\pi^2} \right)$ 。

5) 当 $t \in [t_4, t_5]$ 时, 各参数的加减速运动段曲线表达式如下:

$$\begin{cases} J(t) = -\frac{J_{\max}}{4} \left\{ 1 - 2 \cos \frac{2\pi}{T_5}(t - t_4) + \left[\cos \frac{2\pi}{T_5}(t - t_4) \right]^2 \right\} \\ a(t) = -\frac{J_{\max}}{4} \left[\frac{3}{2}(t - t_4) - \frac{T_5}{\pi} \sin \frac{2\pi}{T_5}(t - t_4) + \frac{T_5}{8\pi} \sin \frac{4\pi}{T_5}(t - t_4) \right] \\ v(t) = v_4 - \frac{J_{\max}}{4} \left[\frac{3}{4}(t - t_4)^2 - \frac{15T_5^2}{32\pi^2} + \frac{T_5^2}{2\pi^2} \cos \frac{2\pi}{T_5}(t - t_4) - \frac{T_5^2}{32\pi^2} \cos \frac{4\pi}{T_5}(t - t_4) \right] \\ S(t) = S_4 + v_4(t - t_4) - \frac{J_{\max}}{4} \left[\frac{1}{4}(t - t_4)^3 - \frac{15T_5^2}{32\pi^2}(t - t_4) + \frac{T_5^3}{4\pi^3} \sin \frac{2\pi}{T_5}(t - t_4) - \frac{T_5^3}{128\pi^3} \sin \frac{4\pi}{T_5}(t - t_4) \right] \end{cases} \quad (16)$$

式中: $v_4 = v_{\max} = v_3$; $S_4 = S_3 + v_3T_4$ 。

6) 当 $t \in [t_5, t_6]$ 时, 各参数的匀减速运动段曲线表达式如下:

$$\begin{cases} J(t) = 0 \\ a(t) = -a_{\max} \\ v(t) = v_5 - a_{\max}(t - t_5) \\ S(t) = S_5 + v_5(t - t_5) - \frac{a_{\max}}{2}(t - t_5)^2 \end{cases} \quad (17)$$

式中: $v_5 = v_4 - \frac{J_{\max}}{4} \left(\frac{3}{4}T_5^2 \right)$; $S_5 = S_4 + v_4T_5 - \frac{J_{\max}}{4} \left(\frac{1}{4}T_5^3 - \frac{15T_5^3}{32\pi^2} \right)$ 。

7) 当 $t \in [t_6, t_7]$ 时, 各参数的减减速运动段曲线

表达式:

$$\begin{cases} J(t) = \frac{J_{\max}}{4} \left\{ 1 - 2 \cos \frac{2\pi}{T_5}(t - t_6) + \left[\cos \frac{2\pi}{T_5}(t - t_6) \right]^2 \right\} \\ a(t) = -a_{\max} + \frac{J_{\max}}{4} \left[\frac{3}{2}(t - t_6) - \frac{T_5}{\pi} \sin \frac{2\pi}{T_5}(t - t_6) + \frac{T_5}{8\pi} \sin \frac{4\pi}{T_5}(t - t_6) \right] \\ v(t) = v_6 - a_{\max}(t - t_6) + \frac{J_{\max}}{4} \left[\frac{3}{4}(t - t_6)^2 - \frac{15T_5^2}{32\pi^2} + \frac{T_5^2}{2\pi^2} \cos \frac{2\pi}{T_5}(t - t_6) - \frac{T_5^2}{32\pi^2} \cos \frac{4\pi}{T_5}(t - t_6) \right] \\ S(t) = S_6 + v_6(t - t_6) - \frac{a_{\max}}{2}(t - t_6)^2 + \frac{J_{\max}}{4} \left[\frac{1}{4}(t - t_6)^3 - \frac{15T_5^2}{32\pi^2}(t - t_6) + \frac{T_5^3}{4\pi^3} \sin \frac{2\pi}{T_5}(t - t_6) - \frac{T_5^3}{128\pi^3} \sin \frac{4\pi}{T_5}(t - t_6) \right] \end{cases} \quad (18)$$

式中: $v_6 = v_5 - a_{\max}T_6$; $S_6 = S_5 + v_5T_6 - \frac{a_{\max}}{2}T_6^2$ 。

五段运动曲线中, $a_{\max} = \frac{3J_{\max}}{8}T_1$, $a_{\max} = \frac{3J_{\max}}{8}T_5$ 。

根据式 (12) — (18) 可确定各运动段参数, 正矢平方型曲线加减速算法曲线模型如图 2 所示。

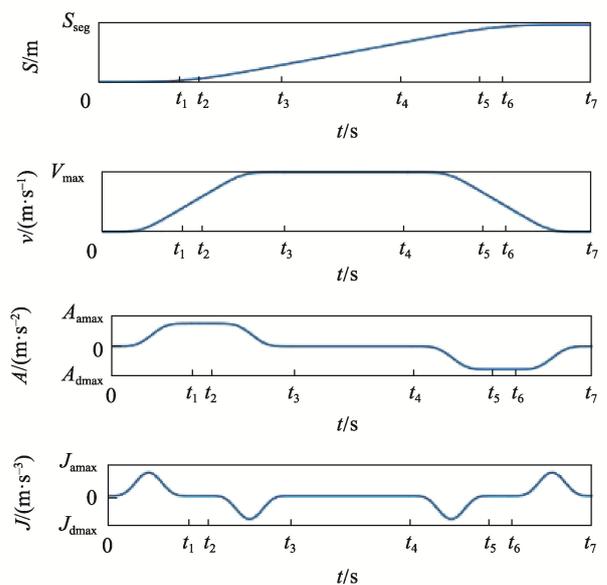


图 2 正矢平方型加减速曲线
Fig.2 Versine square shaped acceleration and deceleration curve

2.2 控制算法

本文新提出的正矢平方型曲线加减速算法具体实施步骤如下。

由式(12)和(13)可知,在加速阶段中 $v_1 = v_s + \frac{J_{amax}}{4} \left(\frac{3}{4} T_1^2 \right)$, $a_{amax} = \frac{3J_{amax}}{8} T_1$ 。推导出 $v_1 - v_s = \frac{4a_{amax}^2}{3J_{amax}}$,由于匀加速和匀减速阶段是对称的,所以临界情况下有 $v_1 - v_s = \frac{8a_{amax}^2}{3J_{amax}}$ 。

2.2.1 关于起始速度和结束速度的可达性校验

为了避免轨迹段长度过短而无法从起始速度到达结束速度的情况,结合加速度(a_{amax} 和 a_{dmax})、加加速度(J_{amax} 和 J_{dmax})和轨迹段长度 S_{seg} 的约束条件,计算起始速度和结束速度实际可以达到的情况,然后根据情况调整系统输入的起始速度 v_s 和结束速度 v_e 。

- 1) 当 $v_s = v_e$ 时,算法直接跳转步骤2。
- 2) 当 $v_s < v_e$ 时,结合各个约束条件,再计算结束速度 v_e 真正能够达到的情况。

当只有加加速段和减加速段时,加速段最大位移为:

$$S_{a2,max} = S_1 + S_3 - S_2 = \frac{16(3a_{amax} v_s J_{amax} + 4a_{amax}^3)}{9J_{amax}^2} \quad (19)$$

当有加加速段、匀加速段和减加速段时,加速段最大位移为:

$$S_{a3,max} = S_3 = \frac{4a_{amax}(v_{max} + v_s)}{3J_{amax}} + \frac{v_{max}^2 - v_s^2}{2a_{amax}} \quad (20)$$

若 $S_{seg} \geq S_{a3,max}$,则这种情况下系统输入轨迹段长度达到系统控制要求,算法直接跳转到步骤2;若 $S_{a2,max} \leq S_{seg} < S_{a3,max}$,则这种情况下 S_{seg} 可以让加减速达到最大加速度,但结束速度无法达到系统输入要求。调整结束速度和实际最大速度,并跳转到步骤2。

调整结束速度和实际最大速度的表达式:

$$\begin{cases} \Delta_1 = 64a_{amax}^4 + 12J_{amax} \cdot \\ \quad (6a_{amax} S_{seg} J_{amax} - 8a_{amax}^2 v_s + 3J_{amax} v_s^2) \\ v_{e,act} = \frac{-4a_{amax}^2}{3J_{amax}} + \frac{\sqrt{\Delta_1}}{6J_{amax}} \\ v_e = v_{e,act} \\ v_{max} = v_{e,act} \end{cases} \quad (21)$$

式(20)是一元二次方程,以 v_{max} 为未知数, Δ_1 是其根的判别式。

若 $S_{seg} < S_{a2,max}$,则这种情况下轨迹段长度过短,

实际的最大加速度小于系统输入的最大加速度 a_{amax} ,式(19)是一元三次方程,采用盛金公式法^[19]计算最大加速度,调整结束速度和实际最大速度的表达式为:

$$\begin{cases} X_1 = -497664J_{amax}^2 S_{seg} + \\ \quad \sqrt{6718464J_{amax}^4 S_{seg}^2 + 21233664J_{amax}^3 v_s^3} \\ X_2 = -497664J_{amax}^2 S_{seg} - \\ \quad \sqrt{6718464J_{amax}^4 S_{seg}^2 + 21233664J_{amax}^3 v_s^3} \\ a_{amax,act} = \frac{-(\sqrt[3]{X_1} + \sqrt[3]{X_2})}{192} \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} v_{e,act} = v_s + \frac{8a_{amax,act}^2}{3J_{amax}} \\ v_{max} = v_e = \min\{v_{max}, v_{e,act}\} \end{cases} \quad (23)$$

3) 当 $v_s > v_e$ 时,结合各个约束条件,再计算起始速度 v_s 实际能够达到的情况。

同理,当只有加减速段和减减速段时,减速段最大位移为:

$$S_{d2,max} = \frac{16(3a_{dmax} v_e J_{dmax} + 4a_{dmax}^3)}{9J_{dmax}^2} \quad (24)$$

当有加减速段、匀减速段和减减速段时,减速段最大位移为:

$$S_{d3,max} = \frac{4a_{dmax}(v_{max} + v_e)}{3J_{dmax}} + \frac{v_{max}^2 - v_e^2}{2a_{dmax}} \quad (25)$$

若 $S_{seg} \geq S_{d3,max}$,则这种情况下系统输入轨迹段长度达到系统控制要求,算法直接跳转到步骤2;若 $S_{d2,max} \leq S_{seg} < S_{d3,max}$,此时轨迹段长度能够满足加减速达到最大加速度,但无法满足加减速达到系统输入的结束速度。调整结束速度和实际最大速度,并跳转到步骤2,调整结束速度和实际最大速度的表达式为:

$$\begin{cases} \Delta_2 = 64a_{dmax}^4 + 12J_{dmax} \cdot \\ \quad (6a_{dmax} S_{seg} J_{dmax} - 8a_{dmax}^2 v_e + 3J_{dmax} v_e^2) \\ v_{s,act} = \frac{-4a_{dmax}^2}{3J_{dmax}} + \frac{\sqrt{\Delta_2}}{6J_{dmax}} \\ v_s = v_{s,act} \\ v_{max} = v_{s,act} \end{cases} \quad (26)$$

式(25)是一元二次方程,以 v_{max} 为未知数, Δ_2 是其根的判别式。

若 $S_{seg} < S_{d2,max}$,则这种情况下轨迹段长度过短,实际的最大加速度小于系统输入的最大加速度 a_{dmax} ,式(24)是一元三次方程,采用盛金公式法计算最大加速度,调整结束速度和实际最大速度的表达式为:

$$\begin{cases} Y_1 = -497\ 664J_{dmax}^2 S_{seg} + \\ \sqrt{6\ 718\ 464J_{dmax}^4 S_{seg}^2 + 21\ 233\ 664J_{dmax}^3 v_e^3} \\ Y_2 = -497\ 664J_{dmax}^2 S_{seg} - \\ \sqrt{6\ 718\ 464J_{dmax}^4 S_{seg}^2 + 21\ 233\ 664J_{dmax}^3 v_e^3} \\ a_{dmax_act} = \frac{-(\sqrt[3]{Y_1} + \sqrt[3]{Y_2})}{192} \\ v_{s_act} = v_e + \frac{8a_{dmax_act}^2}{3J_{dmax}} \\ v_{max} = v_s = \min\{v_{max}, v_{s_act}\} \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{cases} v_{s_act} = v_e + \frac{8a_{dmax_act}^2}{3J_{dmax}} \\ v_{max} = v_s = \min\{v_{max}, v_{s_act}\} \end{cases} \quad (28)$$

2.2.2 关于匀加速运动段的存在性校验

1) 若 $v_{max} - v_s > \left(\frac{8a_{amax}^2}{3J_{amax}}\right)$, 根据式 (12) — (15)

可知, 此时有匀加速运动段, 加加速、匀加速和减加速运动段时间长度的表达式为:

$$\begin{cases} T_1 = \frac{8a_{amax}}{3J_{amax}} \\ T_2 = \frac{v_{max} - v_s}{a_{amax}} - T_1 \\ T_3 = T_1 \end{cases} \quad (29)$$

2) 如果 $v_{max} - v_s \leq \left(\frac{8a_{amax}^2}{3J_{amax}}\right)$, 此时没有匀加速运

动段, 加加速、匀加速和减加速运动段时间长度的表达式为:

$$\begin{cases} T_1 = \sqrt{\frac{8(v_{max} - v_s)}{3J_{amax}}} \\ T_2 = 0 \\ T_3 = T_1 \end{cases} \quad (30)$$

3) 根据式 (14), 并结合式 (29) 或式 (30), 可以由式 (31) 计算包含加加速、匀加速和减加速运动段在内的加速运动段所需总位移长度 S_a , 并跳转到步骤 3。

$$S_a = v_s(T_1 + T_2 + T_3) + \frac{3J_{amax}}{16} [T_1^2(T_2 + T_3) + T_1(T_2 + T_3)^2] \quad (31)$$

2.2.3 关于匀减速运动段的存在性校验

1) 若 $v_{max} - v_e > \left(\frac{8a_{dmax}^2}{3J_{dmax}}\right)$, 根据式 (16) — (18)

可知运行过程中有匀减速运动段, 这种情况下加减速、匀减速和减减速运动段时间长度的表达式为:

$$\begin{cases} T_5 = \frac{8a_{dmax}}{3J_{dmax}} \\ T_6 = \frac{v_{max} - v_e}{a_{dmax}} - T_5 \\ T_7 = T_5 \end{cases} \quad (32)$$

2) 若 $v_{max} - v_e \leq \left(\frac{8a_{dmax}^2}{3J_{dmax}}\right)$, 则运行过程中没有匀

加速运动段, 加减速、匀减速和减减速运动段时间长度的表达式为:

$$\begin{cases} T_5 = \sqrt{\frac{8(v_{max} - v_e)}{3J_{dmax}}} \\ T_6 = 0 \\ T_7 = T_5 \end{cases} \quad (33)$$

3) 根据式 (18), 并结合式 (32) 或式 (33), 可以由式 (34) 得到包含加减速、匀减速和减减速运动段在内的减速运动段所需的总位移长度 S_d , 并跳转到步骤 4。

$$S_d = v_{max}(T_5 + T_6 + T_7) - \frac{3J_{dmax}}{16} [T_5^2(T_6 + T_7) + T_5(T_6 + T_7)^2] \quad (34)$$

2.2.4 关于匀速运动段的存在性校验

1) 当 $S_{seg} \geq S_a + S_d$ 时, 此时有匀速运动段, 系统输入最大速度 v_{max} 就是在运行过程中真正达到的最大速度 v_{max_act} 。

计算匀速运动段运动时间长度表达式为:

$$T_4 = \frac{S_{seg} - S_a - S_d}{v_{max}} \quad (35)$$

2) 当 $S_{seg} < S_a + S_d$ 时, 则运行过程中不存在匀速运动段, 这种情况下 $T_4 = 0$ 。

正矢平方型曲线加减速算法流程经过上述 4 个步骤进行校验, 得到了正矢平方型曲线加减速算法的 $S(t)$ 、 $v(t)$ 、 $a(t)$ 、 $J(t)$ 的计算公式。对各种情况进行讨论, 包括起始速度和结束速度的可达性, 匀加速运动段、匀减速运动段、匀速运动段的存在性进行讨论, 最终正矢平方型曲线加减速算法流程如图 3 所示。

3 仿真研究

在水平运动方向, 将正矢平方型曲线加减速算法与正矢型曲线加减速算法、传统 S 型曲线加减速算法进行对比验证。初始输入参数相同, 设定堆垛机水平方向轨迹总长度 $S_{seg}=50\text{ m}$, 初始速度为 $v_s=0\text{ m/s}$, 结束速度为 $v_e=0\text{ m/s}$, 最大设计速度为 $v_{max}=5\text{ m/s}$, 最大设计加速度 $a_{max}=1.5\text{ m/s}^2$, 最大设计加加速度 $J_{max}=1.5\text{ m/s}^3$ 得到水平运动方向 3 种算法的速度对比仿真图 (如图 4 所示) 与加速度对比仿真图 (如图 5 所示)。

堆垛机在竖直运动方面都采用传统 S 型曲线加减速算法运行。设定堆垛机竖直方向轨迹总长度 $S_{seg}=10\text{ m}$, 初始速度 $v_s=0\text{ m/s}$, 结束速度为 $v_e=0\text{ m/s}$, 最大设计速度为 $v_{max}=3\text{ m/s}$, 最大设计加速度 $a_{max}=1.5\text{ m/s}^2$, 最大设计加加速度 $J_{max}=1.5\text{ m/s}^3$, 得到堆垛机竖直方向各参数曲线见图 6。

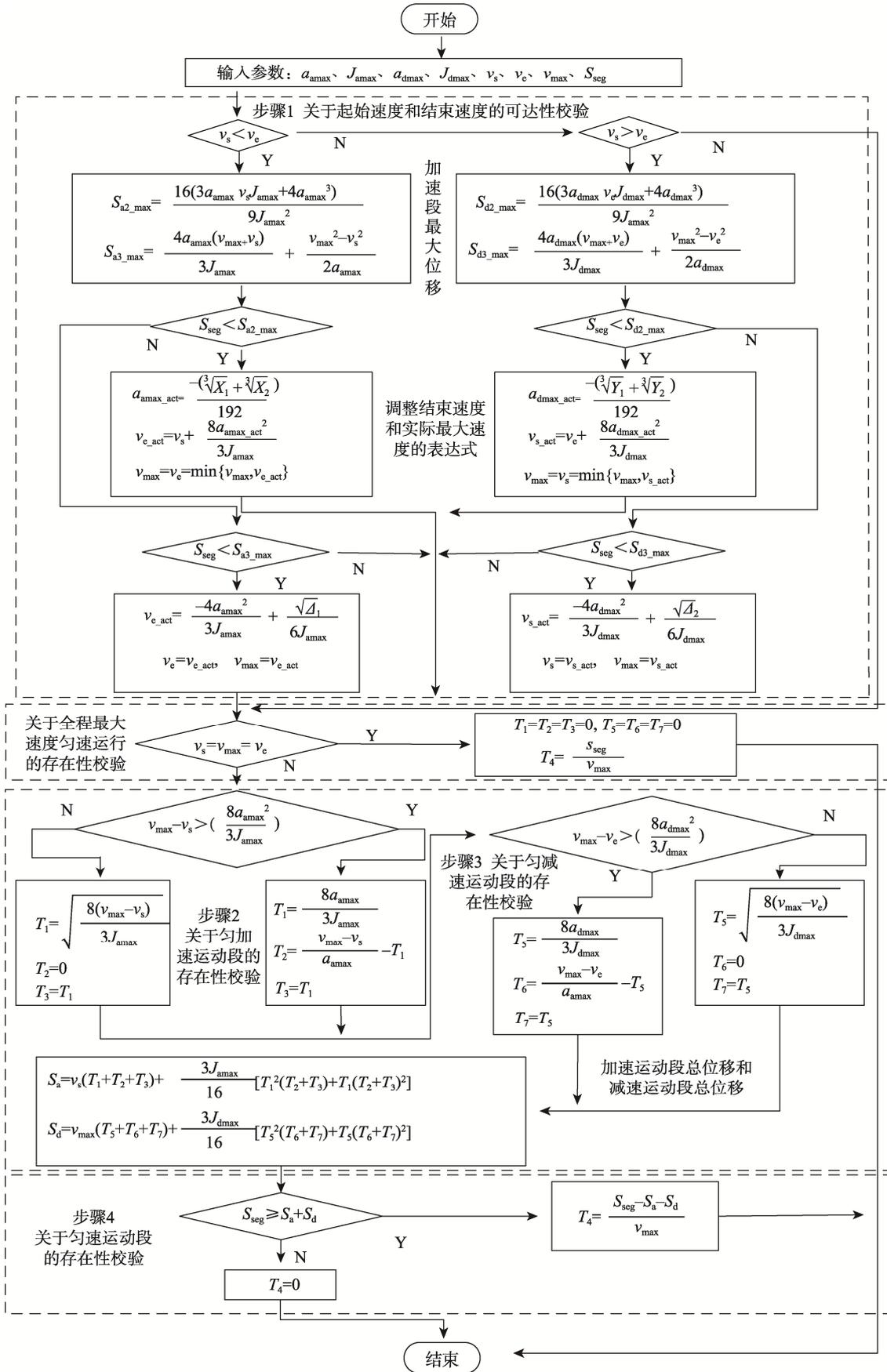


图3 正矢平方型曲线加减速算法流程

Fig.3 Flow chart of versine square shaped curve acceleration and deceleration algorithm

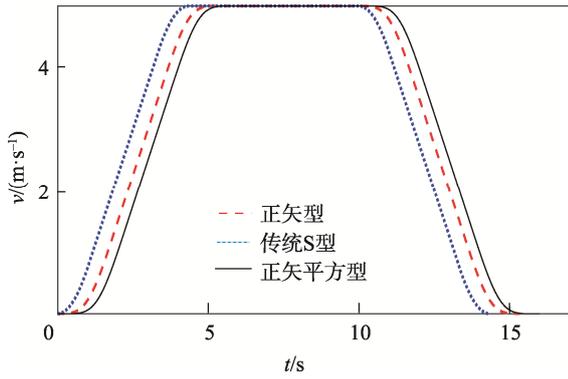


图 4 速度对比仿真
Fig.4 Simulation diagram of speed comparison

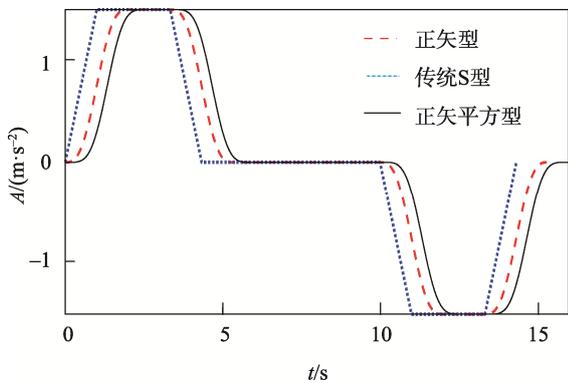


图 5 加速度对比仿真
Fig.5 Simulation diagram of acceleration comparison

为了验证本文所述正矢平方型曲线加减速算法的有效性, 利用 Matlab 软件进行仿真。基于振动方程式 (11), 首先建立 Simulink 堆垛机振动仿真系统, 然后将堆垛机的水平和垂直方向速度算法结果导入建立的仿真系统中, 如图 7、8 所示。

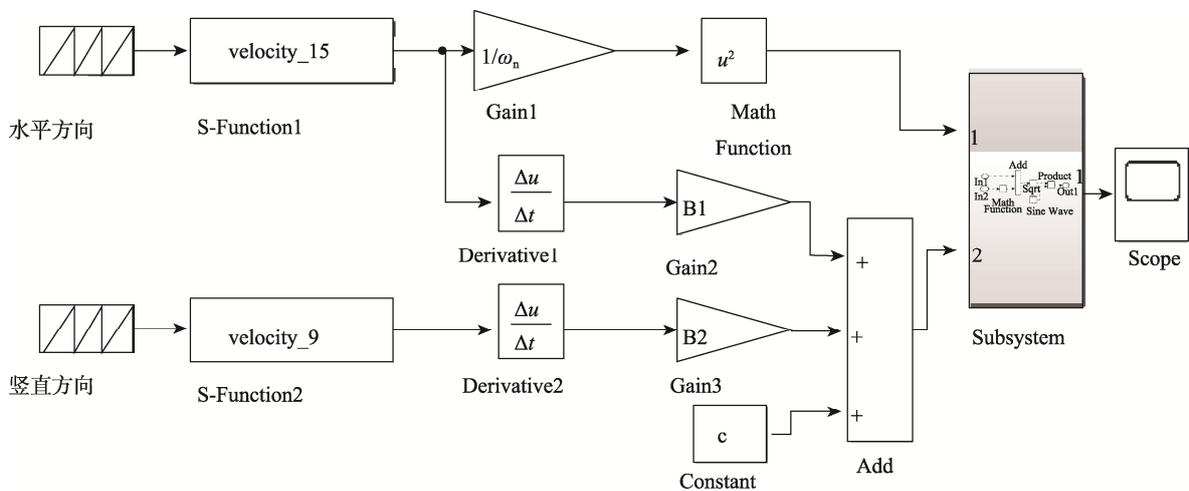


图 7 振动方程的 Simulink 仿真
Fig.7 Simulation diagram of vibration equation in Simulink

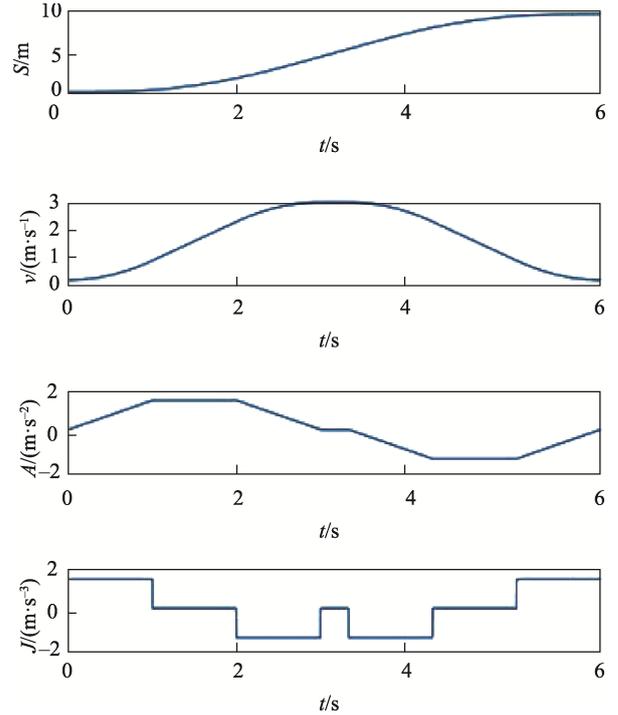


图 6 堆垛机垂直方向传统 S 型曲线
加减速控制曲线
Fig.6 Control curve of traditional S-shaped
curve acceleration and deceleration in
vertical direction of stacker

最终在 Simulink 堆垛机振动仿真系统中得到振动结果如图 9、10、11 所示。

在堆垛机水平方向分别采用正矢平方型曲线加减速算法、正矢型曲线加减速算法和传统 S 型曲线加减速算法, 垂直方向都采用传统 S 型曲线加减速算法运行的情况下, 最终仿真得到堆垛机立柱振幅对比结果如表 1 所示。

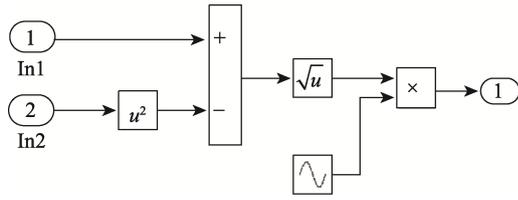


图8 Simulink 仿真子系统 Subsystem 仿真
Fig.8 Simulation diagram of simulation subsystem in Simulink

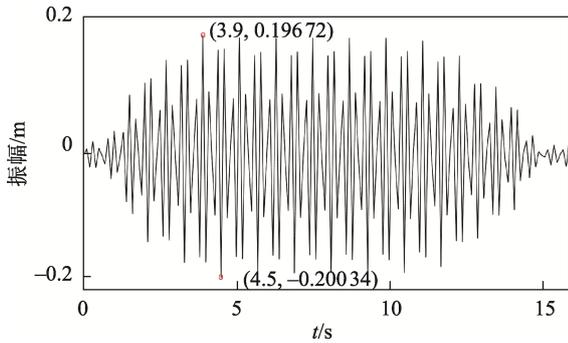


图9 正矢平方型曲线加减速算法立柱振幅
Fig.9 Column amplitude diagram of versine square shaped curve acceleration and deceleration algorithm

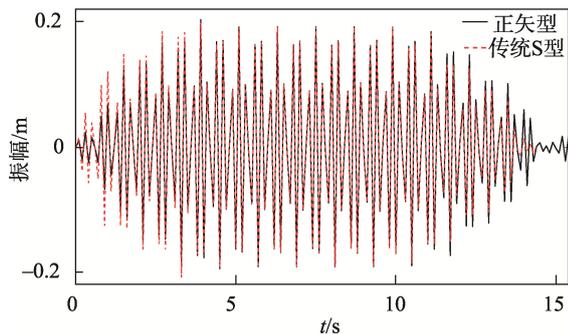


图10 正矢型与传统 S 型曲线加减速算法立柱振幅对比
Fig.10 Contrast diagram for column amplitude of versine type and traditional S-shaped curve acceleration and deceleration algorithms

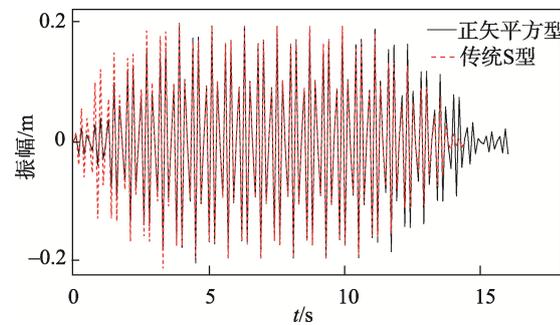


图11 正矢平方型与传统 S 型曲线加减速算法立柱振幅对比
Fig.11 Contrast diagram for column amplitude of versine square shaped curve and traditional S-shaped curve acceleration and deceleration algorithms

表1 采用不同加减速算法的时间与振幅对比
Tab.1 Comparison of times and amplitudes with different acceleration and deceleration algorithms

速度算法类型	时间/s	振幅最正值/m	时间/s	振幅最负值/m
传统 S 型	3.9	0.198 4	3.3	-0.209 1
正矢型	3.9	0.203 5	4.5	-0.195 2
正矢平方型	3.9	0.196 7	4.5	-0.200 3

根据表 1 可知,在堆垛机水平方向采用传统 S 型曲线加减速算法时,堆垛机立柱在 3.3 s 出现最大振幅 0.209 1 m;采用正矢型曲线加减速算法时,堆垛机立柱在 3.9 s 出现最大振幅 0.203 5 m;采用正矢平方型曲线加减速算法时,堆垛机立柱在 4.5 s 出现最大振幅 0.200 3m。堆垛机采用正矢型曲线加减速算法比传统 S 型曲线加减速算法的立柱振幅减小了约 2.6%,堆垛机采用正矢平方型曲线加减速算法比传统 S 型曲线加减速算法的立柱振幅大约减小了 4.2%。从图 10 可以看出,在前期启动阶段,采用正矢平方型曲线加减速算法的堆垛机的振幅明显小于采用传统 S 型曲线加减速算法的堆垛机的振幅。

综上,本文通过仿真对比表明,堆垛机水平方向采用正矢平方型曲线加减速算法对抑制堆垛机立柱振动振幅效果更好。本文新提出的正矢平方型曲线加减速算法在速度规划中考虑了堆垛机的速度、加速度和加加速度等约束关系,在满足堆垛机动态性能的基础上实现了运动变化过程中加加速度的连续性。该算法相比于其他算法,平稳性更为理想,所得到的振幅更小,控制结果更优,是一种很好地适用于堆垛机运动速度控制的加减速算法。

4 结语

当堆垛机采用梯形加减速和传统 S 型曲线加减速等算法时,它们的加加速度曲线是阶跃变化的,这很容易使立柱在高速运动时产生过大的冲击与振动。为保证加加速度的平滑性,本文新提出一种正矢平方型曲线加减速算法,讨论了其中参数的各种情况,控制堆垛机实现加加速度连续,然后与传统 S 型曲线加减速算法和正矢型曲线加减速算法作对比,用 Matlab/Simulink 仿真分析 3 种算法,通过仿真验证所述控制算法的有效性。文中得出的结论如下:

- 1) 在前期启动阶段,采用正矢平方型加减速算法的堆垛机的振动明显小于采用传统 S 型加减速算法的堆垛机的。
- 2) 采用传统 S 型加减速算法的堆垛机加加速度 J 呈阶跃变化,而采用正矢平方型加减速算法其加加速度 J 平滑且连续。

3) 采用正矢平方型加减速算法的堆垛机比其他 2 种控制算法对立柱的冲击和振动更小, 抑制立柱振动幅度的效果更好, 提高了系统加减速的平滑性。

参考文献:

- [1] DING L, CHEN Y S. Speed Optimization Design of Stacker in Automatic Stereoscopic Warehouse Based on PLC[J]. Journal of Physics Conference Series, 2020, 1678(1): 012021.
- [2] THO H D, KANESHIGE A, TERASHIMA K. Minimum-Time S-Curve Commands for Vibration-Free Transportation of an Overhead Crane with Actuator Limits[J]. Control Engineering Practice, 2020, 98(11): 104390.
- [3] LIU Chong-xu, CHEN You-dong. Combined S-Curve Feedrate Profiling and Input Shaping for Glass Substrate Transfer Robot Vibration Suppression[J]. Industrial Robot An International Journal, 2018, 45(4): 549-560.
- [4] BIAGIOTTI L, MELCHIORRI C. Optimization of Generalized S-Curve Trajectories for Residual Vibration Suppression and Compliance with Kinematic Bounds[J]. IEEE-ASME Transactions on Mechatronics, 2021, 26(5): 2724-2734.
- [5] HAJDU S, GÁSPÁR P. Reducing the Mast Vibration of Single-mast Stacker Cranes by Gain-scheduled Control[J]. International Journal of Applied Mathematics & Computer Science, 2016, 26(4), 791-802.
- [6] FANG Yong-chun, MA Bo-jun, WANG Peng-cheng, et al. A Motion Planning-Based Adaptive Control Method for an Underactuated Crane System[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2012, 20(1), 241-248.
- [7] 李岩, 武名虎, 卢宗慧, 等. 轻型高速堆垛机立柱变形分析及速度控制方法研究[J]. 制造业自动化, 2022, 44(1): 55-59.
LI Yan, WU Ming-hu, LU Zong-hui, et al. Deformation Analysis and Speed Control Method of Light High-Speed Stacker Column[J]. Manufacturing Automation, 2022, 44(1): 55-59.
- [8] 林松森. 自动化立体仓库堆垛机运行过程控制方法的研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2017.
LIN Song-sen. Research on the Running Process Control Method of the Stacker in Automated Warehouse[D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2017.
- [9] 胡文奇, 辛舟, 张伟程. 铝锭伺服堆垛机 z 轴速度分析及仿真[J]. 机械制造与自动化, 2017, 46(3): 116-118.
HU Wen-qi, XIN Zhou, ZHANG Wei-cheng. Analysis and Simulation of Z-Axis Speed of Aluminium Ingot Servo Stacker[J]. Machine Building & Automation, 2017, 46(3): 116-118.
- [10] 郭新贵, 李从心. S 曲线加减速算法研究[J]. 机床与液压, 2002, 30(5): 60-62.
GUO Xin-gui, LI Cong-xin. Studying S-shaped Acceleration/Deceleration Algorithm[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2002, 30(5): 60-62.
- [11] 蒋涛, 张为民. 单立柱堆垛机有限元振动分析[J]. 机械制造, 2020, 58(2): 38-40.
JIANG Tao, ZHANG Wei-min. Finite Element Vibration Analysis of Single Column Stacker[J]. Machinery, 2020, 58(2): 38-40.
- [12] 张靖瑄, 匡永江, 陈哈卿, 等. 堆垛机立柱摆动分析及其智能算法的研究[J]. 制造业自动化, 2020, 42(5): 39-42.
ZHANG Jing-xuan, KUANG Yong-jiang, CHEN Han-qing, et al. Analysis of Pillar Swing of Stacker and Research of Intelligent Algorithm[J]. Manufacturing Automation, 2020, 42(5): 39-42.
- [13] 潘海鸿, 贺飞翔, 易健, 等. 正矢曲线加减速加加速度连续算法研究[J]. 机械科学与技术, 2019, 38(12): 1894-1903.
PAN Hai-hong, HE Fei-xiang, YI Jian, et al. Versine Curve Acc/Dec Snap Continuous Control Algorithm[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2019, 38(12): 1894-1903.
- [14] 张相胜, 朱道坤, 潘丰. 数控加工中 S 型曲线柔性加减速控制算法研究[J]. 制造业自动化, 2020, 42(12): 68-73.
ZHANG Xiang-sheng, ZHU Dao-kun, PAN Feng. Research on S-Curve Flexible Acc/Dec Control Algorithm in NC Machining[J]. Manufacturing Automation, 2020, 42(12): 68-73.
- [15] 游达章, 杨京, 张业鹏, 等. 一种改进四次 S 曲线的加减速算法研究[J]. 机床与液压, 2021, 49(2): 31-35.
YOU Da-zhang, YANG Jing, ZHANG Ye-peng, et al. Study on an Improved Four Order S-Curve Acceleration and Deceleration Algorithm[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2021, 49(2): 31-35.
- [16] 王佳炜, 崔平, 宫子阳, 等. 基于泰勒展开的柔性加减速控制算法研究[J]. 化工自动化及仪表, 2022, 49(2): 144-150.
WANG Jia-wei, CUI Ping, GONG Zi-yang, et al. Study

- of Flexible Acceleration and Deceleration Control Algorithm Based on Taylor Expansion[J]. Control and Instruments in Chemical Industry, 2022, 49(2): 144-150.
- [17] 李岩, 卢宗慧, 武名虎, 等. 双立柱堆垛机机械结构的力学计算与仿真分析[J]. 物流技术与应用, 2020, 25(4): 124-126.
- LI Yan, LU Zong-hui, WU Ming-hu, et al. Mechanical Calculation and Simulation Analysis of Mechanical Structure of Double-Column Stacker[J]. China Industrial Economics, 2020, 25(4): 124-126.
- [18] 刘鸿文. 材料力学-II[M]. 5 版. 北京: 高等教育出版社, 2011.
- LIU Hong-wen. Mechanics of Materials[M]. 5th ed. Beijing: Higher Education Press, 2011.
- [19] FAN Sheng-jin. A New Extracting Formula and a New Distinguishing Means on the One Variable Cubic Equation[J]. Journal of Hainan Normal University (Natural Science), 1989, 2(2): 91-98.

责任编辑: 曾钰婵