# 永磁同步电机抗干扰复合滑模控制器的设计

金爱娟，赵莹莹，李少龙
（上海理工大学，上海 200093）

**摘要：目的** 在灌装、封口等包装作业过程中，提高永磁同步电机的快速响应和抗干扰能力，同时减少控制系统的抖振现象。**方法** 提出一种复合滑模控制策略，设计一种能适应滑模面和系统状态变化的分段速率滑模趋近律，将其与新型积分滑模面结合，设计一种带速度环的滑模控制器。同时，设计一个干扰观测器，用于估计闭环系统的扰动，并将估计后的扰动实时补偿到控制器的输出电流中，构建复合控制器。**结果** 仿真结果表明，设计的控制器能够显著提高收敛速度，并有效减少了控制系统的抖振，从而提高了动态质量。此外，干扰观测器与控制器结合的复合控制器可以提高系统的抗干扰能力，从而进一步提高了控制性能。**结论** 文中提出的复合滑模控制策略可以有效提高永磁同步电机调速系统的动态性能，减少控制系统的抖振，为实现高效、稳定的控制提供了有效的解决方案。

**关键词：**永磁同步电机；滑模控制；分段速率趋近律；干扰观测器
**中图分类号：**TM341；TB486 **文献标志码：**A **文章编号：**1001-3563(2024)03-0176-10
**DOI：**10.19554/j.cnki.1001-3563.2024.03.020

## Design of the Robust Composite Sliding Mode Controller for Permanent Magnet Synchronous Motors

*JIN Aijuan*, *ZHAO Yingying*, *LI Shaolong*
(University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

**ABSTRACT:** The work aims to enhance the rapid response, and anti-interference capabilities of permanent magnet synchronous motors (PMSM) during filling, sealing, and other packaging operations, while reducing the vibration of the control system. A composite sliding mode control strategy was proposed and a segmented rate reaching law adaptable to the sliding surface and system state variations was designed. Then, it was combined with a novel integral sliding mode surface to design a speed loop sliding mode controller. Furthermore, a disturbance observer was designed to estimate the disturbance in the closed-loop system, and the estimated value was compensated to the output current of the controller in real time to construct a composite controller. Simulation results demonstrated that the designed controller significantly improved the convergence rate and effectively reduced the vibration of the control system, thereby enhancing the dynamic quality. In addition, the disturbance estimated by the disturbance observer improved the anti-interference capability of the system, further enhancing the control performance. The control strategy of the proposed composite sliding mode controller effectively improves the dynamic performance and anti-interference capability of the PMSM speed control system, reduces the vibration of the control system, and provides an effective solution for achieving efficient and stable control.

**KEY WORDS:** permanent magnet synchronous motor; sliding mode control; piecewise rate-adjusting reaching law; disturbance observer

我国目前正处于人口结构转型、消费升级的大趋势中，作为需求导向型行业的包装机械行业，其市场规模也在不断扩大。永磁同步电机（Permanent Magnet Synchronous Motor，PMSM）具有高效率、高转矩惯量

**收稿日期：**2023-05-06
**基金项目：**国家自然科学基金（11502145）

比和卓越的动态性能，在包装产业中得到广泛应用[1]。包装机械在运行过程中往往需要对速度、位置和扭矩进行精确控制，PMSM 可以满足这些要求，并为各种应用提供高精度、快速响应和节能的解决方案，如灌装、封口、贴标和码垛等。但在 PMSM 调速系统中存在参数扰动、系统不确定和不可避免的外部扰动等问题，导致系统性能受到影响。为了克服这些问题，许多非线性控制策略已在 PMSM 调速系统中得到广泛应用，如模糊控制[2-3]、鲁棒控制[4-5]、有限时间控制[6-7]、滑模控制[8-9]和预测控制[10-11]等，这些策略从不同角度促进了 PMSM 控制系统性能的提升。滑模控制（Sliding Mode Control，SMC）对不确定性和扰动具有强鲁棒性，被认为是处理不确定非线性系统的有效方法之一[12-13]。已有若干基于滑模控制的方案针对永磁同步电机调速系统的动态性能进行了改进，提高了它在 PMSM 控制中的性能。邓豪、何志琴[14]提出了一种新型趋近律，使其可以进行自适应调整参数，引入了双曲正弦函数，进一步减小了抖振。Zhang 等[8]提出了一种基于新趋近技术的 SMC 速度控制器，该控制器能动态适应系统的变化，抑制抖振，具有良好的跟踪性能。Yu 等[15]提出了一种快速幂趋近律（Fast Power Reaching Law，FPRL），该趋近律将指数趋近律与单次趋近律线性结合，缩短了趋近时间。Wang 等[16]的研究创新点在于提出了一种改进指数趋近律，解决了传统滑模控制中存在的抖动问题，且在速度误差信号较大时设计了基于改进指数趋近律的滑模速度控制器，利用其快速响应和强鲁棒性使得系统快速稳定。当误差信号较小时，选择具有无静态误差和无超调等优点的 PI 控制方法进行控制。

文中提出一种创新的滑模控制策略，将分段速率滑模趋近律（Piecewise Rate-Adjusting Reaching Law，PRARL）与设计的积分滑模面函数结合。通过引入非线性分段函数和可变指数幂项，将趋近速度与系统状态 $|s|$ 进行了动态关联，从而提升系统的动态响应性能，有效降低抖振。此外，还设计一种扩展状态观测器（Extended State Observer，ESO），用于估计闭环系统的扰动，并将估计值应用于具有速度环路输出的前馈补偿，从而提高系统的抗扰动能力。

## 1　永磁同步电机的数学模型

永磁同步电机闭环调速系统通常由电流环和速度环的双环结构组成。在永磁同步电动机中，转子由永磁体组成，具有固定幅值的磁链。为了便于推导，在 $d$-$q$ 坐标系中建立了永磁同步电机的数学模型，见式（1）。

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\dfrac{3n_{\mathrm{p}}\psi_{\mathrm{f}}}{2J}i_q-\dfrac{B}{J}\omega-\dfrac{T_{\mathrm{L}}}{J}\\ \dfrac{\mathrm{d}i_d}{\mathrm{d}t}=-\dfrac{R_{\mathrm{s}}}{L_d}i_d+n_{\mathrm{p}}\omega i_q+\dfrac{u_d}{L_d}\\ \dfrac{\mathrm{d}i_q}{\mathrm{d}t}=-\dfrac{R_{\mathrm{s}}}{L_q}i_q-n_{\mathrm{p}}\omega i_d+\dfrac{u_q}{L_q}-\dfrac{3n_{\mathrm{p}}\psi_{\mathrm{f}}}{2L_q}\omega\end{cases} \tag{1}$$

式中：$n_{\mathrm{p}}$ 为电机的极对数；$\psi_{\mathrm{f}}$ 为永磁磁链；$J$ 为转动惯量；$B$ 为黏滞摩擦因数；$i_d$、$i_q$ 分别为定子电流 $d$-$q$ 轴分量；$u_d$、$u_q$ 分别为定子电压 $d$-$q$ 轴分量；$R_{\mathrm{s}}$ 为定子电阻；$\omega$ 为电机的机械角速度；$T_{\mathrm{L}}$ 为电机的负载转矩；$L_d$、$L_q$ 分别为 $d$ 轴和 $q$ 轴的电感。

对 $L_d=L_q=L$ 的表面贴装永磁同步电机进行研究，得到了相应的电磁转矩，见式（2）。

$$T_{\mathrm{e}}=\frac{3}{2}n_{\mathrm{p}}\psi_{\mathrm{f}}i_q \tag{2}$$

由式（2）可知，转矩与 $q$ 轴电流线性相关，通过调节 $q$ 轴电流来控制 PMSM 的速度。在磁场定向控制（Field-Oriented Control，FOC）中，通过保持 $i_d=0$，可以实现最大转矩控制，因此解耦动力学方程可以表示为式（3）。

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\dfrac{3n_{\mathrm{p}}\psi_{\mathrm{f}}}{2J}i_q-\dfrac{B}{J}\omega-\dfrac{T_{\mathrm{L}}}{J}\\ \dfrac{\mathrm{d}i_q}{\mathrm{d}t}=-\dfrac{R_{\mathrm{s}}}{L_q}i_q-n_{\mathrm{p}}\omega i_d+\dfrac{u_q}{L_q}-\dfrac{3n_{\mathrm{p}}\psi_{\mathrm{f}}}{2L_q}\omega\end{cases} \tag{3}$$

## 2　基于分段速率滑模趋近律滑模控制算法的设计

### 2.1　两种趋近律的比较

高为炳院士[17]首先提出并深入探讨了趋近律的概念，包括等速趋近律、指数趋近律和幂趋近律。其中，等速趋近律具有稳定的趋近速率，指数趋近律通过引入线性项来缩短收敛时间，这 2 种方法都涉及具有固定增益的符号函数，且在实际应用中会持续产生振动。相较之下，幂趋近律采用可变功率增益的符号函数，有效降低了平衡点附近的振动幅度。其中，快速功率滑模趋近律（Fast Power Reaching Law，FPRL）和双功率滑模趋近律（Dual Power Sliding Mode Reaching Law，DPRL）可以分别表示为式（4）～（5）[18]。

$$\dot{s}_1=-b_1s-b_2|s|^{1-\gamma}\operatorname{sign}(s) \tag{4}$$

$$\dot{s}_2=-b_1|s|^{1+\gamma}\operatorname{sign}(s)-b_2|s|^{1-\gamma}\operatorname{sign}(s) \tag{5}$$

式中：$b_1>0$；$b_2>0$；$\gamma$ 为满足条件 $0<\gamma<1$ 的正幂级数。

上述 2 种趋近律方法可以实现二阶滑模的特性，即在不考虑扰动的前提下，可以在有限时间内使 $s=\dot{s}=0$。从初始状态到滑模表面的系统状态，可以分为 2 个阶段讨论：当 $|s|>1$ 时，式（4）中的 $-b_1s$ 和式（5）中的 $-b_1|s|^{1+\gamma}\operatorname{sign}(s)$ 起主导作用；当 $|s|\leqslant 1$ 时，式（4）和式（5）中的 $-b_2|s|^{1-\gamma}\operatorname{sign}(s)$ 起主导作用。假设初始状态为 $s(0)=|s_0|>1$，分别讨论这 2 种趋近律的收敛时间。

1）第 1 阶段：$|s(0)|=s_0\rightarrow|s(t_1)|=1$。由于 $-b_2|s|^{1-\gamma}\cdot\operatorname{sign}(s)$ 不起主导作用，所以式（4）和式（5）可以简

化为式（6）、（7）。

$$\dot{s}_1 = -b_1 s \tag{6}$$

$$\dot{s}_2 = -b_1 |s|^{1+\gamma} \operatorname{sign}(s) \tag{7}$$

将式（6）和式（7）进行积分，可以得到式（8）、（9）。

$$s(t_{f1}) = s(0)^{-b_1 t_{f1}} \tag{8}$$

$$s^{-\gamma}(t_{d1}) = s^{-\gamma}(0) - (-\gamma) b_1 t_{d1} \tag{9}$$

式中：$t_{f1}$、$t_{d1}$ 分别表示 FPRL、DPRL 状态下 $s(0)$ 收敛到滑动表面 $s=1$ 所需的时间。第 1 阶段的收敛时间见式（10）、（11）。

$$t_{f1} = \frac{1}{b_1} \ln(s(0)) \tag{10}$$

$$t_{d1} = \frac{1 - s^{-\gamma}(0)}{b_1 \gamma} \tag{11}$$

比较式（10）和式（11），得到了 $t_{f1} > t_{d1}$。在相同条件下，第 1 阶段中的 DPRL 比 FPRL 具有更快的收敛速度。

2）第 2 阶段：$|s(t_1)| = 1 \to |s(t_2)| = 0$。由于 $-b_2 |s|^{1-\gamma} \operatorname{sign}(s)$ 在式（4）和式（5）中都起着主导作用，因此所有项都应在此阶段的收敛时间内考虑。在式（4）中，系统状态从任意初始状态 $s_0$ 到原点 $t_f$ 的收敛时间见式（12）。同理，式（5）中系统状态从任意初始状态 $s_0$ 到原点 $t_d$ 的收敛时间见式（13）。

$$t_f = \frac{1}{b_1 \gamma} \ln(1 + \frac{b_1}{b_2} |s_0|^{\gamma}) \tag{12}$$

$$\begin{aligned} t_d &= \int_0^{|s_0|} \frac{1}{b_1 x^{1+\gamma} + b_2 x^{1-\gamma}} \mathrm{d}s = \\ &\frac{|s_0|^{-\gamma}}{-\gamma} b_1^{-\frac{\gamma}{1+\gamma}} F(1, \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{b_2}{b_1} |s_0|^{-2\gamma}) \end{aligned} \tag{13}$$

式中：$F(\cdot)$ 为高斯超几何函数。将第 2 阶段初始状态 $|s_0| = |s(t_1)| = 1$ 代入式（12）和式（13），可以得到式（14）～（15）。

$$t_{f2} = t_f \big|_{s_0=1} = \frac{1}{b_1 \gamma} \ln(1 + \frac{b_1}{b_2}) \tag{14}$$

$$t_{d2} = t_d \big|_{s_0=1} = \frac{1}{-\gamma} b_1^{-\frac{\gamma}{1+\gamma}} F(1, \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{b_2}{b_1}) \tag{15}$$

式中：$t_{f2}$、$t_{d2}$ 分别表示从 FPRL 和 DPRL 中的滑动表面 $s=1$ 到 $s=0$ 的系统状态的收敛时间。通过高斯超几何函数和 $\arctan(\cdot)$ 的幂级数展开，式（14）和式（15）的商可以写成式（16）。

$$\frac{t_{d2}}{t_{f2}} = \frac{\sqrt{\frac{b_1}{b_2}} \arctan(\sqrt{\frac{b_1}{b_2}})}{\ln(1 + \frac{b_1}{b_2})} > 1 \tag{16}$$

显然，$t_{d2} > t_{f2}$。在相同的条件下，第 2 阶段中的 FPRL 比 DPRL 具有更快的收敛速度。

## 2.2 分段速率滑模趋近律的设计

基于上述分析，这里提出分段速率滑模趋近律，对系统进行分段速率调整，使其能适应滑模面和系统状态的变化，从而提高系统的速率。这里设计的分段速率滑模趋近律由非线性组合分段函数 $\mathrm{fal}(s, \eta, \delta)$ 和变指数幂趋近律组成，见式（17），其中 $\mathrm{fal}(s, \eta, \delta)$ 见式（18）。

$$\dot{s} = -k_1 \mathrm{fal}(s, \eta, \delta) - k_2 |s|^{a\operatorname{sign}(|s|-1)} s \tag{17}$$

$$\mathrm{fal}(s, \eta, \delta) = \begin{cases} |s|^{\eta} \operatorname{sign}(s) & |s| > \delta \\ \dfrac{s}{\delta^{1-\eta}} & |s| \leqslant \delta \end{cases} \tag{18}$$

式中：$k_1 > 0$；$k_2 > 0$；$\eta > 0$；$\delta>0$；$s$ 为滑模面函数；$\delta$ 为滤波因子，是非线性函数 $\mathrm{fal}(s, \eta, \delta)$ 在原点附近正负对称线性段的区间长度，$\delta$ 越大，系统对扰动的适应能力越强，但是 $\delta$ 的增大会降低系统的响应速度；$\eta$ 为非线性因子，当满足 $0 < \eta < 1$ 时，fal 函数具有大增益小误差和小增益大误差的特点。

PRARL 由变指数幂项和 $\mathrm{fal}(s, \eta, \delta)$ 组成，具有较强的适应能力。根据滑模变量 $s$ 的变化，将式（17）等价为式（19）。

$$\dot{s} = \begin{cases} -k_1 |s|^{\eta} \operatorname{sign}(s) - k_2 |s|^{a\operatorname{sign}(|s|-1)} s & |s| > \delta \\ -k_1 \dfrac{s}{\delta^{1-\eta}} - k_2 |s|^{a\operatorname{sign}(|s|-1)} s & |s| \leqslant \delta \end{cases} \tag{19}$$

取 $\delta$ 为 1，对式（19）的趋近律进行分析。

1）若系统远离滑模面，即 $|s| > 1$ 时，见式（20）。此时 PRARL 为一种双功率滑模趋近律，所有项都起作用，系统能够在有限时间内到达滑模面。此外，如果 $|s|$ 减小，则 $k_1 |s|^{\eta}$ 收敛于 $k_1$，而 $k_2 |s|^{a} s$ 收敛于 $k_2$，这意味着当系统从任意初始状态到达滑模面的过程中，趋近律系数逐渐减小，从而达到抑制抖振的目的。

$$\begin{cases} \operatorname{sign}(|s|-1) = 1 \\ \dot{s} = -k_1 |s|^{\eta} \operatorname{sign}(s) - k_2 |s|^{a} s \end{cases} \tag{20}$$

2）若系统状态接近滑模面，即 $|s| \leq 1$ 时，见式（21）。此时 PRARL 为一种快速功率滑模趋近律，变指数项起着主要作用，趋近速度为 $k_2 |s|^{-a} s$，显然有 $k_2 |s|^{-a} s > k_2 |s|^{a} s$，提高了变指数项的趋近速度。

$$\begin{cases} \operatorname{sign}(|s|-1) = -1 \\ \dot{s} = -k_1 s - k_2 |s|^{-a} s \end{cases} \tag{21}$$

通过引入系统状态变量 $|s|$ 和 $|s|^{a\operatorname{sign}(|s|-1)}$，使得收敛速度与系统状态的变化相关联，抑制了系统的抖振现象，提高了系统的运动质量。无论系统是远离滑模面还是靠近滑模面，该趋近律不仅能减少抖振，而且具有快速收敛性，使得系统状态从任意位置能够在有限时间内到达滑模面。

## 2.3　非线性积分滑模面的设计

在建立控制系统的滑动模态后，状态轨迹将会保持渐进稳定，而一个合适的滑模面在很大程度上影响了系统的动态性能。常见的滑模面有线性滑模面、动态滑模面和积分滑模面。

1）线性滑模面，见式（22）。

$$s = c_1 e \tag{22}$$

式中：$c_1 > 0$；$e$ 为状态变量的误差。

2）动态滑模面，见式（23）。

$$s = c_2 e + \dot{e} \tag{23}$$

式中：$c_2 > 0$。

3）积分滑模面，见式（24）。

$$s = e + c_3 \int_0^t e\mathrm{d}t \tag{24}$$

式中：$c_3 > 0$。

线性滑模面的结构较简单，无法抑制抖振和消除稳态误差。动态滑模面在线性滑模面的基础上增加了状态变量误差的微分项，其收敛速度取决于 $c$。由于状态变量误差微分项的存在，能够在一定程度上抑制抖振，但易受到外界的干扰，产生稳态误差，导致控制性能下降。积分滑模面中的积分项 $c\int_0^t e\mathrm{d}t$ 可以提高系统的响应速度，并减小系统的稳态误差，但在收敛速度和求解时间方面的性能较差。

为了实现快速收敛和强鲁棒性，结合上述滑模面的特点，提出了一种改进的非线性积分滑模面，见式（25）。

$$s = c_1 e + c_2 \dot{e} + c_3 \int_0^t e\mathrm{d}t \tag{25}$$

式中：$c_1 > 0$；$c_2 > 0$；$c_3 > 0$。

# 3　基于 PRARL 的速度控制器的设计

设计合适的控制器，使滑模切换面外的滑动点在一定时间内到达滑模切换面，即满足以下条件，见式（26）。

$$\dot{s} = 0 \tag{26}$$

设计速度控制器时，应确保在负载干扰不确定的情况下，实现永磁同步电机的参考速度对实际速度的精确跟踪。为了达到这个控制目标，将速度的跟踪误差描述为式（27）。

$$e = \omega_{\mathrm{ref}} - \omega \tag{27}$$

式中：$\omega$ 为实际速度；$\omega_{\mathrm{ref}}$ 为参考速度。

对式（27）求导，结合式（3）可以得到式（28）。

$$\dot{e} = -\dot{\omega} = -\frac{3n_{\mathrm{p}}\psi_{\mathrm{f}}}{2J} i_q + H(t) \tag{28}$$

式中：$H(t)$ 为总扰动，见式（29）。

$$H(t) = \frac{B}{J}\omega + \frac{T_{\mathrm{L}}}{J} \tag{29}$$

将式（19）、（25）、（28）相结合，可以得到式（30）。

$$\begin{aligned} s &= c_1 e + c_2 \dot{e} + c_3 \int_0^t e\mathrm{d}t = \\ & c_1 e + c_2 \left(-\frac{3n_{\mathrm{p}}\psi_{\mathrm{f}}}{2J} i_q + H(t)\right) + c_3 \int_0^t e\mathrm{d}t = \\ & \begin{cases} -\int_0^t (k_1 |s|^{\eta} \operatorname{sign}(s) + k_2 |s|^{\beta} s)\mathrm{d}t & |s| > \delta \\ -\int_0^t (k_1 \dfrac{s}{\delta^{1-\eta}} + k_2 |s|^{\beta} s)\mathrm{d}t & |s| \leqslant \delta \end{cases} \end{aligned} \tag{30}$$

由此，可以将速度控制器设计为式（31）~（33）。

$$i_q^{*} = \frac{2J}{3n_{\mathrm{p}}\psi_{\mathrm{f}}}(\varOmega_{\mathrm{eq}} + \varOmega_{\mathrm{b}} + H(t)) \tag{31}$$

$$\varOmega_{\mathrm{eq}} = \frac{c_1}{c_2} e + \frac{c_3}{c_2}\int_0^t e\mathrm{d}t \tag{32}$$

$$\varOmega_{\mathrm{b}} = \begin{cases} \int_0^t (\dfrac{k_1}{c_2} |s|^{\eta} \operatorname{sign}(s) + \dfrac{k_2}{c_2} |s|^{\beta} s)\mathrm{d}t & |s| > \delta \\ \int_0^t (\dfrac{k_1}{c_2} \dfrac{s}{\delta^{1-\eta}} + \dfrac{k_2}{c_2} |s|^{\beta} s)\mathrm{d}t & |s| \leqslant \delta \end{cases} \tag{33}$$

为使描述一致，定义 $\frac{c_1}{c_2} = \xi_1$、$\frac{c_3}{c_2} = \xi_2$、$\frac{k_1}{c_2} = \xi_3$、$\frac{k_2}{c_2} = \xi_4$，则式（32）、（33）分别可以写为式（34）、（35）。

$$\varOmega_{\mathrm{eq}} = \xi_1 e + \xi_2 \int_0^t e\mathrm{d}t \tag{34}$$

$$\varOmega_{\mathrm{b}} = \begin{cases} \int_0^t (\xi_3 |s|^{\eta} \operatorname{sign}(s) + \xi_4 |s|^{\beta} s)\mathrm{d}t & |s| > \delta \\ \int_0^t (\xi_3 \dfrac{s}{\delta^{1-\eta}} + \xi_4 |s|^{\beta} s)\mathrm{d}t & |s| \leqslant \delta \end{cases} \tag{35}$$

利用 Lyapunov 函数可以验证系统的稳定性，选择的 Lyapunov 函数见式（36）。

$$V = \frac{1}{2}s^2 \tag{36}$$

对式（36）进行求导，结合式（17）、式（19）可以得到式（37）。

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{s}s = (-k_1 \mathrm{fal}(s,\ \eta,\ \delta) - k_2 |s|^{\beta} s)s = \\ & \begin{cases} -k_1 s |s|^{\eta} \operatorname{sign}(s) - k_2 |s|^{\beta} s^2 & |s| > \delta \\ -k_1 \dfrac{s^2}{\delta^{1-\eta}} - k_2 |s|^{\beta} s^2 & |s| \leqslant \delta \end{cases} \end{aligned} \tag{37}$$

在式（37）中，由于 $k_1 > 0$，$k_2 > 0$，显然 $\dot{V} < 0$，满足李雅普诺夫稳定性条件，所以基于 PRARL 的控制器是渐进稳定的，它可以保证系统在有限时间内从任意初始位置达到平衡状态。

## 4 速度控制器的抗干扰设计

为了提高 PMSM 的抗干扰能力，设计一个扰动观测器来观测外部扰动，并用观测值对系统进行补偿。定义 $u=i_q$，由式（27）、式（28）和式（29）可以得到式（38）。

$$\dot{e}=-\frac{3n_{\mathrm{p}}\psi_{\mathrm{f}}}{2J}u+\frac{T_{\mathrm{L}}}{J}+\frac{B}{J}\omega_{\mathrm{ref}}-\frac{B}{J}e \tag{38}$$

系统的外部干扰主要由负载转矩和摩擦引起，因此式（38）可以改写为式（39）。

$$\dot{e}=-\frac{3n_{\mathrm{p}}\psi_{\mathrm{f}}}{2J}u+A \tag{39}$$

其中 $A$ 为总的外部扰动，包括由负载引起的扰动 $\frac{T_{\mathrm{L}}}{J}$ 和由摩擦引起的扰动 $\frac{B}{J}\omega$，见式（40）。

$$A=-\frac{B}{J}e+\frac{T_{\mathrm{L}}}{J}+\frac{B}{J}\omega_{\mathrm{ref}}=\frac{T_{\mathrm{L}}}{J}+\frac{B}{J}\omega \tag{40}$$

摩擦引起的扰动可以分解为式（41）。

$$\frac{B}{J}\omega=-\frac{B}{J}(\omega_{\mathrm{ref}}-\omega)+\frac{B}{J}\omega_{\mathrm{ref}} \tag{41}$$

式中：$-\frac{B}{J}(\omega_{\mathrm{ref}}-\omega)$ 是由速度引起的扰动；$\frac{B}{J}\omega_{\mathrm{ref}}$ 是由参考速度变化引起的扰动。有必要设计 ESO 来估计 $A$，并消除控制器中的 $A$。为了估计干扰，重建状态方程，见式（42）。

$$\begin{cases}\dot{y}_1=y_2-\dfrac{3n_{\mathrm{p}}\psi_{\mathrm{f}}}{2J}u\\ \dot{y}_2=A\end{cases} \tag{42}$$

由式（42）构建的状态观测器见式（43）。

$$\begin{cases}\dot{z}=az+bu+L(y_1-\hat{y}_1)\\ \hat{y}_1=hz\end{cases} \tag{43}$$

式中：$z=\begin{bmatrix}z_1\\ z_2\end{bmatrix}$，$L=\begin{bmatrix}L_1\\ L_2\end{bmatrix}$，$a=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}$，$b=\begin{bmatrix}-\dfrac{3n_{\mathrm{p}}\psi_{\mathrm{f}}}{2J}\\ 0\end{bmatrix}$，$h=[1\quad 0]$。其中，$z$ 是 $y$ 的跟踪值，$z_1$ 是速度误差的跟踪值，$z_2$ 是外部扰动的跟踪值。

由观测器稳定性条件可以得到式（44）。

$$\begin{cases}L_1=2\tau\\ L_2=\tau^2\end{cases} \tag{44}$$

因此，扰动观测器为式（45）。

$$\begin{cases}\dot{z}_1=z_2+2\tau(y_1-z_1)-\dfrac{3n_{\mathrm{p}}\psi_{\mathrm{f}}}{2J}u\\ \dot{z}_2=\tau^2(y_1-z_1)\end{cases} \tag{45}$$

最终控制系统框图如图 1 所示。

## 5 仿真实验与分析

为了验证所提方法的有效性，将比例-积分-微分控制器（Proportion Integration Differentiation，PID）、基于双功率滑模趋近律（DPRL）的滑模控制器和基于快速功率滑模趋近律（FPRL）的滑模控制器作为对照，分别在负载启动、变载和变速等 3 种典型工作状态下对 PMSM 的转速和电磁转矩进行充分比较。仿真采用的永磁同步电机额定参数设置如表 1 所示。设置采样周期时间 $t_{\mathrm{s}}$=10 μs，系统相对公差为 0.000 1。将仿真时间设置为 0.4 s，将初始时刻和 0.2 s 时的负载转矩分别设置为 0、10 N·m。

### 5.1 带载启动仿真实验和性能比较

在带载启动仿真实验中，详细比较了不同控制方法下 PMSM 在带载情况下的启动速度。PMSM 以 1 000 r/min 的给定转速和 5 N·m 的负载带载启动，图 2 描述了空载时的电机转速波形和电磁转矩波形，仿真所得数据如表 2 所示。

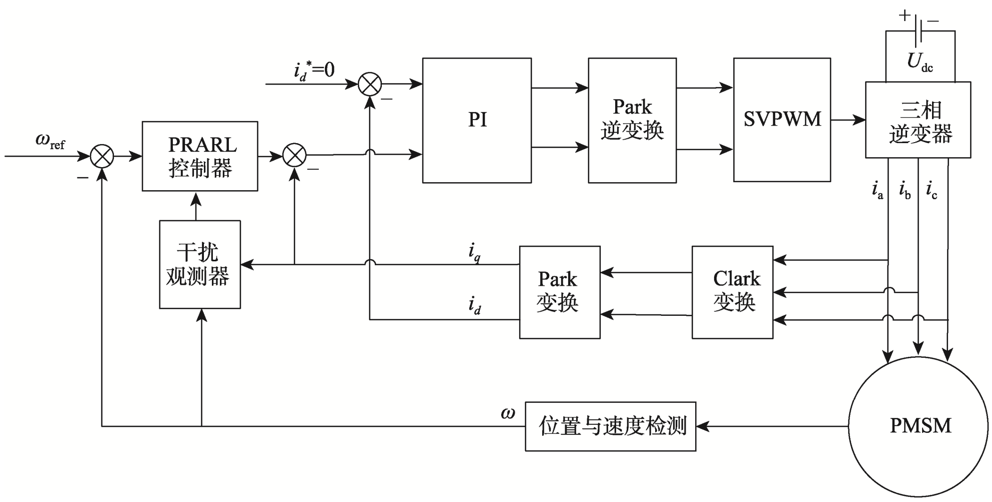



图 1 控制系统框图

Fig.1 Control system block diagram

表 1　永磁同步电动机参数

Tab.1 Parameters of the PMSM

| 参数 | 数值 | 参数 | 数值 |
|---|---|---|---|
| 极对数 $p$ | 3 | 定子磁链 $\Psi_f$/Wb | 0.175 |
| 定子电阻 $R_s/\Omega$ | 2.857 | 转动惯量 $J/(kg\cdot m^2)$ | 0.003 |
| $d$ 轴电感 $L_d$/mH | 8.5 | 直流母线电压/V | 311 |
| $q$ 轴电感 $L_q$/mH | 8.5 | 阻尼系数 $B/(N\cdot m\cdot s)$ | 0 |

由表 2 和图 2a 可知，PRARL 在启动过程中的速度响应相较于 PID、DPRL 和 FPRL 分别提升了 43.66%、35.48%、39.82%，可在更短的时间内达到额定转速，同时稳态误差与另外 3 种方法相比也更小。从表 2 和图 2c 可以看出，在带载启动条件下，PRARL 表现出更迅速的响应能力，并较快达到新的稳态，且转矩误差更小。由此可见，基于 PRARL 设计的控制器在动态响应方面的性能优于 PID、DPRL、FPRL。

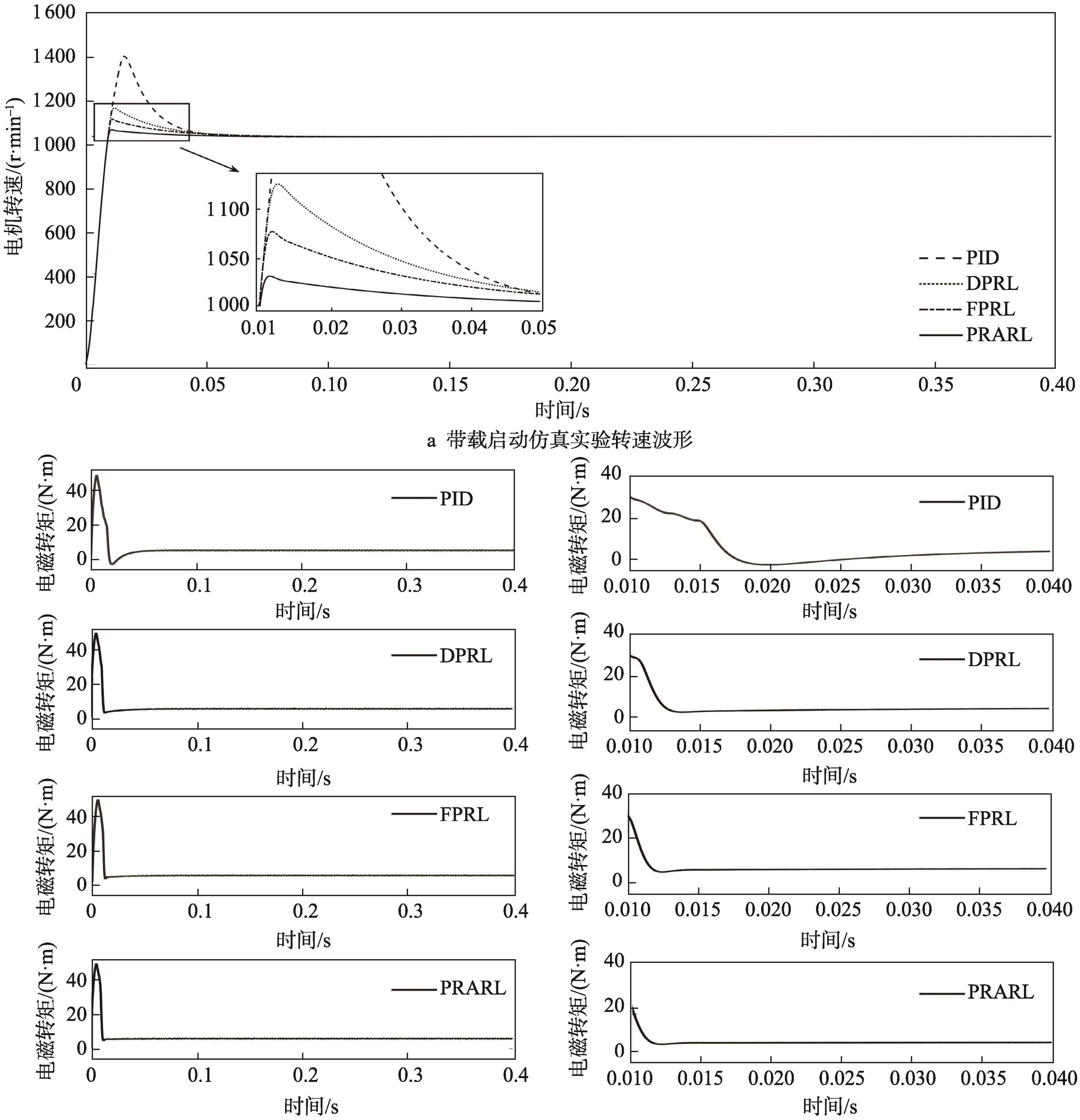



图 2　带载启动仿真实验波形

Fig.2 Waveform of load start-up simulation experiment

表 2　带载启动仿真实验的性能指标对比

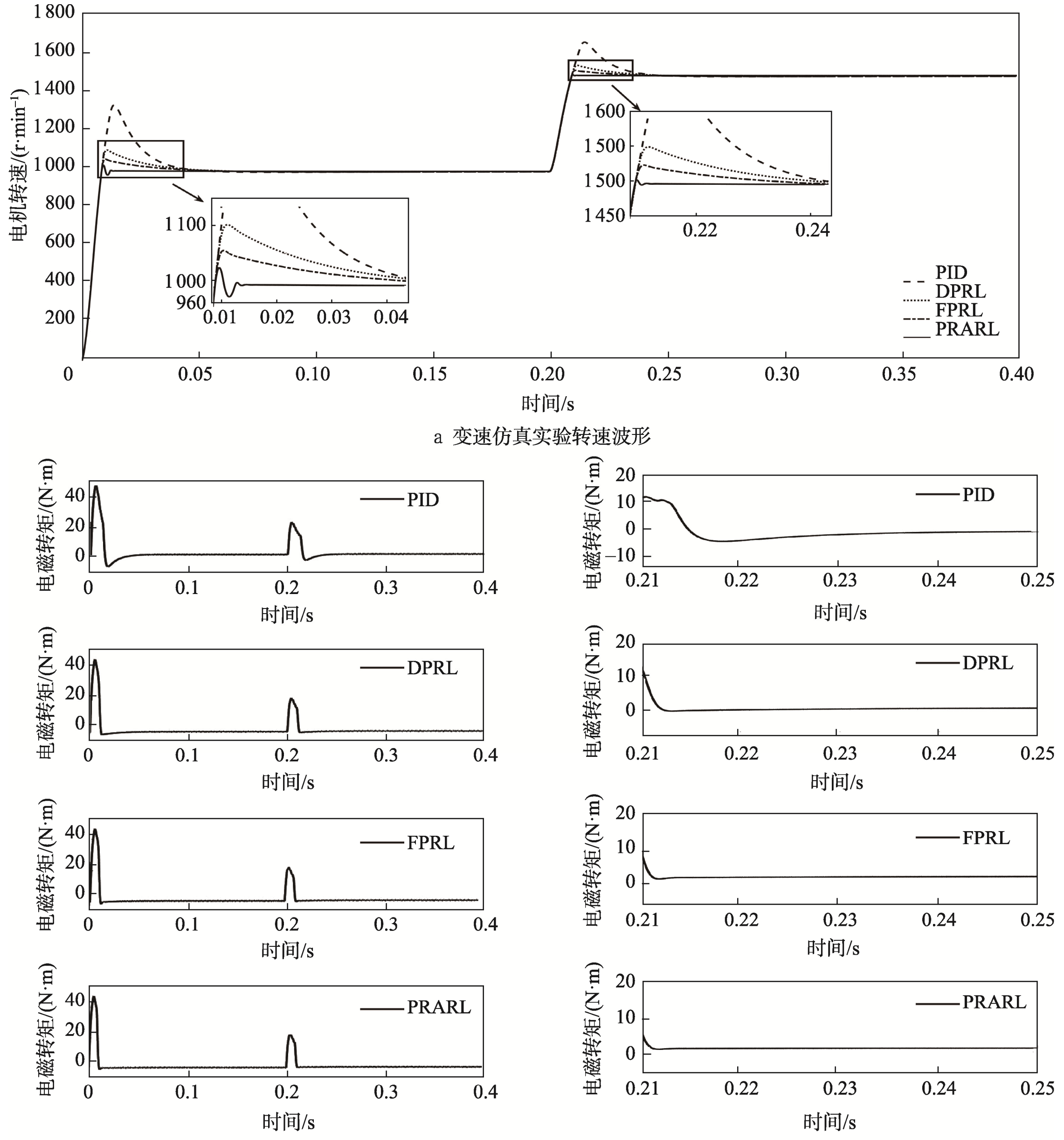
Tab.2 Performance comparison of load start-up simulation experiments

| 控制方式 | 转速峰值/$(r\cdot min^{-1})$ | 转速超调量/% | 转矩误差/(N·m) | 调节时间/s | 稳态误差/$(r\cdot min^{-1})$ |
|---|---|---|---|---|---|
| PID | 1 350 | 0.35 | 8.123 | 0.071 | 0.271 |
| DPRL | 1 124 | 0.124 | 2.363 | 0.062 | 0.094 |
| FPRL | 1 075 | 0.075 | 1.928 | 0.057 | 0.087 |
| PRARL | 1 028 | 0.028 | 0.87 | 0.04 | 0.014 |

## 5.2 变速仿真实验和性能比较

在变速仿真实验中，PMSM 以 1 000 r/min 的初始转速空载启动，在 0.2 s 时，将转速提升至 1 500 r/min。仿真实验效果如图 3 所示，仿真所得数据对比结果如表 3 所示。

由表 3 和图 3a 可知，在转速突变的条件下，PRARL 的速度响应相较于 PID、DPRL、FPRL 分别提高了 15.87%、12.76%、12.03%，表现出较好的转速跟踪能力，同时其稳态误差更小。由表 3 和图 3c 可以看出，在转速突变的条件下，PRARL 能够更快响应，并迅速达到新的稳态，转矩误差更小。由此可见，基于 PRARL 设计的控制器的动态响应性能更优。




a 变速仿真实验转速波形

b 变速仿真电磁转矩波形

c 变速仿真电磁转矩波形

图 3 变速仿真实验波形

Fig.3 Waveform of variable speed simulation experiment

**表 3 变速仿真实验的性能指标对比**

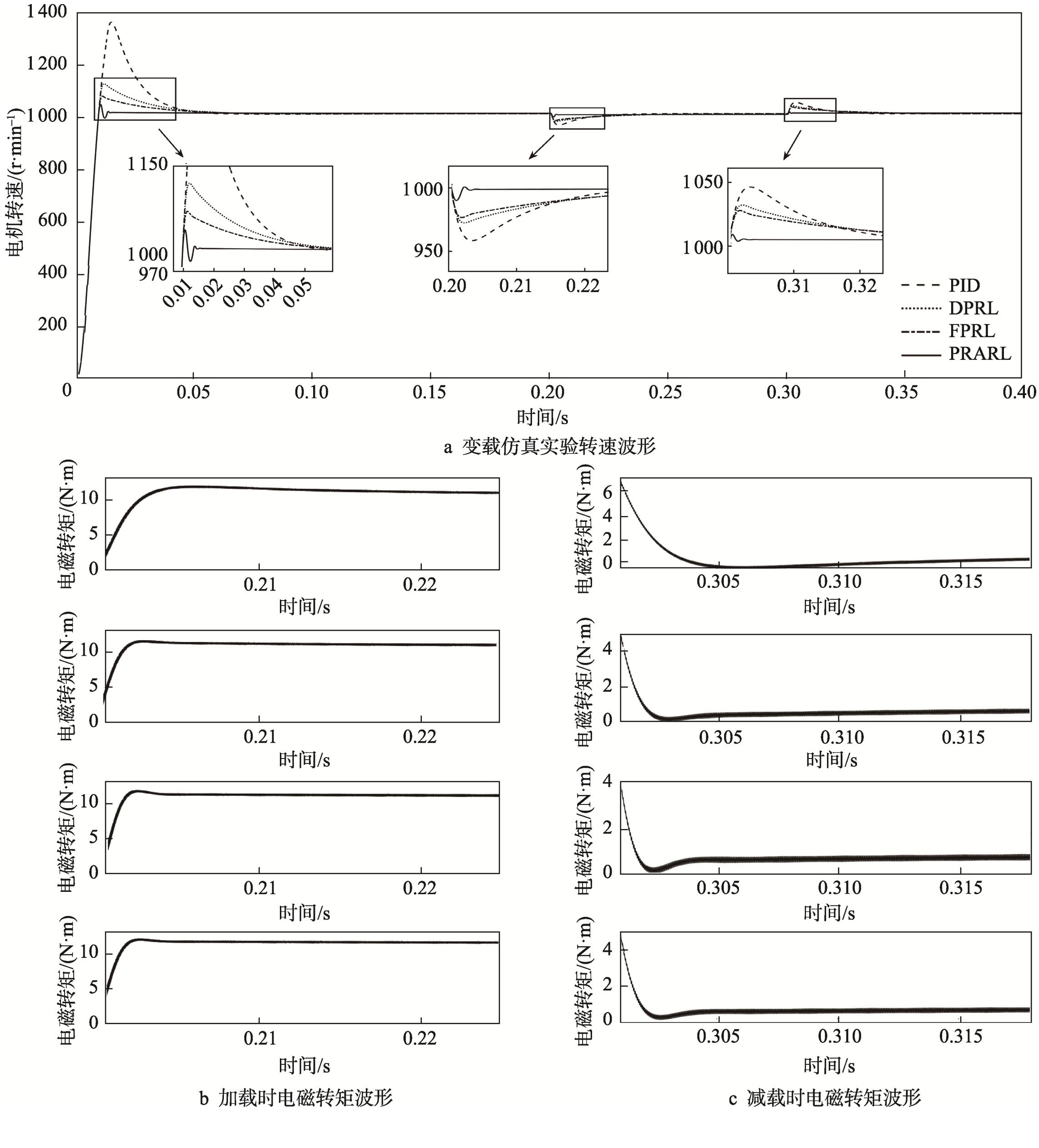
**Tab.3 Performance comparison of variable speed simulation experiments**

| 控制方式 | 转速峰值/($r\cdot min^{-1}$) | 转速超调量/% | 转矩误差/(N·m) | 调节时间/s | 稳态误差/($r\cdot min^{-1}$) |
|---|---|---|---|---|---|
| PID | 1 679 | 11.933 | 4.324 | 0.252 | 0.204 |
| DPRL | 1 557 | 3.8 | 1.253 | 0.243 | 0.082 |
| FPRL | 1 531 | 2.067 | 0.785 | 0.241 | 0.063 |
| PRARL | 1 510 | 0.667 | 0.389 | 0.212 | 0.042 |

## 5.3　变载仿真实验和性能比较

在变载仿真实验中，PMSM 以 1 000 r/min 的转速空载启动，在 0.2 s 时负载突增至 10 N·m，在 0.3 s 时负载突降至 0 N·m。仿真实验的效果如图 4 所示，仿真所得数据对比结果如表 4~5 所示。

由表 4、表 5 和图 4a 可知，在突加负载条件下，PRARL 的速度响应相较于 PID、DPRL、FPRL 分别提高了 17.07%、15%、12.07%；在突减负载的条件下，PRARL 的速度响应相较于 PID、DPRL 和 FPRL 分别提高了 10.09%、8.46%、6.48%。无论是突加负载还是突减负载，PRARL 均能够快速地跟踪速度期望值，



a 变载仿真实验转速波形

b 加载时电磁转矩波形

c 减载时电磁转矩波形

图 4　变载仿真实验波形

Fig.4 Waveform of variable load simulation experiment

**表 4　变载仿真实验突加负载时的性能指标对比**

**Tab.4 Performance comparison of variable load simulation experiment under sudden load increase**

| 控制方式 | 转速峰值/(r·min$^{-1}$) | 转速超调量/% | 转矩误差/(N·m) | 调节时间/s | 稳态误差/(r·min$^{-1}$) |
|---|---|---|---|---|---|
| PID | 956.2 | 4.38 | 1.09 | 0.246 | 0.047 |
| DPRL | 970.1 | 2.99 | 0.084 | 0.24 | 0.023 |
| FPRL | 974.3 | 2.57 | 0.096 | 0.232 | 0.014 |
| PRARL | 987.5 | 1.25 | 0.063 | 0.204 | 0.005 |

表 5 变载仿真实验突减负载时的性能指标对比
Tab.5 Performance comparison of variable load simulation experiment under sudden load reduction

| 控制方式 | 转速峰值/(r·min$^{-1}$) | 转速超调量/% | 转矩误差/(N·m) | 调节时间/s | 稳态误差/(r·min$^{-1}$) |
|---|---|---|---|---|---|
| PID | 1 044 | 4.4 | 0.989 | 0.337 | 0.044 |
| DPRL | 1 030 | 3 | 0.861 | 0.331 | 0.021 |
| FPRL | 1 025 | 2.5 | 0.752 | 0.324 | 0.011 |
| PRARL | 1 007 | 0.7 | 0.421 | 0.303 | 0.007 |

并具有较小的速度波动，因此与 PID、DPRL、FPRL 相比，PRARL 具有更好的动态性能和抗干扰能力。由表 4、表 5、图 4b、图 4c 可以看出，无论是突加负载还是突减负载，PRARL 都能够更快响应，并达到新的稳态，转矩误差更小。由此可见，基于 PRARL 设计的控制器具有更好的抗干扰性能。

## 6 结语

为了提高 PMSM 的速度跟踪性能和抗干扰能力，提出了一种新型滑模速度控制器。该控制器在不同的逼近阶段采用非线性组合函数项和变幂项相结合的方式，增强了自适应能力。仿真结果表明，与传统 PID、DPRL、FPRL 相比，文中提出的控制器不仅具有更好的动态响应和抗干扰性能，而且有效地抑制了力矩抖动，具有快速收敛、高精度跟踪、稳态性能优良、抖振现象小等优点。

**参考文献：**


[1] 赵凯辉, 何静, 李祥飞, 等. 包装印刷用永磁同步电机控制及无速度传感器控制技术综述[J]. 包装学报, 2017, 9(1): 13-20.
ZHAO K H, HE J, LI X F, et al. Review of Permanent Magnet Synchronous Motor Control and Sensorless Technology for Packaging and Printing[J]. Packaging Journal, 2017, 9(1): 13-20.

[2] LIN F J, LIN C H. A Permanent-Magnet Synchronous Motor Servo Drive Using Self-Constructing Fuzzy Neural Network Controller[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2004, 19(1): 66-72.

[3] LI S H, GU H. Fuzzy Adaptive Internal Model Control Schemes for PMSM Speed-Regulation System[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2012, 8(4): 767-779.

[4] MOHAMED Y A R I, EL-SAADANY E F. A Current Control Scheme with an Adaptive Internal Model for Torque Ripple Minimization and Robust Current Regulation in PMSM Drive Systems[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2008, 23(1): 92-100.

[5] SUN Z Y, SHAO Y, CHEN C C, et al. Global Output-Feedback Stabilization for Stochastic Nonlinear Systems: A Double-Domination Approach[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2018, 28(15): 4635-4646.

[6] LIN X Z, LI X L, PARK J H. Output-Feedback Stabilization for Planar Output-Constrained Switched Nonlinear Systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2020, 30(5): 1819-1830.

[7] CHEN C C, CHEN G S. A New Approach to Stabilization of High-Order Nonlinear Systems with an Asymmetric Output Constraint[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2020, 30(2): 756-775.

[8] ZHANG X G, SUN L Z, ZHAO K, et al. Nonlinear Speed Control for PMSM System Using Sliding-Mode Control and Disturbance Compensation Techniques[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2013, 28(3): 1358-1365.

[9] WANG A M, JIA X W, DONG S H. A New Exponential Reaching Law of Sliding Mode Control to Improve Performance of Permanent Magnet Synchronous Motor[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2013, 49(5): 2409-2412.

[10] SUN C, SUN D, ZHENG Z H, et al. Simplified Model Predictive Control for Dual Inverter-Fed Open-Winding Permanent Magnet Synchronous Motor[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2018, 33(4): 1846-1854.

[11] ZHOU Y N, LI H M, LIU R D, et al. Continuous Voltage Vector Model-Free Predictive Current Control of Surface Mounted Permanent Magnet Synchronous Motor[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2019, 34(2): 899-908.

[12] DING S H, PARK J H, CHEN C C. Second-Order Sliding Mode Controller Design with Output Constraint[J]. Automatica, 2020, 112: 108704.

[13] DING S H, CHEN W H, MEI K Q, et al. Disturbance Observer Design for Nonlinear Systems Represented by Input–Output Models[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67(2): 1222-1232.

[14] 邓豪, 何志琴. 基于新型趋近律的永磁同步电机调速研究[J]. 农业装备与车辆工程, 2023, 61(1): 58-63.
DENG H, HE Z Q. Research on Speed Regulation of Permanent Magnet Synchronous Motor Based on New Reaching Law[J]. Agricultural Equipment & Vehicle Engineering, 2023, 61(1): 58-63.

[15] YU S H, YU X H, SHIRINZADEH B, et al. Continuous Finite-Time Control for Robotic Manipulators with Terminal Sliding Mode[J]. Automatica, 2005, 41(11): 1957-1964.

[16] WANG D W, WANG D H, ZHOU W, et al. Research on PMSM Sliding-Mode Vector Combined Speed Controller Based on Improved Exponential Reaching Law[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2022, 2260(1): 012024.

[17] GAO W B. Theory and Design Method for Variable Sliding Mode Control[M]. Beijing: Science, 1996: 241-254.

[18] 李鹏, 郑志强. 非线性积分滑模控制方法[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(3): 421-426.
LI P, ZHENG Z Q. Sliding Mode Control Approach with Nonlinear Integrator[J]. Control Theory & Applications, 2011, 28(3): 421-426.